This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

~~180. b. 25.~~

SÉANCES

DES ÉCOLES NORMALES,

RECUEILLIES

PAR DES STÉNOGRAPHES,

ET REVUES

PAR LES PROFESSEURS.

NOUVELLE ÉDITION.

TOME TROISIÈME.

PARIS,

A L'IMPRIMERIE DU CERCLE-SOCIAL.

(1800.)

AN 9 DE LA RÉPUBLIQUE FRANÇAISE.

198. b. 3.

BIBLIOTHECA · BODLEIANA

SÉANCES

DES ÉCOLES NORMALES,

RECUEILLIES

PAR DES STÉNOGRAPHES,

ET REVUES

PAR LES PROFESSEURS.

VINGT-QUATRIÈME SÉANCE.

(17 *Ventôse*).

HISTOIRE NATURELLE.

DAUBENTON, *Professeur.*

Sur la manière d'étudier et d'enseigner les minéraux.

LES objets du naturaliste, pour l'étude et l'enseignement des minéraux, sont :

1°. La description de chaque minéral ;
2°. Les caractères distinctifs ;
3°. La dénomination ;
4°. La position ou la gangue et le pays ;
5°. L'origine ;
6°. La formation ;
7°. L'accroissement ;
8°. Le dépérissement ;

9°. Le changement de nature ;

10°. Les différens états successifs.

Tous les minéraux ne sont pas susceptibles de ces dix objets d'étude : par exemple, on ignore si une aiguille de crystal de roche peut changer de nature; l'origine, la formation, l'accroissement de tous les minéraux ne sont pas connus ; d'ailleurs, on ne rencontre pas toujours des circonstances favorables pour faire des observations ; on a rarement des hasards imprévus qui les facilitent.

On doit faire mention, dans la description d'un minéral,

1°. De sa forme,

2°. De sa couleur,

3°. De sa dureté,

4°. De sa densité ou de sa porosité, et de sa pesanteur spécifique,

5°. De sa nature de terre, pierre, sel, substance combustible, non métallique ou métallique,

6°. De sa propriété électrique ou magnétique.

La figure de la plûpart des minéraux est trop irrégulière, pour que l'on puisse la décrire exactement ; mais les crystaux ont des formes assez régulières pour être susceptibles des expressions de la géométrie, par exemple, les parties intégrantes du spath calcaire, et autres crystallisations.

Si l'on pouvait rapporter toutes les couleurs des minéraux à celle du spectre solaire, on aurait un objet de comparaison invariable, et, par conséquent, un bon moyen de distinguer les couleurs les unes des autres ; il n'y aurait de difficulté que pour exprimer

leurs nuances et leurs teintes. Mais les minéraux ont de plus le blanc et le noir, qui ont leurs différentes teintes et leurs mêlanges, et qui éclaircissent ou obscurcissent les couleurs primitives : ce mêlange produit d'autres couleurs. Verner en admet huit pour les minéraux : ce sont le blanc, le gris, le noir, le bleu, le verd, le jaune, le rouge et le brun. Verner ne dit pas, au moins dans la traduction française de son ouvrage, pourquoi il a supprimé trois des sept couleurs primitives, ni pourquoi il a changé l'ordre naturel des autres. Il me semble qu'il vaudrait mieux ajouter aux huit couleurs de Verner, l'orangé, l'indigo et le violet, parce qu'il y a des minéraux de ces trois couleurs ; il y en aurait donc onze en tout, que l'on pourrait ranger dans l'ordre suivant : le noir, le brun, le rouge, l'orangé, le jaune, le verd, le bleu, l'indigo, le violet, le gris et le blanc. De quelque manière que l'on s'y prenne, on ne peut guère mettre de précision dans l'énoncé des couleurs des minéraux, ni de tout autre objet où elles ne viennent pas de la réfraction de la lumière. Dans un diamant taillé à facettes, dans une opale, dans les corps transparens, qui ont des cavités au dedans ou près de leur surface, par des exfoliations, dans tous ces cas, on voit les vraies couleurs de l'iris.

On n'a que des moyens très-insuffisans pour distinguer les degrés de la dureté des minéraux, ou de la force de cohésion de leurs parties. On essaie de les entamer avec l'ongle, avec un couteau, ou avec une lime : ces épreuves sont trop grossières pour faire connaître de petites différences dans la dureté.

Les marbriers, les lapidaires estiment le plus ou le moins de dureté des pierres par l'effet des poudres qu'ils emploient pour les polir. Le célèbre ingénieur Perronet avait tenté de reconnaître différens degrés de dureté, dans les pierres à bâtir, en les perçant avec un foret chargé d'un poids, et mû par un archet qui indiquait en même-tems le nombre des tours que faisait le foret.

Si l'on observait, pour la première fois, toutes les variétés que présentent les minéraux, on croirait qu'il ne serait pas possible de démêler leurs différentes substances. Cependant, les naturalistes ont reconnu, par un travail opiniâtre, les formes, les couleurs, la structure, la pesanteur, et d'autres qualités des minéraux considérés dans leur état naturel. Une multitude d'observations, faites avec autant d'exactitude que de constance, ont concouru à faire de l'histoire naturelle un corps de science, fondé sur des faits bien constatés qui en sont les principes: on est parvenu à distinguer les variétés accidentelles et les différences constantes. Les naturalistes ont déterminé la nature de chaque minéral, lorsqu'ils ont pu faire les épreuves nécessaires pour connaître ses qualités, ses propriétés et ses rapports avec les autres minéraux.

L'histoire naturelle a déjà fait assez de progrès pour constater sept substances minérales, par des caractères évidens, ou faciles à connaître, sans changer leur état par des mêlanges de matières étrangères, ou par des opérations de l'art, qui sont toujours suspectes aux naturalistes, parce qu'elles altèrent la nature.

Les sept substances principales, reconnues par les naturalistes, sont :

1°. Le quartz,
2°. L'argile,
3°. La matière crétacée,
4°. La baryte,
5°. Les sels,
6°. Les matières combustibles,
7°. Et les substances métalliques.

Le quartz est une substance qui, dans son état le plus brillant, a le nom de crystal de roche. Les chimistes donnent au quartz le plus pur, réduit en poudre, le nom de silice (qu'ils ont dérivé de *silex*), de substance silicée ou siliceuse, et ils le mettent au nombre des cinq terres élémentaires. J'ai préféré le nom de quartz, quoique ce mot, qui vient des mineurs allemands, soit d'une prononciation dure en français, parce que l'on entend communément par silex, un moëllon ou un caillou, principalement celui dont on fait les pierres-à-fusil.

Je mets le quartz au premier rang des substances minérales, parce que c'est la plus abondante, et parce qu'elle a les propriétés les plus éminentes, lorsqu'elle est pure. Dans cet état, le quartz est infusible, même lorsque le feu est animé par l'air vital. Le quartz résiste aux acides et à la lime : il étincelle par le choc du briquet.

L'argile est aussi appelée communément glaise ou terre grasse, et par les chimistes, alumine, lorsqu'elle est pure; ils préfèrent celle qu'ils ont retirée de l'alun, dont elle fait la base. Humectée, elle a une odeur

particulière ; elle est ductile ; sèche, elle se polit sous le doigt : dans cet état, elle n'étincelle pas sous le briquet, ne fait point d'effervescence avec les acides. Elle se durcit en cuisant ; et alors, quoique pulvérisée, elle n'est plus ductile ; elle jette des étincelles par le choc du briquet ; l'argile pure n'est fusible que par le mêlange des matières étrangères ; mais on n'en trouve jamais dans l'état de pureté ; les naturalistes ne la connaissent pas ; il n'y en a que dans les laboratoires des chimistes.

La matière crétacée, ou craieuse, est communément appelée matière calcaire ; c'est une mauvaise dénomination, parce que la matière crétacée est une combinaison saline neutre de la chaux et de l'acide carbonique, qui fait la craie, tandis que la matière calcaire est la chaux qui fait la base de ce sel ; ainsi la matière, ou terre calcaire, est la chaux vive. Suivant les chimistes, la craie est un carbonate de chaux.

Il paraît que l'état le plus pur de la matière crétacée, est dans le spath calcaire qui est, ainsi que la craie et la pierre à bâtir, un carbonate de chaux ; il fait effervescence avec les acides ; on le convertit en chaux vive par la calcination.

La baryte est la terre pesante des chimistes ; elle se trouve unie à l'acide sulfurique, dans le sulfate de baryte (le spath pesant des naturalistes). On l'en sépare par les carbonates de potasse et de soude, réunis. Elle existe aussi dans le carbonate de baryte, que les naturalistes ont simplement nommée baryte, ou terre pesante, aérée.

Autrefois on n'admettait qu'une terre, que l'on

regardait comme l'un des quatre élémens ; depuis les grands progrès que la chimie a faits dans les derniers tems, au lieu d'une seule terre, on en doit compter cinq, distinguées par les caractères génériques suivans : » La sécheresse, l'inaltérabilité au feu, » l'infusibilité, la propriété de ne pas se décomposer, » et de se composer dans les combinaisons comme » des matières simples et indestructibles (1) ».

Ces cinq terres sont appelées par les chimistes, la silice, l'alumine, la baryte, la magnésie et la chaux. Les caractères distinctifs de ces terres, n'étant pas évidens ni faciles à reconnaître, les naturalistes ne peuvent les employer. D'ailleurs aucune de ces mêmes terres ne se trouve dans la nature sans mélange avec d'autres substances ; on ne peut les voir, dans leur pureté, qu'au sortir des mains des chimistes. Cependant il faut que les naturalistes connaissent leurs propriétés, et sachent de quels minéraux ces terres sont tirées par l'analyse. Comme il est nécessaire que les chimistes déterminent les caractères distinctifs de ces minéraux, avant de les analyser, pour que l'on puisse les reconnaître dans tous les tems, c'est pourquoi je vais faire mention des caractères génériques des cinq terres élémentaires reconnues par les chimistes, et y rapporter les minéraux qui en contiennent le plus.

» La silice, qu'on a nommée terre silicée, terre silicouse, terre quartzeuse, terre vitrifiable, est rude

(1) Voyez la philosophie chimique, etc., par Fourcroy.

» urineuse, verdissant fortement le sirop de violettes,
» attirant l'eau atmosphérique dans son extinction à
» l'air, s'échauffant beaucoup avec l'eau et la soli-
» difiant avec elle, en dégageant une très-grande
» quantité de calorique dans son extinction à sec,
» se dissolvant dans moins de 700 parties d'eau, at-
» tirant l'acide carbonique de l'atmosphère, et for-
» mant à la surface de sa dissolution une croûte de
» craie improprement nommée crême-de-chaux, inal-
» térable enfin quand elle est seule, mais se fondant
» avec la silice et l'alumine, formée de principes
» ignorés, quoique manifestement composée ».

La craie et ses pierres, communément appellées calcaires, sont un composé de l'acide carbonique et de la terre appellée chaux par les chimistes; aussi donnent-ils à la craie et à ses pierres la dénomination de carbonate de chaux. Elle se tire des pierres à bâtir, par la calcination; c'est celle que l'on emploie dans la construction des bâtimens. Les naturalistes la reconnaissent avant la calcination dans les pierres dites calcaires, et dans les autres pierres où elle se trouve mêlée par l'ébullition qu'y cause une goutte d'eau-forte.

« La baryte ou la terre pesante est remarquable
» par son extrême pesanteur, jamais seule dans la
» nature, et toujours unie aux acides sulfurique et
» carbonique, prenant une couleur bleue ou verte
» par le feu, et avec le contact de la silice ou de
» l'alumine des creusets, se dissolvant dans 900 par-
» ties d'eau, verdissant la couleur des violettes, ayant
» une affinité plus grande que les alcalis mêmes,
» avec la plûpart des acides, inconnue dans ses

» principes, soupçonnée d'être un oxide métallique,
» servant à faire reconnaître, par-tout, la présence
» et la quantité de l'acide sulfurique ».

Les naturalistes ne peuvent prendre une idée de la baryte, ou terre pesante, que par la baryte ou terre pesante aérée, carbonate de baryte, et par le spath pesant, que les chimistes appellent sulfate barytique, parce que c'est un composé de baryte et d'acide sulfurique. La présence de la baryte se manifeste dans ces pierres par la pesanteur, qui est sensible, lorsqu'on les pèse à la main, et qu'en même-tems on mesure de l'œil leur volume. La baryte est la terre la plus rare dans la nature.

« La magnésie est très-fine, très-blanche, inalté-
» rable au feu, douce, légère, ressemblant à une
» fécule, exigeant près de deux mille parties d'eau
» pour se dissoudre, ne verdissant que légèrement
» la teinture de violettes et de mauves, formant
» des sels très-solubles avec les acides, y tenant moins
» que la chaux, qui l'en sépare, et à-peu-près autant
» que l'ammoniaque, qui constitue avec elle, et les
» acides des sels à deux bases, ou une classe de sels
» triples, existant en quantité notable dans les ser-
» pentines, le mica, les ardoises, les amianthes,
» indécomposable comme les précédentes, et incon-
» nue comme elles dans sa composition ».

La terre magnésienne existe sur-tout dans le sulfate de magnésie, ou sel d'epsom, qui est un composé de magnésie et d'acide sulfurique ; ce sel est en dissolution, dans les eaux des fontaines d'Epsom en Angleterre, et de Sedlitz en Bohême et dans d'autres

lieux; on trouve quelquefois ce sel concret sur des pierres, dans le voisinage des eaux qui l'ont en dissolution. Ce sel concret est l'un des minéraux où la terre magnésienne est le moins déguisée, quoiqu'elle n'y soit pas vue à beaucoup près dans son état de pureté.

Puisque les cinq terres reconnues par les chimistes, ne sont pas visibles dans leur état naturel; puisqu'elles sont unies à d'autres substances qui les cachent; puisqu'il faut faire des opérations de l'art pour les en séparer, elle ne sont pas du ressort de l'histoire naturelle. Cependant ces terres sont des êtres remarquables, par leur inaltérabilité au feu, par la propriété de ne pas se décomposer et de se comporter dans les combinaisons comme des matières simples et indestructibles; mais le naturaliste ne peut faire des recherches sur des substances qui n'existent pas séparément des autres minéraux, et qui ne peuvent en être séparées que par des procédés absolument étrangers à l'histoire naturelle. Le premier principe, la première règle de cette science est de ne considérer ses objets que dans les différens états où la nature les a formés, les fait accroître, les maintient, ou les fait passer pour les détruire; tout mêlange artificiel, toute dissolution par des menstrues, toute précipitation chimique change leur état naturel et les falsifie aux yeux des naturalistes, parce qu'il y a autant de différence entre l'histoire naturelle et la chimie, qu'entre la nature et l'art.

La nature fait des mélanges et des combinaisons; mais les naturalistes ne les connaissent qu'autant que

les caractères distinctifs de chacune des substances réunies dans les terres, les pierres et les autres minéraux, sont évidens ou faciles à connoître, dans l'état naturel de ces matières mêlangées.

En chimie, tout minéral qui contient un acide et une substance alcaline, terreuse ou métallique, est un sel; de sorte qu'une pierre à bâtir, un marbre, un albâtre sont des sels. Mais les naturalistes ne suivent pas la même règle; ils ne reconnaissent pour sels que les minéraux qui sont fusibles dans l'eau, et qui ont une saveur piquante. Avant que le gypse fût mis au nombre des sels, il fallait qu'une substance, dont la saveur étoit piquante, pût fondre dans une quantité d'eau, qui ne surpassât pas de beaucoup son poids; mais pour dissoudre le gypse, il faut 500 fois son pesant d'eau.

L'absorption du calorique, à mesure que la solution d'un sel s'opère, est la cause du refroidissement de l'eau employée à cette dissolution; mais, en même tems, le sel retarde la congellation, en empêchant les molécules de l'eau de s'unir. Au contraire, si le vase qui renferme cette eau, est plongé dans une eau qui dissout du sel, son refroidissement et sa congellation seront, en même tems hâtés, parce que d'une part le calorique passera dans l'eau environnante, et que de l'autre le vase étant imperméable au sel, rien n'empêchera la crystallisation de l'eau.

Les chimistes ont fait des recherches sur la cause de la saveur, et personne n'a répandu plus de jour sur cet objet, que Macquer. Pour développer sa théorie il faut observer d'abord, que la saveur consiste en

général ; dans une impression plus ou moins marquée sur les nerfs, qui tapissent la langue et la voûte du palais : mais cette impression est sensible, sur-tout sur cet organe, à cause de la grande quantité de nerfs qui y est à découvert ; il y a des sels qu'on appelle caustiques, tel que le nitrate d'argent, ou la pierre-infernale, qui agissent sur une partie quelconque de la peau, parce que leur énergie est telle, qu'elle pénètre à travers les enveloppes des nerfs, formées par la peau. Il y a des sels dont l'action sur les nerfs est si faible, qu'elle est insensible sur ceux de l'organe du goût, et ne se fait sentir qu'aux nerfs de l'estomac qui sont plus délicats, tel est le sulfate calcaire (gypse). Il paraît donc, 1°. qu'il y a une succession graduée de nuances, depuis l'action du sel qui a le moins de saveur, jusqu'à celle du sel le plus caustique ; 2°. que la saveur et la causticité agissent sur les nerfs, dans lesquels réside la disposition à recevoir l'impression produite par le corps savoureux ou caustique.

Or, suivant la théorie de Macquer, la causticité consiste dans une combinaison rapide de la substance du corps caustique, avec celle de notre organe, c'est-à-dire, de la partie nerveuse de notre corps ; et delà vient qu'à mesure que le corps caustique agit, il perd de sa force, ensorte que la causticité devient nulle quand le caustique a dissous toute la matière animale qu'il est capable de dissoudre. La saveur des sels dépend donc à-la-fois du plus ou du moins de tendance qu'ils ont à se combiner avec les nerfs de notre corps,

corps, de la délicatesse de ses nerfs qui les met plus ou moins en prise à l'action du sel.

On peut distinguer cinq espèces de saveurs dans les sels, savoir : la saveur astringente ou stiptique, c'est-à-dire, qui resserre, qui condense, comme celle du sulfate de fer (vritriol vert); la saveur douceâtre, comme celle du sulfate d'alumine (alun), dans le premier instant, laquelle devient ensuite fortement astringente; la saveur salée ou du muriate de soude (sel gemme); la saveur fraîche, comme dans le nitrate de potasse ou salpêtre; et la saveur amère, comme dans le sulfate de magnésie, ou sel d'epsom.

Les substances métalliques et beaucoup d'autres sont susceptibles de combustion : on reconnaît les métaux par des caractères particuliers; mais pour savoir qu'une autre substance est combustible, il faut en brûler quelque partie : ce moyen n'est pas proposable par rapport au diamant. Heureusement pour les méthodistes, les différens genres de substances combustibles sont en petit nombre; il n'y en a que trois, qui sont le diamant, le soufre et les bitumes. Il est aisé de les reconnaître par leurs caractères distinctifs; ainsi l'on peut se dispenser d'en donner un à la classe, qui soit plus facile que la combustion.

Le mécanisme de la combustion est une des grandes et belles découvertes des chimistes, nos contemporains; il n'est point étranger à l'histoire naturelle, puisque la combustion se fait sans être précédée d'aucune opération chimique, et sans autre addition que celle du calorique, substance invisible, et qu'aucune matière

ne peut retenir: cependant on a de si bonnes preuves de son existence par ses effets, que l'on ne peut pas le nier.

La combustion présente, en général, l'aspect d'un corps qui se dissipe en produisant ce qu'on appelle communément chaleur et lumière. Il était naturel d'attribuer d'abord la cause de cette dissipation au dégagement d'un principe qu'on nommait feu, et dont on faisait un des élémens des corps. Staal donna le nom de phlogistique ou de principe inflammable, au feu combiné et fixé dans les corps, et incapable alors de chauffer ni de luire, pour le distinguer du feu libre et en action, dont le dégagement était accompagné de chaleur et de lumière. Cette doctrine faisait du phlogistique un principe identique dans tous les corps, et qui se trouvait seulement en plus grande abondance dans ceux qui étaient inflammables; ensorte que les différences que présentaient ces corps en brûlant avec flamme ou sans flamme, avec ou sans odeur, etc., ne provenait que de la diversité des principes auxquels le phlogistique était uni, au lieu que les anciens chimistes confondaient ce qu'ils appelaient le principe inflammable avec les huiles, les soufres, et les autres principes des corps qui ne jouent qu'un rôle auxiliaire dans la combustion.

Ensuite on a cru que les molécules du feu élémentaire étaient logées dans celles des corps, comme autant de petites enveloppes, où elles éprouvaient une compression semblable à celle d'un ressort bandé. Dans la combustion le feu, en s'échappant par la force expansive des particules par lesquelles com-

mençait la déflagration, imprimait aux particules voisines une secousse qui occasionnait leur rupture par le débordement du feu qu'elles recelaient, et ainsi de proche en proche la commotion, et par une suite nécessaire, l'embrasement se communiquait à toute la masse (1). L'air contribuait à entretenir et à accélérer l'action du feu, en réagissant contre lui, et en opposant à la dissipation un obstacle qui concentrait son action dans un espace plus étroit, et en augmentait l'énergie (2).

Pour entendre l'explication que la nouvelle chimie donne du mécanisme de la combustion, il faut se faire une idée juste de l'oxigène.

Il y a dans l'air de l'atmosphère deux parties très-distinctes l'une de l'autre par leurs effets ; l'une est respirable, et l'autre non respirable : sur cent parties d'air, il y en a vingt-sept respirables, et soixante et treize non respirables.

« L'air de l'atmosphère, dit Lavoisier (3), est principalement composé de deux fluides aëriformes ou gaz ; l'un respirable, susceptible d'entretenir la vie des animaux, dans lequel les corps combustibles peuvent brûler ; l'autre qui a des propriétés absolument opposées, que les animaux ne peuvent respirer, qui ne peut entretenir la combustion, etc. Nous avons donné

(1) Nollet, leçon de phis., tom..... pag. 196.

(2) Spect. de la nat., tom. 4, pag. 222.

(3) Traité élémentaire de chimie, tom. 1, pag. 54.

à la base de la portion respirable de l'air le nom d'oxigène, en le dérivant de deux mots grecs, acide et engendrer, parce qu'en effet, une des propriétés les plus générales de cette base est de former des acides, en se combinant avec la plûpart des substances. Nous appellerons donc oxigène la réunion de cette base avec le calorique : sa pesanteur, dans cet état, est assez exactement d'une once et demie par pied cube, le tout à dix degrés de température, et à vingt-huit pouces du baromètre ».

« Les propriétés chimiques de la partie non respirable de l'air de l'atmosphère, n'étant pas très-bien connues, nous nous sommes contentés de déduire le nom de sa base de la propriété qu'a ce gaz de priver de la vie les animaux qui le respirent : nous l'avons donc nommé azote, de l'*a* privatif des grecs, et de *zoon* vie ; ainsi la partie non respirable de l'air, sera le gaz azotique. Sa pesanteur est d'une once, 3 gros, 48 grains le pied cube ».

La combustion consiste dans une combinaison des molécules d'un corps avec celles de l'oxigène, que ce corps enlève à l'air atmosphérique, accompagnée du dégagement du calorique et de la lumière, qui tenait l'oxigène à l'état de gaz. Si la combustion se fait rapidement, l'abondance avec laquelle le calorique et la lumière se dégageront, donnera à ces principes une telle activité qu'ils produiront la sensation de la lumière. Mais quelquefois la combustion est assez lente pour que le dégagement de ces mêmes principes devienne insensible. Il peut arriver aussi qu'une partie du calorique et

de la lumière qui ont quitté l'oxigène, s'engage dans la nouvelle combinaison, et alors la chaleur et l'éclat produits par la combustion, seront ou très-foibles ou nuls pour nos sens.

Pour qu'un corps commence à brûler, il faut donc que les molécules de l'oxigène acquièrent plus d'affinité pour celles de ce corps, qu'elles n'en ont pour le calorique auquel elles adhèrent actuellement, c'est-à-dire, qu'il faut une cause capable de rompre l'équilibre qui existait entre les affinités réciproques de ces trois principes, l'oxigène, le calorique et la substance combustible. On produit cet effet en élevant la température dans laquelle se trouvait cette dernière substance; ainsi, quand on applique un charbon froid contre un charbon ardent, le calorique, qui se dégage de celui-ci, ne sert qu'à troubler l'état d'équilibre dont nous avons parlé, et à mettre en jeu les affinités, jusqu'alors comme suspendues. La combustion une fois commencée, le nouveau calorique qui se dégage, entretient la température requise pour la continuer et la propager.

La nature nous fait voir les substances métalliques en différens états. Elle nous les montre dans leur éclat, ou seulement avec la propriété de devenir éclatantes.

Le métal pur qui n'est combiné avec aucune autre matière, a un aspect brillant que l'on a désigné par la dénomination d'éclat métallique, *nitor metallicus*. Cet éclat vient de la grande opacité des métaux, et de la propriété qu'ils ont de réfléchir très-fortement les rayons de la lumière. Les couleurs

VINGT-CINQIÈME SÉANCE.

(21 *Ventôse*).

MATHÉMATIQUES.

LAPLACE, *Professeur.*

Jusqu'ici nous n'avons considéré, parmi les équations des degrés supérieurs au premier, que celles qui ne renferment qu'une inconnue; mais le plus souvent, les applications de l'analyse offrent les inconnues mêlées ensemble, dans les équations qui doivent les déterminer. Pour avoir leurs valeurs, il est nécessaire de les séparer, en éliminant de ces équations toutes les inconnues, à l'exception d'une seule. On forme ainsi des équations à une inconnue, auxquelles on peut appliquer les méthodes rigoureuses ou approchées, de résoudre les équations. On a vu que cette élimination est toujours facile dans les équations du premier degré, et que l'équation finale est pareillement de ce degré : mais il n'en est pas ainsi des équations des degrés supérieurs, et l'équation finale s'élève presque toujours beaucoup plus que les équations composantes.

Concevons que l'on ait entre les deux inconnues x et y, deux équations complettes, l'une, du degré m, et l'autre, du degré n; c'est-à-dire, telles que les

puissances et les produits de ces inconnues s'élèvent à la dimension m, dans la première, et à la dimension n, dans la seconde. Par *dimension*, on entend dans l'analyse, la somme des exposans des quantités. Supposons de plus, m égal ou plus grand que n; il est clair que l'on pourra, au moyen de la seconde équation, éliminer de la première, les puissances de x, égales ou supérieures à x^n; il suffit d'y substituer pour x^n, sa valeur tirée de la seconde équation, et de continuer ces substitutions, jusqu'à ce que l'on parvienne à une équation qui ne renferme que des puissances de x, inférieures à x^n. On aura donc ainsi, une troisième équation, dans laquelle la plus haute puissance de x^n, sera x^{n-1}. En éliminant à son moyen, les puissances x^n et x^{n-1}, de la seconde équation, on aura une quatrième équation dans laquelle x^{n-2} sera la plus haute puissance de x. Cette équation combinée de la même manière, avec la troisième, donnera une cinquième équation dans laquelle x^{n-3}, sera la plus haute puissance de x. En continuant ainsi, on parviendra à une équation indépendante de x, et qui sera l'équation finale en y.

On doit observer qu'avant d'y parvenir, on aura une équation du premier degré en x, qui donnera x en y; ensorte qu'ayant les différentes valeurs de y, par la résolution de l'équation finale, on aura sur-le-champ, les valeurs correspondantes de x, sans être obligé de résoudre l'équation finale en x.

Si l'on conçoit la première des deux équations proposées entre x et y, résolue par rapport à x; ses racines que nous nommerons a, b, c, etc. seront fonctions de y. Si l'on conçoit pareillement la seconde de ces équations, résolue par rapport à x, ses racines que nous nommerons a', b', c', etc., seront fonctions de y. Or, il est évident que les valeurs de x, doivent être égales dans ces deux équations; on a donc $a = a'$, ou $a' - a = o$; et comme il n'y a aucune raison d'égaler plutôt les racines a et a', que les racines a et b', on a pareillement $a - b' = o$. On voit ainsi que l'équation finale en y, doit satisfaire également aux diverses équations que l'on peut former, en retranchant chacune des racines a', b', c', etc., des racines a, b, c, etc.; elle doit donc être le produit de toutes ces équations. Dans ce produit, les racines a, b, c, etc., entrent de la même manière; il est parconséquent une fonction invariable de ces racines qui peuvent en être éliminées au moyen des coëfficiens des puissances de x, dans la première équation. Ce produit est encore invariable par rapport aux racines a', b', c', etc.; elles peuvent donc en être éliminées, au moyen des coëfficiens des puissances de x, dans la seconde équation; il deviendra ainsi une fonction rationelle et entière de y, et en l'égalant à zéro, on aura l'équation finale en y.

Cette équation peut être formée plus simplement, en substituant successivement au lieu de x, dans la seconde des équations proposées, les racines a, b, c, etc., et en formant le produit des m équations qui en résultent. Ce produit égalé à zéro, sera l'équation

finale cherchée, et comme il est une fondation invariable des racines a, b, c, etc., on pourra les éliminer, au moyen des coëfficiens des puissances de x, dans la première équation.

Le degré de l'équation finale est visiblement égal à la plus haute puissance de y, dans le produit $a^n . b^n . c^n$. etc.; or, le produit $a. b. c.$ etc., étant la quantité indépendante de x, dans la première des équations proposées, la plus haute puissance de y qu'elle contient, est y^m; la plus haute puissance de y dans l'équation finale, est donc y^{mn}; ainsi, le degré de cette équation dans le cas général, est égal au produit des degrés des deux équations composantes, et dans aucun cas, il ne peut pas excéder ce produit.

p étant une des racines de l'équation finale en y; en la substituant pour y, dans les deux équations proposées, on aura deux équations en x, qui auront pour diviseur commun $x - q$, q étant la valeur de x, correspondante à la valeur p, de y.

De-là résulte un nouveau moyen d'obtenir l'équation finale en y; car les deux équations proposées devant avoir un diviseur commun en x, si l'on cherche ce diviseur par les méthodes connues, on parvient à un reste qui est une fonction de y, et qui, étant égalé à zéro, donnera l'équation finale.

On peut encore parvenir à cette équation finale, par la méthode suivante. Multiplions la première des deux équations par un polynome en x et y du degré r; nous pouvons, au moyen de la seconde équation,

éliminer du produit, toutes les puissances de x, égales ou supérieures à x^n. Nous pouvons de plus, prendre ce polynome assez élevé, et renfermant par conséquent un nombre suffisant de coëfficiens arbitraires, pour faire disparaître à leur moyen, les coëfficiens des diverses puissances de x, qui resteront dans le produit, après l'élimination dont nous venons de parler. Alors on aura l'équation finale en y. Mais on doit observer que l'on aurait pu, au moyen de la seconde des équations proposées, faire disparaître du polynome toutes les puissances de x, égales et supérieures à x. Il faut donc pour le débarrasser des coëfficiens inutiles, n'employer qu'un polynome multiplicateur, dans lequel ces puissances ne se rencontrent point. Il est facile de voir que, dans ce cas, le nombre de ses coëfficiens arbitraires, est $\frac{n \cdot (2i - n + 3)}{2}$.

Il faut diminuer ce nombre d'une unité, parce que l'on peut concevoir le polynome entier, divisé par l'un de ses coëfficiens, ensorte que le nombre des coëfficiens arbitraires et utiles, est $\frac{n.(2i-n+3)}{2} - 1$.

Le degré du produit de la première équation proposée, par ce multiplicateur, est $m + i$; et quand on a fait disparaître de ce produit, les puissances de x, égales et supérieures à x^n, le nombre de termes qui renferment x et ses puissances, est $\frac{(n-1).(2m+2i-n+2)}{2}$.

Il faut que ce nombre soit égal à celui des coëfficiens arbitraires, pour faire disparaître ces termes; on a donc,

pour déterminer le degré i du polynome, l'équation suivante : $\frac{(n-1).(2m+2i-n+2)}{2} = n.\frac{(2i-n+3)}{2} - 1$;

d'où l'on tire $m+i=mn$; or, $m+i$ est le degré de l'équation finale en y : ce degré est donc égal au produit des degrés des équations composantes.

Vous trouverez cette méthode exposée dans un grand détail, et appliquée à un nombre quelconque d'équations et d'inconnues, dans un très-bon ouvrage de Bezout, qui a pour titre : *Théorie des équations*. L'auteur y démontre, par une application ingénieuse du calcul aux différences finies, ce théorême général, savoir que, *si l'on a un nombre quelconque d'équations complettes entre un pareil nombre d'inconnues, le degré de l'équation finale, résultante de l'élimination de toutes les inconnues, à l'exception d'une seule, est égal au produit des degrés de toutes ces équations.*

Ce degré peut s'abaisser, quand les équations ne sont pas complettes; il importe alors d'avoir l'équation finale, la plus simple, et débarrassée des facteurs étrangers aux problêmes, et qu'introduisent souvent les procédés de l'élimination. Bezout donne les moyens de remplir cet objet, relativement aux équations incomplettes d'un grand nombre de formes.

Cette méthode d'élimination, est un cas particulier d'une méthode générale connue sous le nom de *méthode des coëfficiens indéterminés*. Souvent la forme des expressions des grandeurs est évidente, et il ne reste à connaître que les coëfficiens de leurs différens termes. On les suppose arbitraires, et en substituant ces expressions, dans les équations auxquelles il faut satis-

faire, il en résulte des équations de condition qui déterminent ces coëfficiens. On fait toujours ensorte que le nombre des équations de condition, n'excède pas celui des coëfficiens arbitraires; mais quoique cette égalité ait lieu, il arrive quelquefois que les équations sont impossibles. Ainsi, la méthode des coëfficiens indéterminés, doit être employée avec circonspection, et les conséquences qu'elle fournit ne doivent pas toujours être admises sans réserve. La méthode précédente d'élimination, laisse donc un peu d'incertitude sur le véritable degré de l'équation finale. D'ailleurs, elle n'est pas aussi directe que la méthode fondée sur la considération des racines : il est donc à desirer que l'on étende à un nombre quelconque d'équations et d'inconnues, cette dernière méthode qui jusqu'à présent, est restreinte à deux équations entre deux inconnues.

Il suffit presque toujours de résoudre une des équations finales, pour avoir les autres inconnues, par des équations du premier degré; ce qui est visible par la première des méthodes d'élimination, que nous venons d'exposer. Cependant, il y a des cas où quelques-unes de ces inconnues ne peuvent se déterminer au moyen de l'inconnue de l'équation finale, qu'en résolvant des équations du second degré, et même des degrés supérieurs. C'est ce qui arrive, lorsqu'à une même valeur de l'inconnue relative à l'équation finale, répondent deux ou un plus grand nombre de valeurs d'une inconnue.

Les usages d'élimination sont fort étendus. Pour en donner quelques exemples relatifs à notre objet,

c'est-à-dire, à la résolution des équations : concevons que l'on ait, entre plusieurs racines d'une équation proposée, une relation quelconque. Si l'on considère ces racines comme des inconnues déterminées par autant d'équations résultantes de leur substitution dans l'équation dont elles sont les racines, on pourra les éliminer toutes de la relation donnée, à l'exception d'une seule ; on aura ainsi une nouvelle équation, pour déterminer cette racine, et en cherchant le plus grand commun diviseur de cette équation et de la proposée, dans laquelle on substitue cette racine, au lieu de l'inconnue, on aura la valeur de cette racine. On peut donc déterminer, par ce moyen, chacune des racines qui entrent dans la relation donnée. Mais on doit observer, que si deux de ces racines y entrent de la même manière, ensorte qu'on puisse les changer l'une dans l'autre, sans que la relation change ; alors, le plus grand commun diviseur sera du second degré ; il sera du troisième degré, si trois racines entrent de la même manière, dans la relation donnée, et ainsi de suite.

Si chaque racine d'une équation proposée d'un degré pair, que nous représentons par $2n$, a une racine correspondante, avec laquelle elle soit dans une relation donnée, telle que cette relation ne change point, en y changeant ces deux racines l'une dans l'autre ; alors, la résolution de la proposée, ne dépend que d'une équation du degré n. En effet, x et x' étant deux racines correspondantes de cette équation, si l'on suppose $x+x'=z$; et si dans la relation donnée, on substitue au lieu de x', sa valeur $z-x$, on aura

une équation entre z et x, de laquelle éliminant x au moyen de la proposée, on aura une équation finale en z. Mais si l'on forme l'équation générale dont les racines soient les sommes des racines de la proposée, prises deux à deux, on aura une nouvelle équation en z. Ces deux équations en z, auront, par conséquent, un diviseur commun, qui sera du degré n ; car il n'y a, par la supposition, que n couples de racines qui satisfassent à la relation donnée. On aura donc chacun de ces couples, au moyen d'une équation du degré n. Maintenant, si l'on suppose que $-p$ soit l'un d'eux, le facteur du second degré $x^2 + px + q$, sera un diviseur de la proposée, q étant une quantité qu'il s'agit de déterminer. Pour cela, on divisera la proposée par ce facteur ; et après avoir fait la division, autant qu'il est possible, on égalera séparément zéro, dans le reste de la division, et le coëfficient de x, et la quantité qui en est indépendante. On aura ainsi deux équations entre p et q ; et comme p est supposé connu, on aura q, en cherchant le commun diviseur de ces deux équations.

Si la proposée, par exemple, est telle que les coëfficiens des termes également éloignés des extrêmes, soient les mêmes, ce qui constitue les équations que l'on nomme *réciproques* ; alors, il est clair que x, étant une des racines de l'équation, elle aura une racine correspondante x', telle que $x' = \frac{1}{x}$. En faisant donc $x + \frac{1}{x} = z$, z sera donné par une équation du degré n. On obtiendra facilement cette équation,

équation, en observant que si l'on divise par x^n tous les termes de la proposée ; et si l'on réunit les termes également éloignés des extrêmes, on aura des sommes de la forme $f.\left(x^r + \frac{z}{x^r}\right)$; et il est très-aisé d'avoir ces sommes en fonctions de z.

On voit ainsi que le choix des inconnues n'est pas indifférent dans la solution des problêmes ; si deux d'entr'elles, par exemple, sont données par la même équation, il sera plus simple d'employer à leur place une nouvelle inconnue, qui ait un même rapport avec chacune d'elles, telle que leur somme ou leur produit. Cette nouvelle inconnue sera donnée par une équation plus simple. En général, pour avoir les solutions des problêmes, les plus élégantes, il faut choisir les inconnues, de manière à obtenir les équations les moins élevées, par des artifices analogues à ceux dont nous avons fait usage pour la résolution des équations.

On peut encore, au moyen de l'élimination, faire disparaître les radicaux d'une équation irrationnelle. On égalera chacun de ces radicaux à une inconnue ; et dans cette dernière égalité, on fera disparaître le radical, en élevant chaque membre de l'équation à une puissance convenable. On aura ainsi plusieurs équations rationnelles entre le même nombre d'inconnues ; et l'élimination donnera une équation finale et rationnelle, qui ne renfermera que la première inconnue.

On a vu le peu de progrès que l'on a faits jusqu'ici dans la résolution des équations complètes ; et l'on peut juger, par la complication des expressions

des racines dans les degrés résolus, du peu d'utilité que l'on retirerait de la résolution générale des équations. Ces raisons ont déterminé les analystes à s'occuper des méthodes d'approximation. Voici de toutes ces méthodes la plus naturelle et la plus simple.

Si, après avoir fait passer tous les termes d'une équation dans le premier membre, on y substituait successivement, au lieu de l'inconnue, tous les nombres tant positifs que négatifs, il est clair que ce membre donnerait une suite de résultats qui ne seraient nuls, que dans le cas où les nombres substitués seraient égaux aux racines réelles de l'équation. Il est visible encore qu'en-deça et au-delà de ces racines, les résultats des substitutions auraient des signes contraires; en substituant donc successivement, au lieu de l'inconnue, des nombres très-rapprochés, on aura autant de changemens de signes dans les résultats, qu'il y a de racines réelles dans l'équation proposée.

Pour ne laisser échapper aucune racine réelle, il faut que la différence de la progression des nombres que l'on substitue au lieu de l'inconnue, soit moindre que la plus petite différence des racines. Si l'on avait quelqu'incertitude à cet égard, on pourrait former l'équation aux quarrés des différences des racines, et chercher la plus petite valeur positive de cette équation, par la méthode que nous allons bientôt indiquer. La plus petite différence des racines réelles de la proposée, ne surpassera jamais la racine quarrée de cette valeur.

Quand on parvient, par des substitutions successives, à deux résultats de signes contraires, on est

assuré qu'une des racines réelles de l'équation, tombe entre les valeurs qui, substituées pour l'inconnue, ont produit ces résultats. Alors, en prenant une moyenne entre ces valeurs, et en la substituant pour l'inconnue, dans l'équation proposée, la racine sera comprise entre cette valeur moyenne, et celle des deux valeurs extrêmes, qui ont donné un résultat de signes contraire au sien. La limite dans laquelle cette racine est comprise, est donc par-là, resserrée. En continuant de resserrer cette limite, on parvient à une valeur de la racine, aussi approchée que l'on veut.

Mais quand on a une valeur déjà suffisamment approchée de la racine, on peut l'obtenir par une approximation beaucoup plus rapide, de cette manière. On substituera dans l'équation, au lieu de l'inconnue, cette première valeur approchée, plus une nouvelle inconnue, dont on négligera le quarré et les puissances supérieures. On aura ainsi, pour la déterminer, une équation du premier degré. En l'ajoutant à la première valeur approchée, on aura une seconde valeur plus approchée de la racine. Si l'on fait le même usage de cette seconde valeur, on aura une troisième valeur encore plus approchée, et ainsi de suite.

Cette méthode a l'avantage de s'étendre à un nombre quelconque d'équations, entre un pareil nombre d'inconnues. Si l'on a des valeurs suffisamment approchées de ces inconnues; alors, en substituant à leur place ces valeurs augmentées respectivement d'une nouvelle inconnue, et en négligeant les quarrés de ces nouvelles inconnues, elles seront déterminées par autant d'équations du premier degré. Ainsi, pour avoir les valeurs

très-approchées des inconnues, dans les équations proposées, on ne sera point obligé de recourir à l'élimination qui souvent est très-pénible. Enfin, la même méthode s'étend aux équations que l'on nomme *transcendantes*, et dont je vous parlerai dans la suite.

On a imaginé divers moyens pour avoir les premières valeurs approchées des équations : si l'on forme les sommes successives des quarrés, des cubes, des quatrièmes puissances, etc. des racines, il est visible que la plus grande des racines, abstraction faite du signe, se manifestera d'autant plus que les puissances seront plus élevées ; en divisant la somme des puissances m, pour la somme des puissances $m - 1$, le quotient approchera beaucoup de cette plus grande racine, si le nombre m et l'excès de cette racine sur chacune des autres, sont un peu considérables. Mais on aura plus exactement cette racine en extrayant la racine $m^{ième}$. de la somme des puissances m des racines.

On aura, de la même manière, la plus petite valeur approchée de l'inconnue, en faisant cette inconnue égale à l'unité divisée par une nouvelle inconnue. La plus petite racine de l'équation proposée devient alors la plus grande racine de l'équation transformée.

On peut encore déterminer la racine approchée des équations, par le moyen des fractions continues. Si l'on suppose que i et $i + k$ soient deux nombres qui, substitués dans l'équation proposée, au lieu de l'inconnue, donnent deux résultats de signes contraires, k étant positif et assez petit pour qu'il n'y ait qu'une racine réelle entre i et $i + k$; en faisant l'inconnue égale à i, plus l'unité divisée par une nouvelle inconnue,

on aura, pour déterminer cette seconde inconnue, une transformée dont il suffira de considérer la plus grande valeur positive. Supposons qu'elle tombe entre les deux nombres i', et $i' \times k'$, on fera la seconde inconnue égale à i' plus l'unité divisée par une troisième inconnue. En continuant ainsi, on voit que la valeur de la première inconnue sera exprimée par une fraction continue que l'on peut prolonger aussi loin que l'on veut.

Cette méthode a l'avantage de faire connoître les diviseurs commensurables du second degré, de l'équation proposée ; en vertu de cette propriété remarquable des équations du second degré, suivant laquelle les fractions continues qui expriment leurs racines, sont périodiques.

Pour avoir les racines imaginaires d'une équation, représentons par $m \pm n\sqrt{-1}$ deux de ces racines, $-4n^2$ sera une des racines de l'équation aux quarrés des différences des racines. On déterminera donc les racines négatives de cette dernière équation, ce qui donnera la valeur de n. En substituant ensuite $m+n\sqrt{-1}$, au lieu de l'inconnue dans la proposée, on égalera séparément à zéro, les termes imaginaires ; on formera ainsi deux équations en m, dont le plus grand commun diviseur déterminera la valeur de m, relative à la valeur supposée pour n.

Vous trouverez de plus grands détails sur ces objets, dans les mémoires de Fontaine, et dans les mémoires de l'académie des sciences de Berlin.

Les équations du troisième et quatrième degré,

peuvent se résoudre très-simplement, au moyen des tables de Sinus; mais comme cette méthode dépend de l'application de l'algèbre à la géométrie, nous remettons à l'exposer, quand nous traiterons de cette application.

Il me reste à vous dire un mot de l'analyse indéterminée. Dans cette analyse, les solutions des problêmes donnent moins d'équations que d'inconnues, ce qui rend ces solutions indéterminées; mais on assujettit les valeurs des inconnues, à être ou rationnelles, ou des nombres entiers, ou enfin des nombres entiers positifs, et ces conditions limitent ces valeurs; ensorte qu'elles sont quelquefois en nombre fini, et quelquefois impossibles. Pour les obtenir, il faut employer des artifices très-difficiles, et qui par-là, ont excité la curiosité des géomètres. On vous a expliqué l'ingénieuse méthode par laquelle on peut résoudre une équation du premier degré, entre deux inconnues. La résolution des degrés supérieurs doit offrir de bien plus grandes difficultés. Mais ayant à vous exposer un grand nombre d'autres objets plus utiles, je me contenterai ici de vous indiquer sur ces matières, le second volume de l'algèbre d'Euler, et sur-tout les belles additions que Lagrange y a jointes.

La célérité de l'impression de ce journal ne permettant pas de revoir un assez grand nombre d'épreuves des leçons de mathématiques, je donnerai à la fin de chaque leçon, l'*errata* des fautes les plus

essentielles que j'aurai remarquées dans la leçon précédente (1).

PHYSIQUE.

HAUY, *Professeur.*

Nous ne quitterons pas les liquides, sans vous avoir entretenus d'une espèce singulière de phénomène, qui paraît faire exception aux lois ordinaires de l'hydrostatique, et qui est connu sous le nom de phénomène des tubes capillaires. A l'égard de l'hydrostatique elle-même, elle fait naturellement partie du cours que donnent ici les citoyens Lagrange et Laplace; et elle leur appartient même d'autant mieux que, d'après la méthode qu'ils se proposent de suivre, cette science, que plusieurs géomètres célèbres n'avaient soumise au calcul qu'après avoir emprunté à la physique une base tirée de l'expérience, remonte immédiatement au principe général de la mécanique, et rentre toute entière dans le domaine de l'analyse, qui en est plus parfaite, lorsqu'elle sait ainsi se suffire à elle-même.

Nous allons d'abord exposer le phénomène, et ensuite nous en donnerons l'explication.

Si l'on plonge dans l'eau un tube ouvert par ses deux extrémités, et dont le diamètre intérieur ait une certaine étendue, le niveau subsistera encore. Mais si le tube est capillaire, c'est-à dire, si sa cavité

(1) Ces fautes ont été corrigées dans cette nouvelle édition.

représente un cylindre assez délié pour être comparé à un cheveu, au moment de l'immersion l'eau s'élancera dans son intérieur, et y demeurera suspendue à une hauteur très-sensible au-dessus du niveau.

Nous venons de supposer l'expérience dans un des cas où le phénomène est le plus frappant; mais ce phénomène est soumis à la loi de continuité, et marche, par nuances, comme les autres. Dans les tubes d'un diamètre ordinaire, déjà la surface de l'eau intérieure forme une petite concavité, dont les bords s'élèvent un peu au-dessus du niveau, en s'appliquant contre le verre. Si l'on emploie des tubes toujours plus étroits, il y aura un terme où l'axe même de la colonne commencera à dépasser visiblement le niveau; et cet effet ira toujours en croissant, à mesure que le diamètre du tube sera plus petit.

La loi du phénomène, telle que la donne l'expérience, consiste en ce qu'un même fluide s'élève, dans différens tubes, à des hauteurs qui sont en raison inverse des diamètres de ces tubes.

L'observation fait voir encore que les hauteurs, auxquelles différentes liqueurs s'élèvent dans un même tube, ne sont pas proportionnelles aux densités de ces liqueurs. Par exemple, l'alcohol s'y élève moins que l'eau.

Le mercure, au contraire, se tient au-dessous du niveau, et son abaissement est en raison inverse du diamètre du tube. Mais ces effets supposent que l'on prend le tube tel qu'il se présente; car nous verrons bientôt qu'au moyen de certaines précautions, on

peut obtenir de même l'élévation du mercure au-dessus du niveau.

Enfin, si l'on enduit l'intérieur du tube d'une couche de matière grasse, telle que l'huile ou le suif, les mêmes effets cesseront d'avoir lieu, et le fluide conservera son niveau.

L'explication de ces phénomènes a fort exercé la sagacité des physiciens. Les uns ont essayé d'en rendre raison, en supposant que l'air ne pouvant s'introduire dans le tube, que difficilement et en petite quantité, y exerçait sur la colonne intérieure, une pression moins forte que celle de l'air environnant sur le liquide extérieur; et si on leur objectait que les mêmes effets avaient lieu dans le vide, ils répondaient que, comme on ne pouvait jamais faire un vide parfait, l'air qui restait sous le récipient dans toutes les parties extérieures au tube, conservant le même rapport avec l'air intérieur, l'inégalité de pression et la différence de niveau qui en était la suite, devaient encore subsister. D'autres avaient recours à un fluide subtil, pour expliquer le phénomène, et les opinions se partageaient de nouveau sur la manière d'agir de ce fluide. Suivant les uns, ses parties étaient d'une forme globuleuse qui ne leur permettait pas de s'arranger assez exactement dans un tube d'un petit diamètre, pour exercer sur la colonne qui occupait ce tube, une pression égale à celle que les colonnes extérieures éprouvaient de la part du même fluide. Selon d'autres, la matière subtile formait de petits tourbillons qui, tournant autour du tube dans le sens de son axe,

nomie physique d'une part, et la physique ordinaire de l'autre, avaient chacune leur attraction, et partageaient entre ces deux forces l'explication des mouvemens qui, de loin, frappent nos regards, et de ceux qui demandent à être suivis de près.

Au reste, nous ignorons si cette attraction est réellement une force à part, ou si elle n'est que la gravitation universelle déguisée par l'effet des circonstances. Nous ne sommes pas plus instruits sur sa vraie cause. Nous devons imiter, à son égard, la sagesse des géomètres, par rapport à l'attraction céleste; en nous bornant à observer les faits, pour les ramener au plus petit nombre d'entr'eux qui puissent leur servir de lien commun. C'est-là toute la physique; bien saisir les phénomènes par l'observation et l'expérience; les rapprocher ensuite par la théorie, et, s'il se peut, les enchaîner par le calcul.

Pour revenir maintenant aux phénomènes des tubes capillaires, il n'est pas difficile de concevoir d'abord par le simple raisonnement, comment un liquide s'y élève au-dessus du niveau, quoique dans les tubes d'un plus grand diamètre, il reste sensiblement à la même hauteur que le liquide environnant; sur quoi il faut observer que l'attraction du tube, qui n'est sensible que près du contact, n'agit que sur la couche presqu'infiniment mince de liquide, qui adhère, sous la forme d'un cylindre creux, à sa surface intérieure.

Les molécules de cette première couche agissent ensuite par leur attraction propre sur celles de la seconde, et ainsi de proche en proche, jusqu'aux molécules qui répondent à l'axe de la colonne.

Or, plus le tube est étroit, et plus sa courbure est rentrante ; d'où il suit que ses molécules exercent sur le liquide des actions plus rapprochées ; ensorte que si l'on suppose une molécule de ce liquide, placée à la même distance d'un point attirant, pris sur les courbures de deux tubes différens, le petit arc dont ce point occupera le milieu dans le tube le plus étroit, s'infléchira davantage vers la même molécule, en agissant sur elle par des attractions plus voisines du contact : d'où l'on voit qu'il pourra y avoir un terme de rétrécissement, où l'attraction du tube devienne capable de tenir le liquide suspendu à une hauteur sensible. Par une suite nécessaire, les attractions mutuelles des couches qui vont de la surface à l'axe, partiront d'un plus haut degré de force, dans un tube plus étroit ; elles diminueront plus lentement ; enfin elles auront à parcourir un moindre nombre de degrés décroissans, entre la surface et l'axe : d'où il résulte que leur effet total sera de même plus considérable.

Plusieurs des physiciens qui ont attribué à l'attraction les effets des tubes capillaires, ont cru pouvoir démontrer rigoureusement le rapport inverse entre la hauteur et le diamètre de la colonne, lorsqu'on plonge différens tubes dans un même liquide. Jurin qui a fait une suite d'expériences intéressantes sur les phénomènes dont il s'agit, attribue la suspension du liquide à l'action de l'anneau de verre situé immédiatement au-dessus de la colonne de liquide. D'autres physiciens pensent que le même effet provient au contraire de l'anneau qui termine inférieurement le tube, en

qui agit de même dans toute l'étendue de cette colonne. A l'égard des autres forces, il faut distinguer entre celles qui sont relatives à la partie supérieure de la colonne, et celles qui concernent la partie voisine de l'extrémité inférieure du tube.

Pour évaluer les premières, on mène un plan horizontal qui soit tangent à la concavité formée par la partie supérieure de l'eau renfermée dans le tube. En raisonnant de la colonne de liquide située en dessous de ce plan, comme de la colonne extérieure que nous avons d'abord considérée, on concevra qu'elle doit attirer de même par en bas les molécules situées à la distance convenable dans l'axe de cette même colonne. Mais d'une autre part ces molécules sont attirées de bas en haut par la partie concave du liquide; de plus en appliquant au tube lui-même ce que nous avons dit du liquide, on verra qu'il doit y avoir un terme où l'action de la partie supérieure de ce tube, pour attirer en haut certaines molécules de fluide, l'emporte sur l'action de la partie inférieure pour faire descendre les mêmes molécules; et ainsi cette action se joint à celle de la partie concave de l'eau, pour balancer l'action contraire de la partie située en dessous de la concavité.

Reste à considérer ce qui se passe vers la partie inférieure du tube. Or, pour évaluer les forces qui agissent en cet endroit, il faut supposer que le tube ait un prolongement, jusqu'au fond du vase, qui soit d'une matière égale à l'eau en densité; ce qui met à portée de tenir compte de l'action qu'exerce la surface de l'eau qui fait continuité avec la surface intérieure,

intérieur du tube. Cela posé, on considère les actions que subissent deux molécules attirées, dont l'une est située en dedans du tube, un peu au-dessus de son extrêmité, et l'autre extérieure au tube et à la même distance, en dessous de cette extrêmité. La première est attirée de bas en haut par les parties supérieures du tube, dont cette molécule est plus éloignée que de l'anneau inférieur du même tube; ce que l'on concevra en appliquant encore ce qui a été dit par rapport à l'action du liquide, c'est-à-dire, en supposant deux plans qui interceptent de part et d'autre les parties qui se font équilibre : mais la même molécule est attirée de haut en bas, quoique plus faiblement, par le prolongement que l'on a supposé au tube; et c'est la différence entre les deux actions qui donne l'effet réel. De même la molécule située en dessous de l'extrêmité du tube, est attirée de bas en haut par le tube, et avec la même force que la première molécule; parce que l'intervalle qui la sépare du tube est le même que celui qui sépare la première de l'endroit où l'équilibre cesse d'avoir lieu, et où commence l'effet réel de l'attraction du tube. Mais elle est pareillement attirée de haut en bas par le prolongement du tube, et la différence entre les deux actions, est encore ici la même. Ainsi, en la doublant, on a la somme des actions qui s'exercent vers le bas du tube. Ces actions réunies à celles qui sont relatives à la partie supérieure du tube, et à celle de la pesanteur qui sollicite la colonne entière, donnent l'expression totale qui doit être comparée avec celle des forces qui agissent sur la colonne extérieure.

Or, quoique ces expressions ne représentent que d'une manière générale les intensités des attractions et les fonctions de la distance, qui sont inconnues, on voit cependant qu'il y a une infinité de lois d'attraction possibles, dont chacune donnera une quantité sensible pour l'élévation au-dessus du niveau, lorsque le diamètre du tube sera très-petit, et au contraire une quantité presque nulle, pour les cas où le diamètre du tube serait un peu considérable; et parmi les mêmes lois d'attraction, on pourra en choisir une qui donne le rapport inverse entre le diamètre du tube et la hauteur du liquide, à partir du niveau, conformément à l'expérience.

L'expression obtenue par Clairault, conduit à cette conséquence singulière, que quand même l'attraction du tube capillaire aurait une intensité moindre que celle de l'eau, pourvu que cette intensité ne fût pas deux fois plus petite, l'eau ne laisserait pas de monter.

A l'égard de l'abaissement du mercure, au-dessous de son niveau, lorsqu'on y plonge un tube capillaire, on a supposé qu'il provenait de ce que les molécules de ce métal liquide s'attiraient beaucoup plus fortement les unes les autres qu'elles n'étaient attirées par le mercure; et effectivement dans cette hypothèse, on doit avoir des effets contraires à ceux qui ont lieu par rapport aux liquides ordinaires.

Mais les expériences faites à Metz, par le citoyen Casbois, prouvent que quand le tube et le mercure sont l'un et l'autre parfaitement desséchés, le métal s'élève au-dessus du niveau, comme les liquides

aqueux. Ce physicien a sondé ensemble deux tubes de verre, dont l'un, qui avait un diamètre sensible, sur une longueur d'environ trois pouces, était fermé à l'une de ses extrêmités ; l'autre extrêmité, qui était ouverte, communiquait avec un tube capillaire d'environ $\frac{1}{4}$ de ligne de diamètre, et d'environ 36 pouces de longueur. L'ensemble des deux tubes était courbé à l'endroit de leur jonction, et le tube capillaire se repliait vers son extrêmité, qui portait un réservoir en forme de boule ouverte, comme dans plusieurs des baromètres ordinaires. On a rempli le tout de mercure, que l'on a fait bouillir, à plusieurs reprises, pour le dépouiller, autant qu'il était possible, de son humidité. Ayant ensuite disposé les tubes de manière que la branche capillaire était située verticalement, et que la partie la plus basse était celle qui portait le réservoir, on a vu le mercure descendre à-peu-près à la hauteur de 28 pouces dans la branche capillaire. Au moyen de la lampe d'émailleur, on a détaché de cette branche la partie qui excédait la longueur de 30 pouces ; et l'extrêmité de cette partie, ainsi que celle de la branche capillaire, ont été fermées hermétiquement, par l'opération même. On avait alors, d'une part, un baromètre capillaire, et de l'autre, un syphon composé d'une grosse branche, et d'une branche capillaire : et comme une partie du mercure était restée suspendue dans la grosse branche, tandis que le reste descendait dans le baromètre à la hauteur de 28 pouces, lorsqu'ensuite ce syphon était situé de manière que sa convexité regardait la terre, le mercure s'y élevait en même tems dans les deux branches.

Or, en comparant le baromètre capillaire avec les autres baromètres, on remarquait que le mercure s'y tenait deux ou trois lignes plus haut ; et à l'égard du syphon, la hauteur de la colonne de mercure qui occupait la branche capillaire, excédait de la même quantité celle de la colonne correspondante.

Il paraît, d'après ces expériences, que l'abaissement du mercure au-dessous du niveau, dans le cas ordinaire, est l'effet d'une petite couche d'humidité qui s'attache à la surface intérieure du tube, et dont l'interposition suffit pour affaiblir sensiblement la vertu attractive du verre à l'égard du mercure, et pour rendre prépondérante l'affinité mutuelle des molécules de ce métal. Lorsqu'on parvient à supprimer cette humidité, le mercure rentre dans l'analogie des autres liquides. Ceux-ci ont aussi leur cas d'exception, qui est celui où l'on enduit l'intérieur du tube d'une couche de matière grasse, qui, ne permettant pas au liquide de parvenir à une assez grande proximité du verre, et n'ayant, par elle-même, que peu d'action sur le liquide, détruit l'influence du tube, pour troubler l'effet des lois ordinaires de l'hydrostatique.

On peut, en poussant à l'extrême le dessèchement du mercure et celui du tube qui le renferme, se procurer des baromètres, dans lesquels la colonne de mercure se terminera par une surface plane. Les citoyens Laplace et Lavoisier ont construit de ces baromètres, et même ils sont parvenus à rendre concave la surface du mercure. Mais ils ne regardaient pas ces instrumens comme plus parfaits que les baromètres ordinaires, parce que si d'une part le dessèchement donnait de

l'avantage à la pression de l'atmosphère, en supprimant l'action contraire de la petite vapeur qui se forme ordinairement au-dessus du mercure ; d'une autre part l'excés d'adhérence que ce liquide contractait pour le verre, ôtait à la colonne de sa mobilité ; ensorte qu'il fallait secouer le baromètre, pour faire disparaître l'effet de cette adhérence, et ainsi on ne faisait que substituer une gêne d'une nouvelle espèce à celle dont on avait débarrassé l'instrument.

Nous avons dit que les hauteurs auxquelles s'élevaient différentes liqueurs dans un même tube, ne suivaient pas le rapport des densités ; et il est facile d'en concevoir la raison, au moins d'une manière générale, lorsqu'on attribue le phénomène à l'attraction, parce que cette force varie suivant les différentes natures des substances, suivant la figure des pores, la disposition des molécules, et autres circonstances qui peuvent déterminer une plus grande intensité d'attraction, relativement à des liquides d'une moindre pesanteur spécifique.

On a cherché à comparer les hauteurs auxquelles s'élevaient différens fluides dans un même tube, avec le diamètre intérieur de ce tube. Les résultats donnés sur cet objet, par différens physiciens, varient sensiblement entr'eux, ce qui provient des différentes compositions des verres employés aux expériences ; mais ils ont cela de commun que les hauteurs des colonnes, au-dessus du niveau, ne sont pas proportionnelles aux densités. Dans les expériences faites par Musschenbroek, avec un tube de verre, composé de plomb et de caillou, ayant une longueur de sept

pouces, mesure du Rhin (1), sur un diamètre intérieur d'un $\frac{1}{10}$ de pouce, l'eau monta 13 lignes $\frac{1}{2}$ au-dessus du niveau, le vin rouge à 8 lignes $\frac{1}{2}$, et l'alcohol à 6 lignes.

Newton cite une expérience faite au moyen de deux lames de verre, situées parallèlement, à une distance d'environ $\frac{1}{100}$ de pouce, mesure de Londres (2), entre lesquelles l'eau s'élevait à un pouce au-dessus du niveau.

On peut disposer les deux lames de verre, de manière qu'elles se touchent par un de leurs bords, et forment entr'elles un angle très-aigu : si on les plonge dans l'eau de manière que leur ligne de jonction soit perpendiculaire à la surface de ce liquide, on le verra s'élever subitement entre les deux lames, en formant une courbe qui tournera sa convexité vers la ligne de jonction, et qui passera par les extrêmités des différentes hauteurs auxquelles doit s'élever le liquide, à proportion que l'intervalle diminue entre les deux lames de verre. Et comme les différens intervalles décroissent dans le même rapport que les distances entre les points correspondans de la courbe et la ligne de jonction, il en résulte que cette courbe sera une hyperbole, qui aura pour asymptotes cette

(1) Le pied du Rhin vaut à-peu-près 11 pouces $\frac{1}{2}$ de notre mesure.

(2) Le pied de Londres répond à environ 11 pouces trois lignes de notre mesure.

même ligne de jonction, et la ligne de niveau, suivant laquelle se fait l'immersion du verre. C'est une suite du rapport inverse dont nous avons déjà parlé. Cette expérience, comme vous voyez, est intéressante, en ce qu'elle généralise son objet, et présente une expression géométrique du phénomène tracé par le liquide même qui le produit.

On peut ramener les effets des tubes capillaires à une autre expérience très-facile. Elle consiste à incliner un de ces tubes et à laisser tomber sur sa surface une goutte de liquide, puis à redresser le tube, au moment où cette goutte, entraînée par son poids, arrive à l'orifice inférieur; on la voit à l'instant s'élancer par cet orifice dans l'intérieur du tube.

Cette expérience, qui présente le phénomène dégagé autant qu'il est possible, des lois de l'hydrostatique, qui se combinent toujours plus ou moins avec l'affinité, dans le cas où il a lieu, peut servir de passage pour arriver à l'explication d'une multitude d'effets analogues, qui se passent continuellement sous nos yeux. Tels sont ceux que présentent, un tronçon de branche d'arbre plongé dans l'eau par une de ses extrêmités, et qui s'imbibe de cette eau; un morceau de sucre que l'on plonge de même par une pointe dans le café, et qui, en un instant, se trouve humecté jusqu'au haut; un monceau de sable ou de cendre, dont le pied est dans l'eau, qui y monte peu-à-peu et parvient jusqu'à la cîme; la mèche de coton, qui attire du bas en haut l'huile d'une lampe, et ainsi d'une infinité de corps, que Musschenbroek appelait *les aimans des fluides*. Toutes les différentes substances

pouces, mesure du Rhin (1), su ...get sur une même d'un $\frac{1}{10}$ de pouce, l'eau mon ...laires. du niveau, le vin rouge à ... qui ornent la sur- 6 lignes. ... argilleuses, sont

Newton cite une expé ... ni ces pierres, les deux lames de verre, situ ... dans lesquelles un tance d'environ $\frac{1}{100}$ de ... gineuses, s'est intro- entre lesquelles l'eau ... épôts métalliques. Et du niveau. ... des espèces de ramifi-

On peut dispos ... uvent, communiquent à manière qu'elles ... rtiste a soin de couper la et forment entr' ... nable, pour que toutes ces plonge dans l'e ... pent sur un même plan; en- tion soit perpe ... nt à un petit arbre, dont la on le verra s' ... ésente le tronc. Il y a d'autres en formant ... e feuillets, entre lesquels un la ligne de ... nétré, et s'est étendu par veines, des diffé- ... ndrites composées de globules fer- liquide ... à la file les uns des autres. Dans ce les dev ... nte de détacher les feuillets; et l'on valles ... au qui ne doit rien à l'art, et qui tanc' ... l'ouvrage de la nature. la ' ... ant de suivre la gradation des différens se ... esquels les corps sont susceptibles de se ... uccessivement, en conséquence des diverses ... de calorique dont ils sont pénétrés, nous ... uvons conduits à l'exposition de quelques- ... s principaux phénomènes qui accompagnent ... d'élasticité.

... passage à cet état est connu sous le nom de *... risation*, et ne doit pas être confondu avec un

nomène que l'on appelle *évaporation*, et
nsi que nous l'exposerons dans la suite,
ssolution de l'eau par l'air; au lieu
n est la conversion de l'eau en fluide
son union avec le calorique, ensorte
nosphérique, qui est l'agent principal
ration, forme au contraire un obstacle,
nous l'avons déjà dit, à la vaporisation.

bullition est, par rapport aux liquides, le signe
la vaporisation naissante : elle s'annonce par des
bulles qui partent du fond du vase, et se succèdent rapidement à travers le liquide dont elles soulèvent la surface. Ces bulles ne sont autre chose que des portions du liquide déjà converties en vapeurs par l'action du calorique, et qui tendent à s'échapper en vertu de leur force élastique. La raison pour laquelle ces bulles s'élèvent du fond, est que les liquides prennent d'autant plus de chaleur qu'ils sont plus comprimés; et comme la pression va un peu en augmentant à mesure que les couches approchent du fond, il en résulte que la vaporisation doit commencer par la couche la plus basse.

On a observé les différentes températures auxquelles répond l'ébullition de certaines substances, par une pression de 28 pouces de mercure. D'après les recherches faites par Deluc sur l'alcohol, l'ébullition commence à 67 degrés. Les citoyens Laplace et Lavoisier ont trouvé que, dans le même cas, l'éther entrait en ébullition à 32 ou 33 degrés. Une autre expérience des mêmes savans fait voir avec quelle rapidité l'éther se dilate en se vaporisant dans le vuide. L'expérience

consiste à couvrir d'une couche de ce liquide, la surface du mercure renfermé dans la cuvette d'un baromètre ordinaire, puis à incliner légèrement le tube, en le soulevant un peu, de manière qu'il reste plongé, et que ce petit mouvement détermine une goutte d'éther à s'introduire dans la partie inférieure du tube. Cette goutte s'élève à travers la colonne de mercure ; arrivée à la surface, elle se vaporise, et à l'instant on voit baisser le mercure d'une quantité considérable.

Mais de tous les fluides élastiques que l'on a soumis à l'expérience, la vapeur de l'eau est celui qui a fourni les résultats les plus intéressans, par l'application qu'on a faite de sa force expansive à la mécanique, ainsi que nous l'exposerons dans la suite.

La vaporisation de l'eau commence, comme l'on sait, à 80^{d} de Réaumur, par la pression moyenne de l'atmosphère; et nous avons fait voir de plus que la température restait la même pendant tout le tems de la conversion du liquide en vapeur. Mais cette uniformité de chaleur n'a lieu qu'autant que la vapeur est libre de s'échapper à mesure qu'elle se forme. Car si l'eau qui se vaporise est renfermée dans un vase qui ne lui laisse aucune issue, alors la vapeur en s'accumulant dans la partie supérieure du vase, exerce sur l'eau encore liquide, une pression qui, étant parvenue à un certain terme, s'oppose à l'effet de la force élastique du calorique, pour vaporiser de nouvelle eau ; ensorte qu'il s'accumule à son tour soit dans le liquide, soit dans la vapeur elle-même,

et que la température continue de s'élever bien au-delà du terme de 80 d.

C'était sur ce principe qu'était construite la machine si connue sous le nom de *marmite de Papin*, et dont ce physicien a publié une description à Paris, en 1682, sous le nom de *machine propre à amollir les os, pour en faire du bouillon.* La chaleur qui se produit dans cette machine est si forte, que l'eau y devient capable, non-seulement de dissoudre des os et d'en extraire le suc, mais encore de fondre le plomb, et même le cuivre, ainsi que l'ont éprouvé différens physiciens.

Nous avons vu aussi que la dilatation de l'eau augmentait aux approches de l'ébullition, dans un rapport beaucoup plus grand que l'accroissement de chaleur. Mais l'effet total de cette dilatation, depuis le terme de zéro jusqu'à 80 d de Réaumur, se borne à augmenter d'environ $\frac{1}{10}$ le volume de l'eau. Au moment de l'ébullition, la dilatation fait un saut brusque; et suivant les expériences les plus modernes, la vapeur se développe rapidement dans un espace dix-sept-cent-vingt-huit mille fois plus grand que celui qu'occupait l'eau dans l'état de simple liquidité, ensorte que chaque pouce de cette eau produit un pied cube de vapeur.

Cette même vapeur devient capable de produire des effets étonnans par sa force expansive. On trouve dans les mémoires de l'académie des sciences pour l'année 1707, des observations communiquées par Vauban, d'où il résulte que 140 livres d'eau convertie en vapeur, produisent une explosion capable

de faire sauter une masse de 77000 livres, tandis que 140 livres de poudre, ne peuvent opérer un semblable effet que sur une masse de 30000 livres, ensorte que la force de l'eau en vapeur, serait plus que double de celle de la poudre.

Le citoyen Prony, dans sa nouvelle architecture hydraulique, cite une belle suite d'expériences faites par le citoyen Bétancourt, pour mesurer les différentes forces expansives de l'eau en vapeur, qui répondent à tous les dégrés de température compris entre le zéro et le cent-dixième degré de Réaumur. La manière de faire ces expériences consiste à substituer la pression de la vapeur à celle de l'atmosphère, sur la colonne de mercure, renfermée dans le tube d'un baromètre en forme de syphon.

L'eau est à la température de la glace fondante au moment où l'on allume le feu, et tout l'espace compris entre cette eau et la surface du mercure sur laquelle doit agir la pression, est purgé d'air; ensorte qu'à ce premier instant le mercure se tient de niveau avec lui-même dans les deux branches du syphon. On juge ensuite de la force expansive de la vapeur, relative aux accroissemens de la température qu'indique un thermomètre plongé dans le liquide, par la différence de niveau entre les deux colonnes de mercure, dont l'une s'abaisse continuellement par l'effet de la pression, tandis que l'autre monte dans la branche collatérale.

On voit par la table qui présente la série des résultats, que la force expansive de l'eau, à 40^{d} du thermomètre, n'équivaut encore qu'à une pression

d'environ 3 pouces de mercure ; à 67 degrés, on a un peu plus de 14 pouces, qui répondent à la moitié de la pression de l'atmosphère. A 80d la force expansive est en équilibre avec une pression d'environ 28 pouces de mercure, conformément aux observations ordinaires ; et à 110d, la pression correspondante est à peu-près de 98 pouces de mercure, c'est-à-dire, qu'elle est plus que triple de la pression moyenne de l'atmosphère. En général, la variation de la force expansive, d'abord peu considérable vers les premiers degrés de température, augmente ensuite dans un rapport beaucoup plus grand, à mesure que la température s'élève davantage.

Des effets si puissans ne devaient pas rester stériles pour les besoins des arts. C'était une nouvelle force motrice que la mécanique demandait au génie qui l'avait créée, et en avait mesuré l'énergie. Nous verrons dans la prochaine séance, comment il a su, par de savantes combinaisons, l'appliquer à un mécanisme aussi nouveau qu'elle-même.

GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE.

MONGE, *Professeur.*

Des intersections des surfaces courbes.

Lorsque les générations de deux surfaces courbes sont entièrement déterminées et connues ; lorsque pour chacune d'elles, la suite de tous les points de

l'espace par lesquels elle passe n'a plus rien d'arbitraire ; lorsque pour chacun de ces points, une des deux projections étant prise à volonté, l'autre projection peut toujours être construite ; si ces deux surfaces ont quelques points communs dans l'espace, la position de tous ces points communs est absolument déterminée : elle dépend et de la forme des deux surfaces courbes, et de leurs positions respectives ; et elle est de nature à pouvoir toujours être déduite de la définition des générations des surfaces, dont elle est une conséquence nécessaire.

La suite de tous les points communs à deux surfaces courbes déterminées, forme en général dans l'espace une certaine ligne courbe qui, pour des cas très-particuliers, peut se trouver dans un certain plan et n'avoir qu'une seule courbure ; qui, pour des cas infiniment plus particuliers, peut devenir une ligne droite, et n'avoir aucune courbure ; enfin qui, pour des cas infiniment plus particuliers encore, peut se réduire à un point unique ; mais qui, dans le cas général, est ce qu'on nomme courbe à double courbure, parce qu'elle participe ordinairement des courbures des deux surfaces courbes, sur chacune desquelles elle se trouve en même-tems, et dont elle est l'intersection commune.

Il existe entre les opérations de l'analyse et les méthodes de la géométrie descriptive, une correspondance dont il est nécessaire de donner ici une idée.

Dans l'algèbre, lorsqu'un problême est mis en équations, et qu'on a autant d'équations que d'in-

connues, on peut toujours obtenir le même nombre d'équations, dans chacune desquelles il n'entre qu'une des inconnues ; ce qui met à portée de connaître les valeurs de chacune d'elles. L'opération par laquelle on parvient à ce but, et qui s'appelle élimination, consiste, au moyen d'une des équations, à chasser une des inconnues de toutes les autres équations ; et en chassant ainsi successivement les différentes inconnues, on arrive à une équation finale, qui n'en contient plus qu'une seule, dont elle doit produire la valeur.

L'objet de l'élimination, dans l'algèbre, a la plus grande analogie avec les opérations par lesquelles, dans la géométrie descriptive, on détermine les intersections des surfaces courbes.

En effet, supposons que considérant un point dans l'espace, et représentant par x, y, z les distances de ce point à trois plans rectangulaires entr'eux, on établisse une relation entre ces trois distances, et que cette relation soit exprimée par une équation dans laquelle entrent les trois quantités x, y, z, et des constantes. En vertu de cette relation, la position du point ne sera pas déterminée ; car les quantités x, y, z pourront changer de valeur, et par conséquent le point pourra changer de position dans l'espace, sans que la relation exprimée par l'équation cesse d'avoir lieu ; et la surface courbe, qui passe par toutes les positions que le point peut occuper ainsi, sans que la relation entre ces trois coordonnées soit altérée, est celle à laquelle appartient l'équation.

Par exemple, supposons qu'une sphère, dont le

rayon soit exprimé par A, ait son centre au point d'intersection commune des trois plans rectangulaires, et qu'en considérant un certain point sur la surface de la sphère, on imagine des perpendiculaires abaissées de ce point sur les trois plans, et représentées par les lettres x, y, z; il est évident que le rayon de la sphère, dirigée au point que l'on considère, sera la diagonale d'un parallélipipède rectangle, dont les trois arrêtes seront x, y, z; que son quarré sera égal à la somme des quarrés des trois arrêtes; et qu'ainsi l'on aura l'équation $x^2 + y^2 + z^2 = A^2$. Cela posé, si le point change de position sur la surface de la sphère, ses distances x, y, z aux trois plans rectangulaires, changeront; mais sa distance au centre ne changera pas, et la somme des quarrés de ses trois coordonnées, qui est toujours égale au quarré du rayon, aura toujours la même valeur : l'on aura donc encore entre les coordonnées de ce point, la relation exprimée par l'équation $x^2 + y^2 + z^2 A =^2$. Cette équation qui a lieu pour tous les points de la surface de la sphère, et qui a lieu pour eux seuls, est celle de cette surface. Toutes les surfaces courbes ont ainsi chacune leur équation; et s'il n'est pas toujours facile d'avoir cette équation exprimée en quantités aussi simples que les distances x, y, z, il est toujours possible de l'obtenir en quantités plus compliquées, telles que les inclinaisons des plans tangens, les rayons des courbures; il suffit à notre objet d'en avoir fait connaître une pour exemple.

Actuellement si, ayant en x, y, z, les équations de deux surfaces courbes différentes; et en supposant

que

que pour les points des deux surfaces, les distances soient prises aux mêmes plans rectangulaires, on élimine une des trois quantités x, y, z, par exemple z, entre les deux équations; par la simultanéité de ces deux équations, on établit d'abord que ce n'est pas de tous les points de la première surface indistinctement, ni de tous ceux de la seconde, que l'on s'occupe, mais seulement de ceux de leur intersection, pour chacun desquels les deux équations doivent avoir lieu, puisqu'ils sont en même tems sur les deux surfaces. Ensuite l'équation en x, y, qui résulte de l'élimination de z, exprime la relation qui existe entre ces deux distances pour tous les points de l'intersection, quelle que soit la distance z qui a disparu, et dont il n'est pas question dans l'équation; elle est donc l'équation de la projection de l'intersection des deux surfaces sur le plan perpendiculaire aux z.

On voit donc qu'en algèbre l'objet de l'élimination entre plusieurs équations à trois inconnues, est de déterminer sur les trois plans, auxquels tout l'espace est rapporté, les projections des intersections des surfaces, auxquelles les équations appartiennent.

La correspondance entre les opérations de l'analyse et les méthodes de la géométrie descriptive, ne se borne pas à ce que nous venons de rapporter; elle existe par-tout. Si dans l'espace, pour opérer des générations quelconques, on fait mouvoir des points, des lignes courbes, des surfaces, ces mouvemens peuvent toujours être dictés par des opérations analytiques; et les objets nouveaux, auxquels ils donnent lieu, sont exprimés par les résultats mêmes

des opérations. Réciproquement, il n'y a aucune opération d'analyse en trois dimensions, qui ne soit l'écriture d'un mouvement opéré dans l'espace et dicté par elle. Pour apprendre les mathématiques, de la manière la plus avantageuse, il faut donc que l'élève s'accoutume de bonne heure à sentir la correspondance qu'ont entr'elles les opérations de l'analyse et celles de la géométrie ; il faut qu'il se mette en état, d'une part, de pouvoir écrire en analyse tous les mouvemens qu'il peut concevoir dans l'espace ; et de l'autre, de se représenter perpétuellement dans l'espace le spectacle mouvant, dont chacune des opérations analytiques est l'écriture.

Revenons actuellement à notre objet, qui est la méthode de déterminer les projections des intersections des surfaces courbes.

Pour mettre plus de clarté dans l'exposition de cette méthode, nous ne la présenterons pas d'abord avec toute l'élégance dont elle est susceptible ; nous y arriverons par degrés. De plus, l'énoncé sera général et applicable à deux surfaces quelconques ; et quoique les lettres que nous emploierons se rapportent à la figure 26, qui présente le cas particulier de deux surfaces coniques à bases circulaires et à axes verticaux, il faut néanmoins toujours concevoir que les surfaces dont il s'agit, peuvent être, chacune en particulier, toute autre qu'une surface conique.

Premier problême général.

Les générations de deux surfaces courbes étant connues, et toutes les données qui fixent ces géné-

rations étant déterminées sur les plans de projections, construire les projections de la courbe à double courbure, suivant laquelle les deux surfaces se coupent.

Solution. On concevra une suite de plans indéfinis placés d'une manière convenue dans l'espace ; ces plans pourront, par exemple, être tous horizontaux, et c'est en effet ce que nous supposerons d'abord. Dans ce cas, la projection verticale de chacun d'eux sera une droite horizontale indéfinie ; et, parce qu'on est maître de les mener à distances arbitraires, nous supposerons que dans la projection verticale, on ait mené tant de droites horizontales ee^1, ee^1, ee^1, etc., qu'on ait voulu, et que la suite de ces droites soit la projection verticale de la suite des plans qu'on a conçus. Cela posé, on fera successivement, pour chacun de ces plans, et par rapport à la droite ee^1 qui en est la projection, l'opération que nous allons indiquer pour celui d'entr'eux qui est projeté en EE^1.

Le plan EE^1 coupera la première surface en une certaine courbe, qu'il sera toujours possible de construire, si l'on connaît la génération de la surface ; car cette courbe est la suite des points, dans lesquels le plan EE^1 est coupé par la génératrice dans toutes ses positions. Cette courbe étant plane et horizontale aura sa projection horizontale égale, semblable à elle-même, et placée de la même manière ; il sera donc possible de construire cette projection, et nous supposerons que ce soit la courbe FGHIK.

Le même plan EE' coupera aussi la seconde surface dans une autre courbe plus horizontale, dont il sera toujours possible de construire la projection horizon-

tale, et nous supposerons que cette projection soit la courbe FGOPN.

Cela fait, il peut arriver que les deux courbes dans lesquelles le même plan EE' coupe les deux surfaces, se coupent elles-mêmes, ou qu'elles ne se coupent pas : si elles ne se coupent pas, quelque prolongées qu'elles soient, ce sera une preuve qu'à la hauteur du plan EE', les deux surfaces n'ont aucun point commun ; mais si ces deux courbes se coupent, elles le feront en un certain nombre de points, qui seront communs aux deux surfaces, et qui seront par conséquent autant de points de l'intersection demandée. En effet, en tant que les points d'intersection de deux courbes sont sur la première d'entr'elles, ils sont sur la première des deux surfaces proposées ; en tant qu'ils sont sur la seconde courbe, ils sont aussi sur la seconde surface : donc en tant qu'ils sont sur les deux courbes à-la-fois, ils sont aussi sur les deux surfaces.

Or, les projections horizontales des points dans lesquels se coupent les deux courbes, doivent se trouver, et sur la projection de la première, et sur la projection de la seconde ; donc les points F, G..... de rencontre des deux courbes FGHIK et FGOPN, seront des projections horizontales d'autant de points de l'intersection demandée des deux surfaces courbes. Pour avoir les projections verticales des mêmes points, il faut observer qu'ils sont tous compris dans le plan horizontal EE', et que leurs projections doivent être sur la droite EE'. Donc si l'on projette les points F, G.. sur EE' en *f*, *g*.., on aura les projections verticales des mêmes points.

Actuellement, si pour toutes les autres horizontales *ee' ee'*, on fait la même opération que nous venons de faire pour EE', on trouvera pour chacune d'elles, dans la projection horizontale, une suite de nouveaux points F, G..., etc, et dans la projection verticale une suite de nouveaux points *f*, *g*..., etc. Puis si par tous les points F on fait passer une branche de courbe, par tous les points G une autre branche, et ainsi de suite, l'assemblage de toutes ces branches qui pourront quelquefois rentrer l'une dans l'autre, sera la projection horizontale de l'intersection des deux surfaces; de même, si par tous ces points *f*, on fait passer une branche de courbe, par tous les points *g*, une autre branche, et ainsi de suite, l'assemblage de toutes ces branches, qui pourront aussi quelquefois rentrer les unes dans les autres, sera la projection verticale de l'intersection demandée.

La méthode que nous venons d'exposer est générale, même en supposant qu'on ait choisi pour système de plans coupans une suite de plans horizontaux. Nous allons voir, que dans certains cas, le choix du système de plans coupans, n'est pas indifférent, qu'on peut quelquefois le faire tel qu'il en résulte des constructions plus faciles et plus élégantes, et même qu'il peut être avantageux, au lieu d'un système de plans, d'employer une suite de surfaces courbes, qui ne diffèrent entr'elles que par une de leurs dimensions.

Pour construire l'intersection de deux surfaces de révolution, dont les axes sont verticaux, le système de plans le plus avantageux est une suite de plans

horizontaux ; car chacun des plans coupe les deux surfaces, en des circonférences de cercles dont les centres sont sur les axes respectifs, dont les rayons sont égaux aux ordonnées des courbes génératrices, prises à la hauteur du plan coupant, et dont les projections horizontales sont des cercles connus de grandeur et de position. Dans ce cas, tous les points de la projection horizontale de l'intersection des deux surfaces, se trouvent donc par des intersections d'arcs de cercles. On sent que si les surfaces de révolution avaient leurs axes parallèles entr'eux, mais non verticaux, il faudrait changer de plans de projections, et les choisir de manière que l'un d'entr'eux fût perpendiculaire aux axes.

S'il s'agissait de construire l'intersection de deux surfaces coniques à bases quelconques, et dont les traces sur le plan horizontal fussent données ou construites, le système de plans horizontaux entraînerait dans des opérations qui seraient trop longues pour ce cas. Car chacun des plans horizontaux couperait les deux surfaces dans des courbes, qui seraient bien, à la vérité, semblables aux traces des surfaces respectives ; mais ces courbes ne seraient point égales aux traces : il faudrait les construire par points, chacune en particulier ; tandis que si, après avoir mené une droite par les sommets donnés des deux cônes, on emploie le système de plans qui passent par cette droite, chacun de ces plans coupera les deux surfaces coniques en quatre droites ; et ces droites qui seront dans le même plan se couperont, indépendamment des sommets, en quatre points, qui seront sur l'in-

tersection des deux surfaces. Dans ce cas, chacun des points de la projection horizontale de l'intersection, sera donc construit par l'intersection de deux lignes droites.

Pour deux surfaces cylindriques à bases quelconques et dont les génératrices seraient inclinées diversement, le système des plans horizontaux ne serait pas le plus favorable que l'on pourrait choisir. Chacun de ces plans couperait, à la vérité, les deux surfaces dans des courbes semblables et égales à leurs traces respectives ; mais les courbes qui ne correspondraient pas verticalement aux traces, auraient pour projections des courbes qui seraient distantes des traces elles-mêmes, et qu'il faudrait construire par points. Mais si l'on choisit le système de plans parallèles en même-tems aux génératrices des deux furfaces, chacun de ces plans coupera les deux surfaces dans des lignes droites, et ces droites se couperont en des points qui appartiendront à l'intersection des deux surfaces. Par-là, les points de la projection horizontale seront construits par des intersections de lignes droites. Au reste, ceci n'est que la conséquence nécessaire de ce que nous avons dit pour le cas de deux surfaces coniques.

Enfin, pour deux surfaces de révolution, dont les axes seraient dans le même plan mais non parallèles entr'eux, ce ne serait plus un système de plans qu'il serait convenable de choisir ; ce serait le système des surfaces sphériques, qui auraient leur centre commun au point de rencontre des deux axes ; car chacune des surfaces sphériques couperait les deux surfaces de révolution, dans

les circonférences de deux cercles qui auraient leurs centres sur les axes respectifs, et dont les plans seraient perpendiculaires au plan mené par les deux axes ; et les points d'intersection de ces deux circonférences, qui seraient en même tems et sur la surface sphérique et sur les deux surfaces de révolution, appartiendraient à l'intersection demandée. Ainsi les points de la projection de l'intersection seraient construits par les rencontres de cercles et de lignes droites. Dans ce cas, la position la plus avantageuse des deux plans de projections est que l'un soit perpendiculaire à un des axes, et que l'autre soit parallèle aux deux axes. Ce petit nombre d'observations, par rapport aux surfaces courbes qui se rencontrent le plus fréquemment, suffit pour faire voir la manière dont la méthode générale doit être employée, et comment, par la connaissance de la génération des surfaces courbes, on peut choisir l'espèce de section qui doit donner des constructions plus faciles.

Lorsque deux surfaces courbes sont définies de formes et de positions respectives, non-seulement la courbe de leur intersection est déterminée dans l'espace, mais encore toutes les affections de ces courbes s'ensuivent immédiatement. Ainsi, par exemple, dans chacun de leurs points la direction de leur tangente est déterminée : il en est de même de celle de leur plan normal, c'es-à-dire, du plan qui coupe la courbe à angles droits, et qui est, par conséquent, perpendiculaire à la tangente au point d'intersection. Quoique nous devions avoir souvent occasion, dans la suite, de considérer les plans normaux aux courbes

à double courbure, nous n'entrerons ici, par rapport à leur détermination, dans aucun détail, parce que ces plans étant toujours perpendiculaires aux tangentes, il nous suffira d'avoir donné la manière de construire les projections des tangentes aux intersections des surfaces courbes.

Second problême général.

Par un point pris à volonté sur l'intersection de deux surfaces courbes, mener la tangente à cette intersection.

Solution. Le point pris à volonté sur l'intersection des deux surfaces courbes, se trouve en même-tems et sur l'une et sur l'autre de ces surfaces. Si donc par ce point considéré sur la première surface, on mène à cette surface un plan tangent, ce plan touchera l'intersection dans le point que l'on considère. Pareillement, si par le même point considéré sur la seconde surface, on mène à cette surface un plan tangent, ce plan touchera l'intersection dans le poin que l'on considère. Les deux plans tangens touche ront donc l'intersection dans le même point, qui sera en même-tems un de leurs points communs, et par conséquent un de ceux de la droite dans laquelle ils se coupent; donc l'intersection des deux plans tangens sera la tangente demandée.

Ce problême donne lieu à l'observation suivante, qui est d'un grand usage dans la géométrie descriptive.

« La projection de la tangente d'une courbe à double

» courbure est elle-même tangente à la projection de » la courbe, et son point de contact est la projection » de celui de la courbe à double courbure ».

En effet, si, par tous les points de la courbe à double courbure, on conçoit des perpendiculaires abaissées sur un des plans de projection, par exemple, sur le plan horizontal, toutes ces perpendiculaires seront sur une surface cylindrique verticale, qui sera coupée par le plan horizontal dans la projection même de la courbe. De même, si, par tous les points de la tangente à la courbe à double courbure, on conçoit des verticales abaissées, elles seront dans un plan vertical qui sera coupé par le plan horizontal dans la projection même de la tangente. Or, la surface cylindrique et le plan vertical se touchent évidemment dans toute l'étendue de la verticale abaissée du point de contact, et qui leur est commune ; donc les intersections de la surface cylindrique et du plan, par le plan horizontal, se toucheront dans un point qui sera l'intersection de la droite du contact de la surface cylindriqne et du plan vertical ; donc enfin, les projections d'une courbe à double courbure et d'une de ses tangentes se touchent en un point qui est la projection du point de contact de la courbe.

Nous allons actuellement faire l'application de tout ce qui précède à quelques cas particuliers ; et, pour commencer par des considérations simples, nous supposerons d'abord qu'une des deux surfaces, dont il faut déterminer l'intersection, soit un plan.

PREMIÈRE QUESTION.

Construire l'intersection d'une surface cylindrique donnée par un plan donné de position.

La position des plans de projections étant arbitraire, nous supposerons d'abord, ce qui est toujours possible, que ces deux plans aient été choisis, de manière que l'un soit perpendiculaire à la génératrice de la surface, et que l'autre soit perpendiculaire au plan coupant ; parce que, dans cette supposition, la construction est beaucoup plus facile : puis, pour donner aux élèves l'habitude des projections, nous supposerons que les deux plans de projections soient placés d'une manière quelconque.

Solution. Premier cas ; dans lequel on suppose que la génératrice de la surface soit perpendiculaire à l'un des plans de projection, par exemple, au plan horizontal, et que le plan coupant soit perpendiculaire à l'autre.

Soit A (*fig.* 27.) la projection horizontale de la droite, à laquelle la génératrice de la surface cylindrique doit toujours être parallèle ; *aa''* sa projection verticale ; B C D E la trace donnée de la surface cylindrique, trace qui sera la projection horizontale de la surface indéfinie, et par conséquent, celle de la courbe d'intersection : soit *f g* la projection verticale donnée du plan coupant, projection qui sera aussi celle de l'intersection demandée ; et F G la trace horizontale du même plan. Il est évident que si l'on mène à la courbe B C D E, et perpendiculairement

à LM les tangentes indéfinies E*e*", C*c*", les droites *ee*", *cc*", seront les projections verticales de la génératrice dans ses positions extrêmes, et que les points *e*', *c*' dans lesquelles elles couperont la projection *fg* du plan coupant, termineront sur *fg* la projection verticale de l'intersection demandée.

Cela posé, si, par un point pris arbitrairement sur l'intersection, (point dont la projection horizontale sera un point H, pris à volonté sur la courbe BCDE, et dont on aura la projection verticale, en projetant le point H, en *i*' sur *fg*) on veut mener la tangente à cette intersection; il est clair que cette tangente sera comprise dans le plan coupant, et que sa projection verticale sera la droite *fg*; il est clair aussi qu'elle sera comprise dans le plan vertical tangent à la surface cylindrique, et que sa projection horizontale qui sera la même que celle du plan tangent, sera la droite F HN tangente en H à la courbe donnée BCDE. Ainsi, tout est déterminé par rapport à l'intersection demandée.

Actuellement, posons qu'il s'agisse de construire cette intersection telle qu'elle existe dans son plan, et par un de ces points pris à volonté, de lui mener une tangente. Si le plan de projection verticale se trouve à une trop grande distance de la courbe BCDE, on pourra concevoir un autre plan vertical qui lui soit parallèle, qui passe dans l'intérieur de la courbe BCDE, et dont la projection horizontale soit la droite EC, parallèle à LM. Ce plan vertical coupera le plan coupant dans une droite parallèle à sa projection *fg*, et autour de laquelle, comme charnière,

nous supposons que le plan coupant tourne pour devenir vertical, et présenter en face la courbe demandée. Cela posé, par tant de points H qu'on voudra, pris arbitrairement sur BCDE, on concevra des plans verticaux perpendiculaires au plan vertical de projection, et dont on aura en même-tems les projections horizontales et verticales, en menant par tous les points H des droites HJK *ii'*, perpendiculaires à LM. Chacun de ces plans coupera le plan coupant dans une droite horizontale perpendiculaire à la charnière, et dont la projection verticale sera le point de rencontre *i'* de deux droites *fg*, *ii'*. De plus, dans chaque plan, cette droite horizontale rencontrera la charnière dans un point dont la projection horizontale sera l'intersection J des deux droites EC, HIK *ii'*; et elle rencontrera la courbe demandée dans des points dont les projections horizontales seront les intersections H. K. de la droite HIK *ii* avec la courbe BCD. Enfin, cette droite et toutes ses parties seront égales à leurs projections horizontales. Or, lorsque le plan coupant tourne autour de la charnière pour devenir verticale, toutes ces droites qui d'abord étaient horizontales, ne cessent pas d'être perpendiculaires à la charnière, et ne changent pas de grandeurs. Donc, si, par tous les points *i'*, on mène à *fg* des perpendiculaires indéfinies *h k*, et si, sur ces perpendiculaires, on porte JH de *i'* en *h*, et JK de *i'* en *k*, on aura tant de points *h*, *k* qu'on voudra, par lesquels on fera passer la courbe demandée *e' k c' h*.

La courbe étant construite dans son plan, s'il s'agit par un de ses points *h*, pris arbitrairement, de

lui mener une tangente, on aura la projection verticale de ce point, en abaissant du point h sur fg, la perpendiculaire $h i'$; on aura sa projection horizontale en projetant i' en H sur la courbe BCDE; on aura la projection horizontale de la tangente demandée en menant la droite FN tangente en H à la courbe BCDE; et il suffira de rapporter sur le plan de la courbe, un point quelconque de la tangente, celui par exemple qui est projeté sur le point N, pris arbitrairement, et dont la projection verticale est sur fg en a'. Or, en raisonnant pour ce point comme pour tout autre point du plan coupant, il est clair que si par le point a' on mène à fg, la perpendiculaire $a' n$, et que sur cette droite on porte de a' en n la distance N A du point N à la droite E C, le point n sera le second point de la tangente. Donc en menant la droite $h n$, on aura la tangente demandée.

Quelle que soit la courbe donnée BCDE, on voit que l'intersection $e' k c' h$ jouit de la propriété, que pour un de ses points quelconques, la soustangente $a' n$ est égale à la soustangente A N de la première. Cette propriété qui est très-connue pour le cercle et l'ellipse, lorsque ces deux courbes ont un axe commun, n'a lieu par rapport à elles, que parce qu'elles sont les intersections d'une même surface cylindrique par deux plans différens.

Enfin, il peut arriver qu'on ait besoin de tracer sur le développement de la surface cylindrique l'effet de la section faite par le plan coupant. Pour cela, après avoir développé la courbe BCDE, avec toutes ses divisions, sur une droite RQ; si par toutes les divisions

de RQ, on lui mène des perpendiculaires indéfinies; on aura sur le développement de la surface les traces de différentes positions de la droite génératrice, et il ne s'agira plus que de porter sur ces perpendiculaires les parties des génératrices correspondantes, comprises entre la section perpendiculaire BCDE, et la section faite par le plan coupant. Or, ces parties de génératrices sont égales à leurs projections verticales, et ces projections sont toutes terminées d'une part, à la droite L M, et de l'autre à *fg*. Donc, si le point H, par exemple, tombe en S sur la droite RQ, en portant *ii'* sur la perpendiculaire qui passe par le point S, de S en T; le point T sera sur la surface développée celui où la génératrice qui passe sur le point H, est coupée par le plan coupant. La courbe X T Y Z, qui passera par tous les points déterminés de la même manière, sera la courbe demandée.

Il est évident que si l'on prolonge la tangente au point H jusqu'à ce qu'elle rencontre la trace horizontale G F du plan coupant, quelque part en un point F, et que si l'on porte HF sur RQ, de S en U, la droite T U sera tangente à la courbe; car lorsque la surface cylindrique se développe, ses élémens ne changent pas d'inclinaison, par rapport au plan horizontal.

Second cas; dans lequel on suppose la surface cylindrique et le plan coupant, placés d'une manière quelconque par rapport aux deux plans de projections.

Solution. Fig. 28. Soient A B et *a a'* les deux projections

de la droite à laquelle la génératrice doit être parallèle; CEDF, la trace donnée de la surface cylindrique; et HG, *h b* les traces du plan coupant.

On imaginera une suite de plans parallèles à la génératrice de la surface cylindrique, et qui seront de plus tous perpendiculaires à un des plans de projections, par exemple, au plan horizontal : chacun de ces plans sera projeté suivant une droite OK, parallèle à AB, et coupera la surface en des droites qui seront des positions de la génératrice, et qui rencontreront le plan horizontal aux points d'intersection E, F, de la droite OK avec la courbe CEDF; si donc on projette les points E, F sur LM en *e*, *f*, et si par ces derniers points on mène à la droite *a a'* les parallèles *e e'*, *f f'*, on aura les projections verticales des intersections de la surface avec chacun des plans parallèles à la génératrice.

Ces mêmes plans couperont aussi le plan coupant en des droites qui seront parallèles entr'elles, qui auront toutes leurs traces horizontales sur les différens points O de la droite HG, et dont les projections verticales seront aussi parallèles entr'elles. Pour avoir ces projections, il faut d'abord chercher la direction de l'une d'elles; de celle, par exemple, qui correspond au plan vertical mené par AB. Pour cela, si l'on prolonge AB jusqu'à ce qu'elle rencontre, d'une part, la trace du plan coupant en un point N, et de l'autre, la droite LM en un point B; et si l'on projette le point B en *b* sur *h b*, les deux points N et *b* seront sur les deux plans de projection les traces de l'intersection du plan coupant avec le plan vertical. Donc si l'on projette le point N en *n* sur LM, et si l'on mène la droite *n b*, on aura

la

la projection verticale de cette intersection. Donc, en projetant sur L M tous les points O, dans lesquels la trace GH est coupée par les projections des plans verticaux, ce qui donnera une suite de points *o*, et en menant par ces derniers à *n b* les parallèles *o i k*, on aura les projections verticales des intersections du plan coupant par la suite des plans verticaux. Donc enfin les points de rencontre *i*, *k* de chaque droite *o i k* avec les projections *e e'*, *f f'* des sections faites dans la surface cylindrique par le plan vertical correspondant, seront sur la projection verticale de l'intersection demandée; et la courbe qui passera par tous les points *i*, *k*, ainsi déterminés, sera cette projection. Si l'on projette les points *i*, *k* en J, K sur la projection O H du plan vertical correspondant, on aura la projection horizontale des mêmes points, et la courbe Q J E P, qui passera par tous les points ainsi déterminés, sera la projection horizontale de l'intersection.

Pour avoir les tangentes de ces deux projections aux points J, *i*, il faut se rappeller que ces tangentes sont les projections de la tangente à l'intersection. Or, cette dernière tangente étant en même tems dans le plan coupant et dans le plan tangent à la surface cylindrique, doit avoir sa trace horizontale dans l'intersection des traces horizontales de ces deux plans; de plus la trace du plan tangent est la tangente en F à la courbe C E D F; donc si l'on mène cette tangente, et si après l'avoir prolongée jusqu'à ce qu'elle rencontre la trace du plan coupant en un point G, on mène la droite J G, cette droite touchera au point J la projection horizontale de l'intersection. Enfin projetant le point

G sur L M en *g*, et menant la droite *gi*, on aura la tangente en *i* de la projection verticale de la même courbe.

S'il faut construire la courbe de l'intersection, telle qu'elle existe dans son plan, on concevra que le plan coupant tourne autour de sa trace horizontale H G, comme charnière, pour s'appliquer sur le plan horizontal. Dans ce mouvement, chacun des points de la section, celui, par exemple, qui est projeté en J, décrira un arc de cercle dont le plan sera vertical, perpendiculaire à H G, et dont on aura la projection indéfinie, en menant par le point J une droite R J S perpendiculaire à H G; donc lorsque le plan sera abattu, le point de la section tombera quelque part sur un point de cette droite. Reste à trouver la distance de ce point à la charnière : or, la projection horizontale de cette distance est J R, et la différence des hauteurs de ses extrémités est la verticale *i s*; si l'on porte J R sur L M de *s* en *r*, l'hypothénuse *r i* sera cette distance. Donc portant *r i* sur R J de R en S, le point S sera un des points de l'intersection considérée dans son plan abattu sur le plan horizontal; et la courbe S T U V, menée par tous les points S semblablement construits, sera cette intersection elle-même.

Pour avoir la tangente de cette courbe au point S, il suffit d'observer que pendant le mouvement du plan coupant, la tangente ne cesse pas de passer par le point G de la charnière; donc si l'on mène la droite S G, on aura la tangente demandée.

Deuxième question.

Construire l'intersection d'une surface conique à base quelconque donnée, par un plan donné de position.

Solution. Nous supposerons, ce qui est toujours possible, que le plan vertical de projection soit placé perpendiculairement au plan coupant.

Soient A et *a'* (fig. 29,) les projections du sommet du cône, ou du centre de la surface conique; B C D E la trace de cette surface sur le plan horizontal; *f g* la projection verticale du plan coupant, et G*f* sa trace horizontale. On imaginera, par le sommet du cône, une suite de plans perpendiculaires au plan vertical de projection; les projections verticales de ces plans seront les droites *a'c*, menées par la projection du sommet, et leurs traces horizontales seront les droites *c*C perpendiculaires à L M, qui couperont la trace de la surface conique quelque part en des points C C'. Ces plans couperont la surface en des droites dont les projections verticales seront les droites *a'c*, et dont on aura les projections horizontales, en menant au point A les droites C A, C'A. Les mêmes plans couperont aussi le plan coupant dans des droites, qui seront perpendiculaires au plan vertical. Les projections de ces droites seront les points *h* de rencontre de *f g* avec les droites *a'c*, et on aura leurs projections horizontales en abaissant des points *h* sur L M les perpendiculaires indéfinies *h* H. Cela fait, les droites *h*H couperont les droites correspondantes C A, C'A

en des points H, H' qui seront les projections horizontales d'autant de points de l'intersection demandée; et la courbe PHQH', qui passera par tous les points construits de cette manière, sera la projection de l'intersection.

Pour mener à cette courbe une tangente par un point H pris à volonté sur elle, il suffit de chercher, sur le plan horizontal, la trace de la tangente de l'intersection dans le point qui correspond au point H. Or, cette trace doit être sur celle du plan coupant, et par conséquent sur Gf; elle doit être aussi sur celle du plan qui touche la surface conique dans la droite, dont la projection est AH; de plus si l'on prolonge AH jusqu'à ce qu'elle rencontre la courbe BCDE quelque part en un point C, la tangente CF de cette courbe au point C, sera la trace horizontale du plan tangent. Donc le point F de rencontre des deux traces fG, CF sera sur la tangente au point H de la courbe PHQH'.

S'il est nécessaire de construire l'intersection, considérée dans son plan, on pourra indéfiniment concevoir, ou que le plan coupant tourne autour de Gf comme charnière, pour s'abattre sur le plan horizontal, et construire la courbe dans la position qu'elle aura prise alors, ou qu'il tourne autour de sa projection verticale fg pour s'appliquer sur le plan vertical; c'est cette dernière hypothèse que nous allons suivre.

Toutes les horizontales dans lesquelles la suite des plans menés par le sommet ont coupé le plan coupant, et qui sont perpendiculaires à fg, ne changent pas de grandeurs dans le mouvement du plan coupant, et ne

cessent pas d'être perpendiculaires à fg; donc si, par tous les points h, on mène à fg des perpendiculaires indéfinies, et si l'on porte sur elles les horizontales correspondantes KH, KH' de h en N et en N', les points N et N' seront des points de la section; et la courbe RNSN', menée par tous les points ainsi construits, sera l'intersection considérée dans son plan.

D'après tout ce qui précède, il est évident que pour mener à cette courbe une tangente en un point N, pris arbitrairement sur elle, il faut du point N abaisser sur fg la perpendiculaire N h, mener la droite $a'h$ jusqu'à ce qu'elle rencontre LM en un point c, projeter ce dernier point en C sur la courbe BCDE, mener à cette courbe la tangente en C, qui coupera la trace Gf quelque part en un point F, et porter Ff perpendiculairement à fg de f en O. La droite ON sera la tangente demandée.

Quant à la manière de construire le développement de la surface conique à base quelconque, et de tracer sur ce développement l'effet de l'intersection par le plan coupant, nous l'exposerons incessamment, après avoir parlé de l'intersection de la surface conique par celle d'une sphère qui aurait son centre au sommet.

TROISIÈME QUESTION.

Construire l'intersection de deux surfaces coniques à bases circulaires, et dont les axes sont parallèles entr'eux.

Solution. Nous ne répéterons pas ici sur la fig. 26 tout ce que nous avons dit, en exposant la méthode

générale, à laquelle cette fig. servait de type; nous observerons seulement, que dans le cas dont il s'agit ici, de même que dans celui de deux surfaces quelconques de révolution, les sections faites dans les deux surfaces par les plans horizontaux, sont des cercles; mais nous entrerons dans quelques détails, par rapport aux tangentes dont nous n'avons pas eu occasion de parler.

Pour trouver la tangente au point F de la projection horizontale de l'intersection, nous nous rappellerons qu'elle est la projection de la tangente de l'intersection des deux surfaces, au point qui correspond à F, et qu'il suffit, pour la déterminer, de trouver le point S, qui est sur le plan horizontal, la trace de la tangente de l'intersection. Or, cette dernière tangente est dans les deux plans qui touchent les surfaces coniques dans le point de l'intersection; donc si l'on trouve les traces horizontales Rr, Qq de ces deux plans tangens, elles détermineront par leur rencontre le point S. Mais le plan tangent à la première surface, la touche dans une droite qui passe par le sommet, et dont on aura la projection horizontale, en menant la droite indéfinie AF; de plus, si l'on prolonge AF jusqu'à ce qu'elle rencontre en un point Q, la trace circulaire horizontale TQUV de la surface, le point Q sera un point de la ligne de contact de la surface et du plan; par conséquent la trace horizontale du plan sera tangente en Q au cercle TQUV; soit donc menée cette tangente Qq. Pareillement, si l'on prolonge le rayon BF jusqu'à ce qu'il rencontre en R la trace horizontale

circulaire RXYZ de la seconde surface; et si l'on mène à ce cercle la tangente en R, cette droite R*r*, sera la trace horizontale du plan tangent à la seconde surface. Donc si par le point S d'intersection des deux tangentes Q*q*, R*r*, on mène la droite S F, on aura la tangente au point F de la projection horizontale de l'intersection.

Quant à la tangente au point correspondant *f* de la projection verticale, il est clair qu'on l'obtiendra en projetant le point S en *s*, et en menant ensuite la droite *sf*, qui sera cette tangente.

Il peut arriver qu'il soit nécessaire de construire sur le développement de l'une des surfaces coniques, peut-être même sur celui de chacune d'elles, l'effet de leur mutuelle intersection; ce qui serait nécessaire, par exemple, s'il fallait exécuter les cônes avec des substances flexibles, telles que des feuilles de métal: dans ce cas, on opérera pour chaque cône, comme nous allons l'indiquer pour le premier.

Nous observerons d'abord que lorsqu'une surface conique se développe pour devenir plane, les lignes droites, qui sont sur cette surface, ne changent ni de forme, ni de grandeur, parce que chacune d'elles est successivement la charnière, autour de laquelle s'opère le développement; ainsi tous les points de la surface restent toujours à la même distance du sommet. De plus, lorsque, comme dans ce cas, la surface conique est droite et circulaire tous les points de la trace horizontale circulaire sont à égales distances du sommet; ils doivent donc encore être à égales distances du sommet sur le développement, et

par conséquent sur un arc de cercle dont le rayon est égal à la distance constante du sommet à la trace circulaire. Donc, si après avoir pris arbitrairement un point pour représenter le sommet sur le développement, on décrit de ce point comme centre, et d'un rayon égal à a C, un arc de cercle indéfini, cette arc sera aussi indéfiniment le développement de la trace horizontale de la surface. Puis, si à partir du point T de la trace par laquelle on veut commencer le développement, on porte l'arc de cercle T Q sur l'arc qu'on vient de décrire, on déterminera la position du point Q sur le développement; et la droite indéfinie, menée par ce point au centre du développement, sera la position qu'occupera la droite de la surface qui est projettée en A Q, et sur laquelle devra se trouver le point r de la section rapportée. Pour construire ce point, il ne s'agira plus que de trouver sa distance au sommet, et la porter sur la droite indéfinie, à partir du centre du développement. Pour cela, par le point f, dans la projection verticale, on menera l'horizontale $f k$ jusqu'à ce qu'elle coupe le côté a C du cône en un point k, et la droite $a k$ sera cette distance. En construisant de même successivement tous les autres points de l'intersection, et faisant passer par tous ces points une courbe, on aura l'intersection des deux surfaces rapportée sur le développement de la première; on opérera de même pour la seconde surface.

QUATRIÈME QUESTION.

Construire l'intersection de deux surfaces coniques à bases quelconques.

Solution. Soient A, *a*, (fig. 30) les projections du sommet de la première surface ; C G D G' sa trace donnée sur le plan horizontal ; B, *b* les projections du sommet de la seconde, et E H F H' sa trace sur le plan horizontal. On concevra par les deux sommets une droite, dont on aura les projections, en menant les dsoites indéfinies A B, *a b*, et dont on construira facilement la trace J sur le plan horizontal. Par cette droite, on concevra une série de plans qui couperont chacun les deux surfaces coniques dans le système de plusieurs lignes droites ; et celles de ces lignes droites qui seront dans le même plan, détermineront, par leurs rencontres, autant de points de l'intersection des deux surfaces. Les traces horizontales de tous les plans de cette série passeront nécessairement par le point J ; et, parce que la position de ces plans est d'ailleurs arbitraire, on pourra donc se donner arbitrairement leurs traces, en menant par le point J tant de droites J K qu'on voudra, par chacune desquelles on fera l'opération que nous allons décrire par une seule d'entr'elles.

La petitesse du format du journal n'a pas permis de faire la figure complète. Nous invitons les élèves à la construire en grand, et à tracer les courbes dans la plus grande partie de leur étendue qu'il sera possible.

La trace K J de chacun des plans de la série coupera la trace horizontale de la première surface conique en des points G G', qui seront aussi les traces horizontales des lignes droites, suivant lesquelles le plan coupe la surface conique ; ainsi A G, A G' seront

les projections horizontales indéfinies de ces droites, et on aura leurs projections verticales, en projetant G, G' en $g g'$, et en menant les droites indéfinies $a g a g'$. Pareillement la trace K J du même plan de la série coupera la trace horizontale de la seconde surface conique dans des points H, H' par lesquels, si l'on mène indéfiniment B H, B H', on aura les projections horizontales des droites, suivant lesquelles le même plan de la série coupe la seconde surface; et l'on aura leurs projections verticales, en projetant H, H' en $h h'$ et en menant les droites indéfinies $b h b h'$.

Cela fait, pour le même plan dont la trace est K J, on aura sur la projection horizontale un certain nombre de droites A G, A G', B H, B H'; et les points P, Q, R, S, ou celles qui appartiennent à l'une des surfaces rencontreront celles qui appartiennent à l'autre, seront les projections horizontales d'autant de points de l'intersection des deux surfaces. Ainsi, en opérant successivement de la même manière pour d'autres lignes K J, on trouvera de nouvelles suites de points P, Q, R, S; et faisant ensuite passer par tous les points P une première branche de courbe, par tous les points Q une seconde, par tous les points R une troisième, etc., on aura la projection horizontale de l'intersection demandée.

Pareillement, pour le même plan dont la trace est K J, on aura sur la projection verticale un certain nombre de droites $a g$, $a g'$ $b h$, $b h'$, dont les points de rencontre seront les projections verticales d'autant de points de l'intersection.

Il faut observer ici qu'il n'est pas nécessaire de construire les deux projections indépendamment l'une de l'autre, et qu'un point de l'une étant construit, on peut le projeter dans l'autre projection sur l'une des droites qui doit le contenir; ce qui fournit les moyens de vérifier les opérations, et d'éviter, dans certains cas, les intersections de droites qui se couperaient sous des angles trop obliques.

Pour trouver les tangentes à la projection horizontale, celle, par exemple, qui la touche au point P, il faut construire la trace horizontale T de la tangente de l'intersection au point qui correspond à P. Or, cette tangente est l'intersection des deux plans qui touchent les surfaces coniques dans ce point; sa trace sera donc dans la rencontre des traces horizontales de ces deux plans tangens. De plus, A G ' P est la projection de la droite de contact du plan qui touche la première surface; ainsi, la trace de ce premier plan sera la tangente de la courbe C G D G ' au point G ': soit G ' T V cette tangente. Pareillement, B H ' P est la projection horizontale de la droite de contact du plan qui touche la seconde surface; ainsi, la trace horizontale du second plan tangent sera la tangente au point H ' de la courbe E H F H ': soit H ' T U cette tangente. Les deux tangentes G ' V, H ' U se couperont donc en un point T, par lequel, si l'on mène la droite T P, on aura la tangente au point P, demandée.

En raisonnant de même pour les autres points Q, R, S, on trouvera 1°. que la tangente en Q doit passer par le point V de rencontre des tangentes en

G' et en H ; 2°. que la tangente en R doit passer par la rencontre X des tangentes en H et en G ; 3°. que la tangente en S, doit passer par la rencontre U des tangentes en G et en H'.

Quant aux tangentes de la projection verticale, elles n'ont aucune difficulté, lorsque celles de la projection horizontale sont déterminées ; car en projettant les traces horizontales T, V, U, X des tangentes correspondantes de l'intersection, on a les points par lesquels elles doivent passer.

CINQUIÈME QUESTION.

Construire l'intersection d'une surface conique à base quelconque, et de celle d'une sphère.

Nous supposerons ici que les deux surfaces sont concentriques, c'est-à-dire, que le sommet du cône est placé au centre de la sphère, parce que nous aurons besoin de ce cas particulier pour la question suivante.

Solution. Soient A, *a*, (*fig.* 31) les projections du centre commun des deux surfaces, B C D E la trace horizontale donnée de la surface conique, *a m* le rayon de la sphère, et le cercle *l g' f' m* la projection verticale de la sphère. On concevra par le centre commun des deux surfaces, une série de plans que l'on pourra de plus supposer tous perpendiculaires à l'un des deux plans de projections. Dans la *fig.* 31 nous les avons supposés verticaux. Chacun de ces plans coupera la surface conique dans un système de lignes

droites, et la surface de la sphère dans la circonférence d'un de ses grands cercles ; et pour chaque plan les rencontres de ces droites avec la circonférence du cercle, détermineront des points de l'intersection demandée ; soient donc menées par le point A, tant de droites indéfinies C A E qu'on voudra, qui seront les projections horizontales d'autant de plans verticaux de la série, et en même tems celles des lignes, suivant lesquelles ces plans coupent les deux surfaces. Chaque droite C A E coupera la trace horizontale B C D E de la surface conique en des points C, E, qui seront les traces horizontales des sections faites dans cette surface par le plan correspondant ; et si après avoir projeté les points C, E sur L M en *c*, *e*, on mène les droites *a c*, *a e*, on aura les projections verticales des mêmes sections. Il s'agit actuellement de trouver les rencontres de ces sections avec celle de la sphère par le même plan.

Pour cela, après avoir mené par le point A, la droite G A F parallèle à L M, on concevra que le plan vertical mené par C E tourne autour de la verticale élevée par le point A, et projeté en *a' a*, comme charnière, jusqu'à ce qu'il devienne parallèle au plan vertical de projection, et de plus qu'il entraîne avec lui les sections qu'il a faites dans les deux surfaces. Dans ce mouvement les points C, E décriront autour du point A, comme centre des arcs de cercles C G, E F, et viendront s'appliquer en G, F ; et si l'on projette ces derniers points sur L M en *g*, *f*, les droites *a g*, *a f* seront les projections verticales des sections faites dans la surface conique, considérées dans la

nouvelle position qu'elles ont prises en vertu du mouvement du plan. La section faite dans la surface de la sphère, considérée de même dans la nouvelle position, aura pour projection verticale la circonférence $l g' f' m$. Donc les points de rencontre g', f, de cette circonférence avec les droites $a g$, $a f$ seront les projections de points de l'intersection demandée, considérés aussi dans la nouvelle position du plan.

Actuellement pour avoir les projections des mêmes points considérés dans leur position naturelle, il faut supposer que le plan vertical de la série retourne dans sa position primitive. Dans ce mouvement, tous ses points, et parconséquent ceux de l'intersection qu'il contient, décriront des arcs de cercles horizontaux autour de la verticale élevée par le point A comme axe, et dont les projections verticales seront des droites horizontales. Donc, si par les points f', g' on mène les horizontales $f' h$, $g' i$, elles contiendront les projections verticales des points de l'intersection. Mais ces projections doivent aussi se trouver sur les droites respectives $a c$, $a e$; donc elles seront aux points de rencontre i, h de ces dernières droites avec les horizontales $g' i$, $f' h$. Ainsi la courbe $k h n i$ menée par tous les points construits de la même manière, pour toute autre droite que C E, sera la projection verticale de l'intersection demandée.

Si l'on projette les points i, h, sur C E en J, H, on aura les projections horizontales des mêmes points de l'intersection; et la courbe K H N J menée par tous les points J, H construits de la même manière, pour

toute autre droite que C E, sera la projection horizontale de l'intersection.

Pour trouver la tangente au point J de la projection horizontale, il faut construire la trace horizontale P de la tangente au point correspondant de l'intersection. Cette trace doit se trouver à la rencontre des traces des plans tangens aux deux surfaces, au point de l'intersection qui correspond au point J. Or il est évident que si par le point C on mène à la courbe B C D E, la tangente C P, on aura la trace du plan tangent à la surface conique. Quant à celle du plan tangent à la surface de la sphère, on opérera, comme nous l'avons vu pour les surfaces de révolution, c'est-à-dire, en menant par le point g' au cercle $l\,g\,f\,m$, la tangente $g'\,o$ prolongée jusqu'à la droite L M en o, en portant ensuite $a'\,e$ sur C E de A en O, et menant par le point O la droite de O P perpendiculaire à C E. Donc les deux traces C P, O P se couperont en un point P, par lequel si l'on mène la droite J P, on aura la tangente au point J.

Enfin il est évident que l'on aura la tangente au point i de la projection verticale de l'intersection, en projetant le point P sur L M en p, et menant ensuite la droite $i\,p$, qui sera la tangente demandée.

Si la sphère et la surface conique n'étaient pas concentriques, il faudrait concevoir par leurs deux centres une ligne droite, et choisir la série de plans coupans qui passerait par cette droite. Chacun de ces plans couperait la surface conique dans des droites, et celle de la sphère dans un de ses grands cercles, comme dans le cas précédent; ce qui donne également une

construction simple. Mais alors il serait avantageux de placer le plan vertical de projection parallèlement à la droite menée par les deux centres, afin que, dans le mouvement que l'on fait faire à chaque plan coupant, pour le rendre parallèle au plan vertical de projection, les deux centres soient immobiles, et ne changent pas de projections, ce qui simplifie les constructions.

SIXIÈME QUESTION.

Construire le développement d'une surface conique à base quelconque, et rapporter sur cette surface ainsi développée, une section dont on a les deux projections.

Solution. On concevra la surface d'une sphère d'un rayon pris à volonté, et dont le centre soit placé au sommet du cône, et on construira, comme nous l'avons fait dans la question précédente, les projections de l'intersection de ces deux surfaces. Cela fait, il est évident que tous les points de l'intersection sphérique étant à la même distance du sommet, ils doivent aussi, sur la surface développée, se trouver à la même distance du sommet, et par conséquent sur un arc de cercle décrit du sommet, comme centre, et avec un rayon égal à celui de la sphère. Ainsi, en supposant que le point R (*fig.* 33) soit le sommet de la surface développée, si de ce point comme centre, et d'un rayon égal à *a m* (*fig.* 31) on décrit un arc de cercle indéfini S T U, ce sera sur cet arc que tous les points de l'intersection sphérique viendront s'appliquer, de manière

manière que les parties de cet arc seront respectivement égales aux parties correspondantes de l'intersection sphérique. Il s'agit donc actuellement, après avoir pris à volonté sur cette intersection un point pour origine, par exemple, celui qui est projeté en *r* (*fig.* 31) et un point *S* (*fig.* 33) pour son correspondant sur la surface développée, de développer les différens arcs de l'intersection sphérique, et de les porter successivement sur l'arc de cercle S T U de S en des points T. Pour cela, la courbe sphérique étant à double courbure, il faut lui faire perdre successivement ses deux courbures, sans altérer sa grandeur, de la manière suivante.

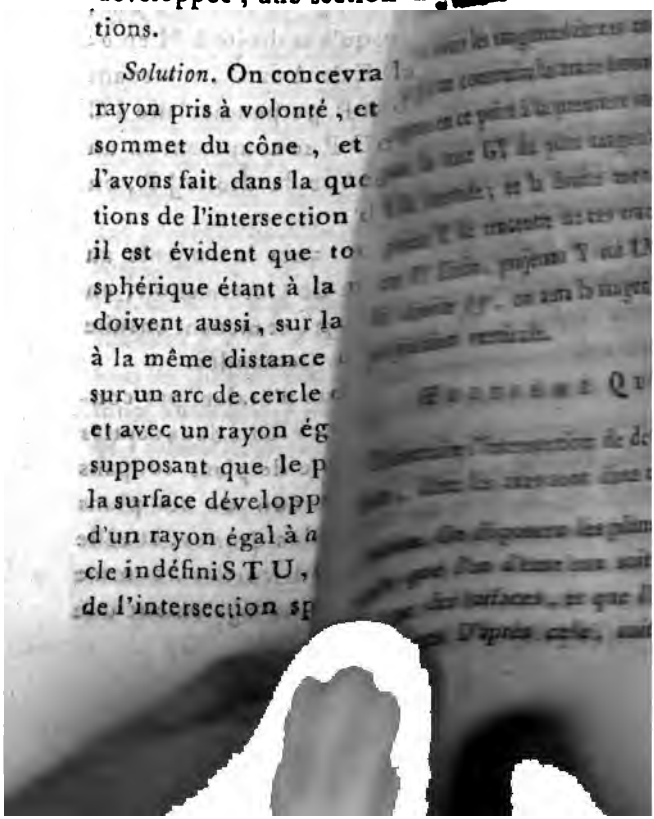
L'intersection sphérique étant projetée sur le plan horizontal en N J K H, on peut la regarder comme tracée sur la surface d'un cylindre vertical, dont la base serait N J K H; on pourra donc développer cette surface *fig* 32, comme nous l'avons indiqué *fig.* 27, et rapporter sur cette surface cylindrique développée, l'intersection sphérique, en développant l'arc N J *fig.* 31, en N' J' *fig.* 32, et en portant la verticale *i' i fig.* 31, perpendiculairement à N' N' *fig.* 32, de J' en J''; la courbe N'' J'' K'' N'' qui passera par tous les points J'' ainsi déterminés, sera l'intersection sphérique privée de sa courbure horizontale, sans avoir changé de longueur. On aura la tangente au point J'' de cette courbe, en prenant J P *fig.* 31, et la portant sur N' N' de J' en P', et menant la droite J'' P'.

Actuellement on développera la courbe N'' J'' K'

construction simple. Mais alors il serait avan
placer le plan vertical de projection para
la droite menée par les deux centres, af
le mouvement que l'on fait faire à cha
pant, pour le rendre parallèle au pl
projection, les deux centres soient i
changent pas de projections, ce qui
tructions.

SIXIÈME QUE

Construire le développement
à base quelconque, et rapport
développée, une section do
tions.



Solution. On concevra
rayon pris à volonté, et
sommet du cône, et
l'avons fait dans la que
tions de l'intersection
il est évident que to
sphérique étant à la
doivent aussi, sur la
à la même distance
sur un arc de cercle
et avec un rayon ég
supposant que le p
la surface développ
d'un rayon égal à
cle indéfini S T U,
de l'intersection sp

mière surface,
la génératrice
parallèle à LM,
la seconde surface.
mière que A et a^1
le rencontre des deux
atrice donnée de cette
ra une série de surfaces
mmun soit placé au point
. Pour chacune des surfaces
uira la projection $i\ k\ n\ o\ p\ q$
e au plan vertical de projection;
qui seront des arcs de cercles
comme centre, et avec des rayons
ront les deux génératrices en des

chaque surface sphérique coupera la
ce dans la circonférence d'un cercle,
era perpendiculaire à l'axe aa^1, et dont
jection verticale en menant l'horizontale
on aura la projection horizontale, en
t point A, comme centre, et d'un dia-
à $k\ o$, la circonférence de cercle KROR^1.
, chaque surface sphérique de la série,
a seconde surface de révolution, dans la
ence d'un cercle dont le plan sera perpen-
au plan vertical de projection, et dont on
projection verticale en menant par le point
roite $p\ r$ perpendiculaire a^1b.
point r, dans lequel se coupent les deux droites
, est plus près de deux axes respectifs que n'en

courbe qui passera par tous les points trouvés de la même manière, sera la projection horizontale de l'intersection.

Pour avoir la projection verticale, on projetera sur LM, les points F, F¹..., G, G¹ en f, f^1 g, g^1 ; et par ces derniers points, on mènera aux projections des génératrices respectives, les parallèles fh, f^1h^1, gi, g^1i qui, par leurs rencontres, détermineront les projections verticales p, q, r, s des points de l'intersection. En opérant de même pour toutes les autres droites FG¹, on aura de nouveaux points p, q, r, s ; et la courbe qui passera par tous ces points, sera la projection verticale de l'intersection.

Pour avoir les tangentes de ces courbes aux points P et p, on construira la trace horizontale FY du plan tangent en ce point à la première surface cylindrique ; puis la trace GY du plan tangent, un même point à la seconde ; et la droite menée du point P au point Y de rencontre de ces traces, sera la tangente en P. Enfin, projetant Y sur LM en y, et menant la droite py, on aura la tangente au point p de la projection verticale.

HUITIÈME QUESTION.

Construire l'intersection de deux surfaces de révolution, dont les axes sont dans un même plan.

Solution. On disposera les plans de projections, de manière que l'un d'entr'eux soit perpendiculaire à l'axe d'une des surfaces, et que l'autre soit parallèle aux deux axes. D'après cela, soit A (*fig.* 35) la

projection horizontale de l'axe de la première surface, aa^1 sa projection verticale, et $c\,d\,e$ la génératrice donnée de cette surface. Soit AB, parallèle à LM, la projection horizontale de l'axe de la seconde surface, a^1b sa projection verticale, de manière que A et a^1 soient les projections du point de rencontre des deux axes ; et soit $f\,g\,h$ la génératrice donnée de cette seconde surface. On concevra une série de surfaces sphériques, dont le centre commun soit placé au point de concours des deux axes. Pour chacune des surfaces de cette série, on construira la projection $i\,k\,n\,o\,p\,q$ du grand cercle parallèle au plan vertical de projection; et ces projections, qui seront des arcs de cercles décrits du point a^1 comme centre, et avec des rayons arbitraires, couperont les deux génératrices en des points k, p.

Cela posé, chaque surface sphérique coupera la première surface dans la circonférence d'un cercle, dont le plan sera perpendiculaire à l'axe aa^1, et dont on aura la projection verticale en menant l'horizontale $k\,o$, et dont on aura la projection horizontale, en décrivant du point A, comme centre, et d'un diamètre égal à $k\,o$, la circonférence de cercle KROR^1. De même, chaque surface sphérique de la série, coupera la seconde surface de révolution, dans la circonférence d'un cercle dont le plan sera perpendiculaire au plan vertical de projection, et dont on aura la projection verticale en menant par le point p une droite $p\,r$ perpendiculaire a^1b.

Si le point r, dans lequel se coupent les deux droites $k\,o$, $p\,r$, est plus près de deux axes respectifs que n'en

sont les points k, p, il est évident que les deux circonférences de cercle se couperont en deux points, dont le point r sera la projection verticale commune ; et la courbe, menée par tous les points r construits de la même manière, sera la projection verticale de l'intersection des deux surfaces. Projetant le point r sur la circonférence du cercle KROR^1 en R et R^1, on aura les projections horizontales des deux points de rencontre des circonférences de cercles qui se trouvent sur la même sphère ; et la courbe, menée par tous les points R, R^1 construits de la même manière, sera la projection horizontale de l'intersection demandée.

Ces exemples doivent suffire pour faire connaître la manière dont il faut employer la méthode de construire les intersections des surfaces, et de leur mener des tangentes ; sur-tout si les élèves s'appliquent à construire avec la plus grande exactitude, s'ils emploient de grandes dimensions, et si, autant qu'il sera possible, ils tracent les courbes dans toute leur étendue ; ce que la petitesse du format du journal ne nous a pas toujours permis de faire.

Dans tout ce qui précède, nous avons regardé les courbes à double courbure, comme déterminées chacune par deux surfaces courbes dont elle est l'intersection ; et c'est, en effet, le point de vue sous lequel elles se présentent le plus ordinairement dans la géométrie descriptive. Dans ce cas, nous avons vu qu'il est toujours possible de leur mener des tangentes. Mais de même qu'une surface courbe peut être définie au moyen de la forme et du mouvement de sa génératrice, il peut

arriver aussi qu'une courbe soit donnée par la loi du mouvement d'un point générateur ; et alors, pour lui mener une tangente, si l'on ne veut pas avoir recours à l'analyse, on peut employer la méthode de Roberval. Cette méthode, qu'il inventa avant que Descartes eût appliqué la géométrie à l'algèbre, est implicitement comprise dans les procédés du calcul différentiel, et c'est pour cela que les élémens de mathématiques n'en font pas mention ; nous nous contenterons ici de l'exposer d'une manière sommaire. Ceux qui désireront en voir des applications nombreuses, pourront consulter les mémoires de l'académie des sciences, antérieurs à 1699, dans lesquels les ouvrages de Roberval ont été recueillis.

Lorsque, d'après la loi de son mouvement, un point générateur est perpétuellement poussé vers un même point de l'espace, la ligne qu'il parcourt, en vertu de cette loi, est droite ; mais si, dans chaque instant de son mouvement, il est en même-tems poussé vers deux points, la ligne qu'il parcourt, et qui, dans quelques cas particuliers, peut encore être une droite, est en général une ligne courbe. On aura la tangente à cette courbe, en menant par le point de la courbe deux droites, suivant les deux directions différentes du mouvement du point générateur ; en portant sur ces directions, et dans le sens convenable, des parties proportionnelles aux deux vîtesses respectives de ce point ; en achevant le parallélogramme, et en menant la diagonale qui sera la tangente demandée ; car cette diagonale sera dans la direction du mouvement du point décrivant au point de la courbe que l'on considère.

Nous ne citerons qu'un seul exemple.

Un fil AMB (*fig.* 36) étant attaché par ses extrémités à deux points fixes A, B, et au moyen d'une pointe M on tend ce fil ; et si l'on fait mouvoir la pointe, de manière que le fil soit toujours tendu, la pointe décrira une courbe DCM qui, comme on sait, est une ellipse dont les points fixes A, B sont les foyers. D'après la génération de cette courbe, il est très-facile de lui mener une tangente par la méthode de Roberval. En effet, puisque la longueur du fil ne change pas, dans chaque instant du mouvement le rayon AM s'allonge de la même quantité dont le rayon BM se raccourcit. La vîtesse du point, décrivant dans la direction AM, est donc égale à sa vîtesse dans la direction MQ. Donc, si l'on porte sur MB, et sur le prolongement de AM des droites égales MQ, MP, et si l'on achève le parallélogramme MPRQ, la diagonale MR de ce parallélogramme sera la direction du point générateur en M, et par conséquent la tangente au même point de la courbe. On voit clairement d'après cela, que dans l'ellipse, la tangente partage en deux parties égales, l'angle BMP, formé par un des rayons vecteurs, et par le prolongement de l'autre ; que les angles AMS et BMR, sont égaux entr'eux ; et que la courbe doit avoir la propriété de réfléchir à un des foyers, les rayons de lumière, émanés de l'autre.

Il est facile d'étendre la méthode de Roberval, au cas des trois dimensions, et de l'appliquer à la construction des tangentes des courbes à double courbure.

En effet, si un point générateur se meut dans l'espace, de manière qu'à chaque instant de son mouvement, il soit poussé vers trois points différens, la ligne qu'il parcourt, et qui, dans quelques cas particuliers, peut être plane et même droite, est en général une courbe à double courbure. On aura la tangente de cette courbe en un point quelconque, en menant par ce point des droites, suivant les trois directions différentes des mouvemens du point générateur; en portant sur ces droites et dans le sens convenable des parties proportionnelles aux trois vîtesses respectives de ce point; en achevant le parallélipipède, et en menant la diagonale du parallélipipède, qui sera la tangente de la courbe au point que l'on considère.

Nous allons appliquer cette méthode à un cas analogue à celui de l'ellipse, et la figure 37 que nous allons employer, représentera l'objet en perspective, et non pas en projections.

Trois points fixes, A, B, C, étant donnés dans l'espace, soit un premier fil A M B, attaché par ses deux extrêmités aux points A et B; soit un autre fil A M C, d'une grandeur indépendante de celle du premier, et qui soit attaché par ses extrêmités aux deux points A et C; si un point générateur, saisissant en même-tems les deux fils, se meut de manière que ces fils soient toujours tendus, il parcourra une courbe à double courbure. Pour mener à cette courbe une tangente au point M, il faut remarquer que la longueur du premier fil A M B étant constante dans

chaque instant du mouvement, la quantité dont la partie A M l'allonge, est égale à celle dont la partie M B se racourcit, et que la vîtesse du point générateur dans la direction A M, est égale à sa vîtesse dans la direction E B. De même la longueur du fil AMC étant constante, la vîtesse du point générateur dans la direction MC, est encore égale à sa vîtesse dans la direction A M. Donc, si sur le prolongement de A M et sur les droites M B, M C, on porte les parties égales M P, M Q, M R, et si l'on achève le parallélipipède M P U S V Q R T, la diagonale M S de ce parallélipipède, sera la tangente demandée.

Comme la méthode de Roberval est fondée sur le principe de la composition du mouvement, il est facile d'appercevoir que dans les cas moins simples que ceux que nous avons choisis pour exemples, on peut s'aider des méthodes connues pour trouver la résultante de forces qui sont dirigées vers un point, et dont on connaît les grandeurs et les directions.

VINGT-SIXIÈME SÉANCE.

(22 *Ventôse.*)

C H I M I E.

BERTHOLLET, *Professeur.*

Déjà la chimie avait fait de grands progrès dans la connaissance des substances salines; déjà les combinaisons métalliques avaient été soumises à une analyse satisfaisante, à l'aide de la supposition du phlogistique, lorsque les propriétés des substances aériformes étaient à peine apperçues.

C'est une époque qui ne doit pas être négligée dans l'histoire de l'esprit humain, que celle des efforts qui ont été faits pour franchir la barrière qu'opposait aux tentatives de la science, la forme fugitive des fluides subtils qui se dégagent, qui se combinent, qui s'élèvent dans l'atmosphère, qui se fixent dans les pierres et dans les métaux, qui se mêlent à tous les résultats de l'organisation et de la destruction.

Pendant un grand nombre d'années, les physiciens et les chimistes s'élancent dans cette carrière nouvelle, reviennent sur leurs pas, s'ouvrent des chemins inconnus, et s'y égarent. Halès sur-tout fait un grand nombre d'observations; il voit des absorptions et des dégagemens de gaz dans plusieurs opérations; il trouve un moyen de mesurer leur volume; mais il les prend pour des modifications de l'air atmosphérique, qu'il

interprète sans reconnaître les lois d'attractions, auxquelles ces gaz sont assujétis et les caractères qui les distinguent.

De tous les fluides aériformes, l'acide carbonique est celui qui possède les propriétés les plus concordantes, avec celles d'une classe de substances dont l'action avait été le mieux examinée : c'était donc par cet acide que la chimie pneumatique devait naître, et que la science devait s'élever aux spéculations qui l'ont si fort agrandie.

Effectivement les propriétés de l'acide carbonique ont été les premières reconnues, constatées et classées.

Black publia en 1755, dans les mémoires d'Edimbourg, des observations par lesquelles il prouva, 1.° que la magnésie était une terre particulière qu'il faut distinguer de la terre calcaire ; 2.° que la terre calcaire, dans son état ordinaire, était combinée avec une substance qu'il appela air fixe, ou plutôt *air fixé*, sans prétendre désigner par cette dénomination, la nature de cette substance ; 3.° que l'air fixe pouvait passer d'une combinaison dans une autre ; 4.° que la causticité de la chaux était due à ce qu'on en avait chassé l'air fixe ; 5.° que la chaux l'enlevait aux alkalis qu'elle rendait par là caustiques, et que ceux-ci pouvaient l'enlever à l'ammoniaque et à la magnésie ; 6°. que l'effervescence produite par les acides, avec les alkalis et avec la terre calcaire, était due à l'air fixe, qui est chassé des ses combinaisons.

Ces vérités importantes donnèrent lieu à beaucoup de discussions contradictoires, et à beaucoup de

recherches nouvelles, sur la cause de la causticité et sur les propriétés de l'air fixe.

Cavendish détermina, en 1766 et 1767, la quantité d'acide carbonique, qui est contenue dans l'alkali fixe et dans le carbonate d'ammoniaque. Il fit voir que l'eau pouvait en absorber un volume plus considérable que le sien; que cette quantité est d'autant plus grande que l'eau est moins chaude, et qu'elle est comprimée par une atmosphère plus pesante; qu'après avoir précipité la chaux, par le moyen de cette eau, on redissout une partie du précipité, en ajoutant de l'acide carbonique; il observa la dissolution des métaux, et sur-tout du fer et du zinc, par cet acide, la diminution du volume de l'air atmosphérique par la combustion du charbon, et la production proportionnelle d'acide carbonique qu'on peut absorber par l'alkali caustique.

En 1775, parut une dissertation de Bergman sur l'acide carbonique, auquel il donna le nom d'*acide aérien*. Il y décrit les procédés propres à retirer l'acide carbonique dans l'état de pureté, soit de la terre calcaire, par le moyen des acides qui ont une plus forte affinité avec la chaux, soit par le moyen de la terre calcaire, et sur-tout de la magnésie, par l'action de la chaleur, soit d'un mêlange fermentatif, tel que le sucre et la levure de bière, étendus d'eau. Il établit les propriétés qui doivent la faire classer parmi les acides; il détermine les proportions dans lesquelles il se combine dans les différentes substances, et les affinités électives qu'il exerce sur elles; il distingue les affinités complexes, dans lesquelles il agit; enfin cet

ouvrage est un modèle de précision et de raison chimique, dont vous devez conseiller l'étude à vos élèves, de même que celle de tous les ouvrages de ce chimiste.

L'acide carbonique, libre de toutes combinaisons, à part une petite portion d'eau, et jouissant de l'état élastique, est plus pesant que l'air atmosphérique.

Le pouce cube pèse 0,689 grains; le pied cube, 2 onces, 40 grains. Les corps enflammés s'éteignent dans ce gaz; les animaux y expirent.

C'est ce gaz qui s'exhale dans quelques lieux où les animaux ne peuvent vivre, tels que la Grotte du chien; c'est lui qui se dégage des végétaux en fermentation, qui tue les animaux, et qui éteint les lumières qu'on plonge dans la couche de l'atmosphère qui les couvre.

Il prive plus promptement de la vie que le gaz azote et le gaz hydrogène, parce que non-seulement, comme eux, il ne peut entretenir la respiration, mais qu'il met la glotte dans un état de spasme : la mort qu'il donne est douce et sans agonie.

L'acide carbonique se combine avec l'eau et avec différentes substances; mais son élasticité est une force opposée à sa tendance à la combinaison; de sorte que son absorbtion est d'autant plus lente que la substance avec laquelle il est en contact, a moins d'affinité avec lui : l'eau paraît être un intermède nécessaire, pour que l'union puisse s'effectuer avec les corps solides; car la chaux et la magnésie ne l'absorbent qu'à l'aide de l'eau. Il semble que cet acide doit passer par l'état liquide avant de se combiner avec les corps solides.

Comme une grande partie des eaux minérales doivent principalement les propriétés salutaires dont elles jouissent ou qu'on leur prête, à l'acide carbonique dont elles sont imprégnées, il est utile de faire connaître les moyens faciles par lesquels on sature l'eau d'acide carbonique.

On doit choisir le marbre blanc, ou le spath calcaire, pour qu'il ne se dégage aucune substance qui donne à l'eau une saveur désagréable : pour en séparer l'acide carbonique, on préfère l'acide sulfurique aux autres, qui, plus volatils, pourraient passer avec le gaz dans l'eau : comme le froid et la compression sont opposés à l'élasticité, qui est un obstacle à la combinaison du gaz avec l'eau, on évite la chaleur; on réunit les circonstances propres à augmenter la pression, et on favorise la combinaison par l'agitation qui multiplie les contacts.

Vous observez dans l'eau qu'on vient de saturer d'acide carbonique, les propriétés qui caractérisent les acides; mais il ne les possède que dans un faible degré.

Vous apperce vez qu'une lumière plongée dans un cylindre de verre, s'éteint lorsqu'on incline un autre cylindre rempli de gaz acide carbonique qui, à cause de l'excès de sa pesanteur spécifique sur celle de l'air atmosphérique, peut se verser comme un liquide. On fait passer plusieurs fois ce gaz d'un cylindre dans l'autre, sans qu'il y ait pour la vue aucun indice direct de cette transvasion.

On pourrait se servir de cette propriété, pour puiser ce gaz avec un vase sur les cuves en fermentation, où il s'accumule, et où il produit quelquefois des

accidens fâcheux sur ceux qui les foulent. On pourrait lui donner un écoulement par une ouverture, ou même ce qui serait plus commode, se servir d'un siphon, comme on fait pour les liquides; mais il ne faudrait pas en dégarnir entièrement la surface de la cuve, parce que l'air atmosphérique agirait alors sur la liqueur vineuse qui se forme, comme sur le vin qu'on laisse exposé à l'air.

L'acide carbonique se combine avec la baryte, la chaux, la potasse, la soude, la magnésie, l'ammoniaque et les oxydes métalliques. Dans un cours élémentaire, vous aurez soin de faire ces différentes combinaisons, de déterminer dans quelles proportions il s'y trouve, quelles propriétés les distinguent, quelles sont les affinités électives des différentes bases pour cet acide, et quelle est son action dans les affinités complexes.

Ici, nous ne considérons que ses propriétés générales, et celles qu'il est important de bien connaître, pour les employer, comme instrumens, dans les analyses chimiques, ou pour apprécier les résultats de ces analyses.

L'acide carbonique peut être chassé de ses combinaisons par la chaleur; le calorique s'accumulant, conformément aux principes que nous avons établis, l'effort de l'élasticité augmente, et on arrive à un instant où elle l'emporte sur l'attraction; alors l'acide carbonique se dégage, et se sépare des principes fixes; mais, comme dans les combinaisons, l'affinité diminue à mesure qu'on approche de l'état de saturation, l'acide carbonique se dégage beaucoup plus facilement

facilement dans le commencement, et les dernières portions exigent une chaleur beaucoup plus grande.

Il y a donc accumulation de calorique, lorsque l'acide carbonique prend l'état de gaz; et il y a dégagement, lorsque le gaz passe à l'état liquide, et de-là à l'état solide.

Lorsqu'un acide se combine avec l'alcali pur, la chaux, la baryte, la magnésie pure, l'ammoniaque, il y a production de chaleur, d'autant plus grande que l'acide agit par une forte affinité: mais lorsqu'on chasse l'acide carbonique de ses combinaisons, par l'action d'un acide qui a plus d'affinité avec leurs bases, on n'apperçoit pas de chaleur, ou du moins, elle est beaucoup plus faible, parce que l'acide carbonique a absorbé le calorique, en reprenant l'état élastique; de sorte que le calorique qui produit une chaleur sensible dans les premières combinaisons, ne fait, dans la dernière circonstance, que passer d'une combinaison dans une autre.

L'acide carbonique présente lui-même un phénomène analogue au précédent, lorsqu'il est dégagé, ou qu'il passe dans une autre combinaison; dans le premier cas, il produit une effervescence d'autant plus vive, que sa quantité est plus considérable; mais, lorsqu'il passe dans une autre substance, cette union se fait avec tranquillité: ainsi, lorsqu'on verse une dissolution de carbonate, de potasse ou de soude dans une dissolution de terre calcaire, le précipité qu'on observe n'est pas de la terre calcaire pure, ou de la chaux, mais une combinaison de chaux et d'acide

carbonique qui s'est formée, et alors il n'y a pas d'effervescence.

Il arrive ordinairement, lorsqu'on décompose une dissolution métallique par le carbonate d'alcali, que l'acide carbonique ne peut se combiner en entier avec l'oxide métallique; alors il y a un effet mixte; une partie de l'acide carbonique reprend l'état gazeux, et produit une effervescence proportionnelle à la quantité qui n'a pu se combiner avec l'oxide.

L'air atmosphérique a lui-même la propriété de se combiner avec l'acide carbonique, et il en tient ordinairement en dissolution environ un centième de son volume. De-là vient que l'eau de chaux, exposée à l'air, se décompose; il se forme à la surface une croûte qui est du carbonate de chaux, et qui se précipite en partie: les alcalis caustiques deviennent de même effervescens, lorsqu'ils sont exposés à l'atmosphère, et les oxides métalliques attirent l'acide carbonique de l'air dans les lieux humides.

Lorsqu'on laisse à l'air une eau saturée d'acide carbonique, ce n'est pas la tendance à l'élasticité du gaz, qui l'oblige à se dégager, à moins que la compression de l'atmosphère n'ait diminué, ou que la chaleur ne soit augmentée; mais c'est l'air qui agit par son affinité: car, en interceptant le contact de l'air par un corps léger, le dégagement n'a pas lieu; et si un flacon n'est rempli qu'en partie d'eau acidulée, et si le reste est occupé par l'air atmosphérique, on s'apperçoit bientôt, comme l'a observé Velter, que l'air se trouve dans un état de compression, et fait effort pour s'échapper; c'est que l'air a dissous

l'acide carbonique, en l'enlevant à l'eau, et par-là son volume se trouve augmenté : on peut priver entièrement l'eau de l'acide, en renouvellant l'air un nombre suffisant de fois.

Cette observation nous explique pourquoi les eaux qui ont tant d'occasions de dissoudre de l'acide carbonique, n'en contiennent cependant que rarement, ou qu'une petite quantité; elle nous apprend comment les eaux qui tiennent en dissolution de la terre calcaire, ou de l'oxide de fer, par le moyen de l'acide carbonique, les abandonnent, lorsqu'elles sont exposées à l'air.

Mais, si l'air peut enlever l'acide carbonique à l'eau, il paraît que l'acide carbonique peut aussi, en se dégageant de l'eau, entraîner par son affinité une portion de l'air qui était tenu en dissolution dans l'eau, et il paraît qu'il entraîne de préférence le gaz azote. Il est probable que c'est là l'origine d'un résidu gazeux qu'on observe toujours, lorsqu'après avoir chassé par la chaleur l'acide carbonique de l'eau, on le redissout.

Black, dans ses recherches importantes, assigna la véritable cause de la causticité des alcalis; il prouva qu'elle est due à la privation de l'air fixe ou acide carbonique; mais il se trompa sur la manière dont ce principe exerce son action caustique : il crut que l'alcali caustique agissait sur les substances animales, en s'emparant de l'air fixe qu'il supposait y exister tout formé, et cette opinion a été adoptée par plusieurs autres chimistes.

Les alcalis ne s'emparent pas de l'acide carbonique,

lorsqu'ils attaquent les substances animales ; mais ils se combinent avec les substances animales mêmes, ils les dissolvent, ils forment avec elles une combinaison brune et d'une saveur amère : on peut ensuite, par le moyen des affinités complexes, faire passer la substance animale, en combinaison avec les terres calcaires, la baryte, l'alumine et les oxides métalliques.

Les propriétés de l'acide carbonique étaient déterminées avec autant de précision que celles des acides les mieux connus ; on savait qu'il se dégageait en abondance de la fermentation et de la putréfaction, qu'il formait une grande partie des fluides aëriformes qui se dégagent dans les distillations, qu'il se produisait dans la respiration et la combustion : mais on n'avait que des idées vagues sur sa nature, et on se contentait d'explications hypothétiques sur sa composition et sur ses principes, lorsque Lavoisier détermina, avec la précision qui caractérise ses recherches, l'origine de l'acide carbonique, sa nature, les proportions des principes dont il est composé ; et il répandit, par cette découverte, un grand jour sur la plûpart des phénomènes produits par les corps organisés.

L'appareil dont s'est servi Lavoisier pour déterminer ce qui se passe dans la combustion du charbon, ainsi que dans celle de plusieurs autres corps, consiste en une cloche de verre qu'on pose sur un bain de mercure et dont on soutire tout l'air atmosphérique ; alors on y introduit du gaz oxigène en laissant cependant une couche de mercure au-dessus du niveau, pour éviter que la chaleur ne fasse sortir par la dilatation une

partie du gaz contenu ; on introduit dans la cloche une petite capsule dans laquelle on a mis une certaine quantité de charbon de bois léger, tel que celui de Bourdaine ; sur ce charbon concassé est placé un petit morceau d'amadou auquel on a fixé un atôme de phosphore : on fait passer par-dessous la cloche un fer recourbé que l'on a échauffé ; il conserve assez de chaleur pour enflammer le phosphore, qui met en ignition l'amadou, et celui-ci embrâse le charbon. Quand la combustion du charbon est finie, on introduit de l'alcali caustique, qui absorbe l'acide carbonique qui s'est formé. On détermine la quantité d'oxigène qui a servi à la formation de l'acide carbonique, la quantité de charbon qui a disparu par la combustion, celle de la cendre qu'il a laissée ; et par la comparaison de tous ces poids, on détermine qu'elle est la proportion de carbone qui est entrée en combinaison avec l'oxigène pour former l'acide carbonique, en faisant entrer dans les évaluations, l'influence qu'ont dû avoir sur la dilatation du gaz, le changement de température et l'élévation du mercure au-dessus de son niveau, et on ramène par le calcul toutes les circonstances, à une température de dix degrés, et à une pression de 28 pouces de mercure.

Une circonstance qui empêche qu'on ne parvienne à des résultats bien précis, c'est que le charbon se trouve naturellement combiné avec une portion variable d'hydrogène ; de sorte qu'en même tems qu'il se forme de l'acide carbonique, il y a une petite production d'eau, dont on ne peut déterminer la quantité, parce qu'une partie se dissout dans l'acide carbonique : en

peut, à la vérité, chasser l'hydrogène du charbon, en le poussant à une forte chaleur ; mais il paraît qu'il ne peut en être dégagé complettement, de sorte qu'il reste toujours une légère incertitude sur les proportions des deux principes qui composent l'acide carbonique : en combinant les résultats de plusieurs expériences, l'approximation à laquelle Lavoisier s'est fixé, est de 24 parties de carbone contre 76 parties d'oxigène.

On distingue le carbone du charbon, en ce que le carbone est le principe charbonneux pur, et tel qu'il entre en combinaison avec d'autres principes, et sur-tout avec l'oxigène ; au lieu que le charbon est une combinaison du carbone prépondérant avec la terre, et un peu d'alcali, qui forment ensuite la cendre ; il s'y trouve ordinairement un peu de fer et quelquefois d'autres principes, tels que l'azote, le phosphore, ou l'acide phosphorique, le soufre. C'est par ces substances alliées que les charbons diffèrent, et ne croyez pas qu'il n'y ait qu'un seul mêlange ; car alors le charbon des substances animales ne différerait pas sensiblement dans son action, de celui des substances végétales.

Le carbone se combine donc avec l'oxigène ; le résultat de cette combinaison, est l'acide carbonique ; les circonstances nécessaires pour la produire, sont un degré de température qui doit varier selon l'aggrégation plus ou moins forte des parties de charbon, et selon l'état de combinaison où elles se trouvent avec d'autres substances.

La terre, les alcalis, les autres sels restent dans la cendre.

L'azote qui se trouve dans les charbons des substances animales, peut être dégagé sous la forme de gaz, ou entrer dans d'autres combinaisons, selon les circonstances.

L'hydrogène forme de l'eau avec l'oxigène qui est toujours en excès, parce que la combustion cesse avant qu'il soit épuisé ; de sorte qu'on ne peut appliquer ici ce qui a été exposé dans la séance précédente sur la formation de l'acide nitreux qu'on peut éviter.

Le carbone a plus d'affinité avec l'oxigène que n'en a l'hydrogène, de sorte qu'il décompose l'eau et peut en chasser l'hydrogène. C'est encore une expérience qui a été faite avec beaucoup d'exactitude par Lavoisier et Meusnier.

Fontana avait observé que, lorsqu'on plongeait dans l'eau un charbon ardent, il se dégageait du gaz hydrogène; Lavoisier et Meusnier mirent de l'eau dans un canon de fer, dans l'intérieur duquel ils introduisirent une feuille de cuivre roulée pour empêcher l'eau d'agir sur le fer ; ils placèrent dans ce canon quatre gros quinze grains de charbon : l'appareil et la conduite de l'expérience furent les mêmes que dans celles de la décomposition de l'eau par le fer : le résultat fut, qu'il y eut une perte d'un gros trente-six grains d'eau ; qu'il resta six grains de cendres ; qu'à part cela, tout le charbon disparut ; qu'il se forma 1641 grains de gaz acide carbonique, pesant une once sept gros soixante-un grains ; qu'il se dégagea deux gros 15,6 grains de gaz hydrogène, et qu'il se décomposa une once trente-six grains d'eau.

La décomposition de l'eau par le carbone, peut

s'opérer dans l'instant à la température de l'atmosphère par le concours de plusieurs affinités : si on dissout le charbon dans la potasse caustique, comme l'a observé Velter, et si on jette cette combinaison dans l'eau, il se dégage une quantité assez considérable de gaz inflammable ; l'oxigène de l'eau se combine avec le carbone pour former l'acide carbonique, et son hydrogène prend l'état gazeux. Dans l'évaluation des forces qui ont agi, il faut faire entrer l'affinité de l'acide carbonique pour la potasse, et l'absence de la force d'aggrégation entre les molécules du charbon.

C'est ainsi que la combinaison du phosphore et de la chaux, où le phosphore de chaux décompose l'eau dans laquelle on jette cette combinaison, comme l'a observé Pearson, et qu'il résulte de cette décomposition du phosphate de chaux.

Pendant que la combinaison du carbone avec l'oxigène se forme, il se dégage en lumière et en chaleur une grande quantité de calorique.

La combustion d'une livre de charbon a fondu dans le calorimètre un peu plus de 96 livres de glace. Celle d'une livre de gaz hydrogène peut fondre 295 livres de glace ; ainsi la chaleur, produite par la combustion d'une livre de charbon, pourrait, si elle était toute employée à cet effet, élever 96 livres d'eau du zéro du thermomètre à 60 degrés de chaleur, et une livre de gaz hydrogène pourrait en élever 295 livres à la même température.

Ces phénomènes sont donc analysés avec une exactitude qui permet au chimiste, après avoir examiné,

par quelques essais, les qualités des subtances qu'il emploie, de déterminer, à de très-petites différences près, dans la combustion d'un volume de gaz oxigène et de gaz hydrogène ou de charbon, quelles seront la quantité des produits qui auront lieu, la quantité et la qualité des résidus, et même quelle sera la puissance de la chaleur qui se développera.

On n'a pu, jusqu'à présent, opérer la décomposition de l'acide carbonique, que dans une expérience faite par Tenant, et répétée avec soin par Fourcroy, Vauquelin, et quelques autres chimistes.

On met du phosphore au fond d'un tube de verre, ouvert à une seule de ses extrémités; on fait passer dans le milieu du tube une certaine quantité de carbonate de soude desséché; on place cette partie dans un fourneau, dans lequel on allume des charbons; lorsque le carbonate de soude est fortement échauffé, on met du feu sous l'extrémité du tube, qui contient le phosphore, et on le réduit en vapeurs qui passent à travers ce sel. L'opération étant achevée, on trouve que le carbonate de soude est changé, en partie, en phosphate de soude, et qu'il contient une poudre noire, qui est du charbon mêlé à du phosphore. Une partie du phosphore s'est donc changée en acide phosphorique, en enlevant l'oxigène à l'acide carbonique, et le carbone en a été séparé.

La même décomposition a lieu avec les carbonates de chaux, de baryte et de magnésie.

Il paraît cependant que dans les opérations de la nature, la décomposition de l'acide carbonique a souvent lieu, et qu'elle s'effectue dans la végétation;

car Sennebier a observé que les plantes arosées avec une eau impregnée d'acide carbonique, donnaient beaucoup plus d'air vital par l'action de la lumière, que celles auxquelles on ne fournit pas l'acide carbonique. On conçoit que les substances, soit simples, soit composées, qui agissent par leurs affinités dans une plante, peuvent concourir, avec l'action de la lumière, à séparer l'oxigène de l'acide carbonique et à en retenir le carbone ; et c'est probablement là une des causes qui produisent le charbon qui entre en grande quantité dans la composition des substances végétales, et qui tiennent une espèce d'équilibre nécessaire entre la quantité d'acide carbonique qui se forme, et celle qui se détruit.

Vous voyez que l'acide carbonique, quoique faible dans son action, est cependant un agent que la nature emploie dans la plûpart de ses opérations ; vous devez donc fixer l'attention de vos élèves sur ses propriétés, et leur indiquer, avec soin, les circonstances où il se forme, celles où il est simplement dégagé, et celles où l'expérience ne peut nous éclairer sur son origine.

Je me flattais de pouvoir faire l'application des théories que nous avons parcourues jusqu'à présent, aux phénomènes de la combustion, de la respiration et de la chaleur animale ; mais ces objets méritent assez de développemens pour en faire le sujet de la séance prochaine.

HISTOIRE NATURELLE.

DAUBENTON, *Professeur.*

SUR LE SUC LAPIDIFIQUE.

Il n'y a rien de stable dans la nature, toutes ses productions éprouvent des changemens plus ou moins sensibles; les corps organisés y sont plus sujets que les autres; mais le roc le plus vif, le métal le plus dur n'en sont pas exempts: le tems et deux agens qui ne sont pas moins puissans, l'eau et le feu, les détruisent.

L'action du feu change l'état des minéraux dans le sein de la terre, et se manifeste au-dehors par l'éruption des volcans, et par leurs produits qui se répandent au loin et qui élèvent de hautes montagnes. Mais les matières volcaniques ne sont pas l'objet que je me propose de traiter aujourd'hui; je ne parlerai que de l'action de l'eau; quoiqu'elle soit plus lente que celle du feu pour la destruction des minéraux, elle produit de plus grands effets par la quantité immense des matières qu'elle déplace et qu'elle transporte à de grandes distances.

L'eau qui se filtre dans les terres, qui s'insinue dans les fentes des rochers, qui lave les substances métalliques et les pierres les plus dures, en détache des molécules qu'elle charie avec elle. On a donné à l'eau ainsi chargée de substances étrangères, le

nom de suc lapidifique, parce que cette eau contenant des parties de pierre, les dépose et forme des corps pierreux; en pénétrant des pierres déjà formées, elle y insinue des molécules qui remplissent des intervalles vides, et rendent les pierres plus compactes. La dénomination de suc lapidifère, serait plus convenable que celle de suc lapidifique.

Lorsque ce suc est en grande quantité, comme nous le voyons dans les rivières et les fleuves dont l'eau est troublée par les matières étrangères qu'elle charie, il va dans la mer y déposer ses molécules pierreuses par lits horizontaux, qui forment des carrières de schîtes, de pierres, de marbres, etc. Les effets les plus réguliers et les plus merveilleux du suc lapidifique, ne se font que lorsqu'il est stagnant: c'est alors que s'opèrent les crystallisations.

Il y a parmi les minéraux des corps de figures régulières qui présentent des cubes, des octaëdres, des dodécaëdres, des prismes, des pyramides, etc. L'opération de la nature qui forme ces corps, est appelée crystallisation. Voici comment on peut en donner quelqu'idée.

L'eau dissout ou entraîne des substances dont les parcelles sont assez tenues pour rester suspendues dans ce liquide, sans que l'on puisse les y appercevoir.

Par exemple, on ne distingue aucun corps étranger dans l'eau d'Arceuil; cependant si on la laisse reposer dans un vase, il tombe au fond un sédiment très-sensible à l'œil.

Les parcelles de substances étrangères à l'eau qui

y sont suspendues, s'attirent mutuellement par des forces qui dépendent de leur masse, de la distance qui est entr'elles et de leur figure ; elles s'approchent, se joignent et adhèrent l'une à l'autre. Leur jonction se fait par le contact de certaines faces qui ont entr'elles plus d'affinité que les autres et que l'on a appelé faces de plus grande attraction élective.

Il y a des circonstances nécessaires, pour que les parties intégrantes des minéraux, suspendues dans l'eau, forment des crystaux, en se réunissant les unes aux autres. J'ai exprimé ces circonstances, en trois mots, qui sont l'*espace*, le *tems* et le *repos*.

S'il n'y a pas assez d'espace pour que chaque parcelle puisse se mettre à sa place, la crystallisation se fera confusément, et les crystaux seront mêlés ensemble. S'ils commencent à se former contre un corps solide, ou contre un crystal déjà fait, comme il arrive le plus souvent, la partie qui adhère à ces corps, ne peut prendre d'accroissement ni de forme régulière. Ainsi, le crystal n'aura pas toutes les faces qu'il aurait eues, s'il n'avait pas trouvé d'obstacle pour son accroissement. Si l'eau, chargée de molécules qui peuvent se crystalliser, n'est pas en assez grande quantité, ou porte beaucoup d'autres substances, le mouvement des molécules ne se fera pas librement, et il n'en résultera que des crystaux informes, ou seulement quelques rudimens de crystaux.

S'il se trouve quelqu'obstacle qui empêche que la structure des crystaux ne soit achevée, cette structure restera imparfaite, faute de tems.

Si l'eau est agitée, les crystaux, à peine commencés, tombent au fond, s'accumulent les uns sur les autres, et forment des grouppes où l'on ne voit que des apparences de crystallisation.

Cette opération de la nature est délicate ; aussi voit-on plus de crystallisations confuses que de crystallisations complètes. Presque tous les crystaux ne sont terminés que par une de leurs extrêmités ; l'autre bout a été arrêté par le rocher, comme les aiguilles de crystal de roche, ou par la pierre, comme les prismes de spath calcaire. Pour qu'un crystal soit complet dans toutes ses parties, il faut qu'il se trouve placé de manière qu'il ne rencontre aucun obstacle à son accroissement.

Quoique la crystallisation d'un même minéral soit sujette à beaucoup de variétés, il y a des crystaux qui se répètent assez constamment, sous la même forme, dans la même substance, pour faire de bons caractères distinctifs. Tels sont le crystal de roche, composé de deux pyramides à six faces, dont les bases sont réunies ou séparées par un prisme à six pans ; le dodécaèdre du grenat, le spath calcaire rhomboïdal, etc. La mesure des angles de ces polyèdres font reconnaître les minéraux auxquels ils appartiennent.

Ces caractères distinctifs, fondés sur la crystallisation, sont plus sûrs que ceux que l'on tirerait des produits de l'analyse chimique : je vais en donner des preuves tirées des ouvrages d'un célèbre chimiste.

Bergmann rapporte qu'il a fait l'analyse de la topase de Saxe. Quand, et par quels moyens a-t-il connu cette pierre ? est-ce avant ou après l'avoir analysée ?

S'il l'a reconnue avant l'analyse, ce ne pouvait être que par sa texture et par sa figure. La topase de Saxe est pierre gemme, parce qu'elle est composée de lames apparentes sur sa cassure ; elle est topase de Saxe, parce qu'elle se crystallise en prisme à huit pans, terminé par deux pyramides à treize faces. Si Bergmann n'avait pas vu ces deux caractères, principalement celui de la crystallisation, il n'était pas assuré que la pierre qu'il allait analyser, fût une topase de Saxe.

S'il ne l'a pas connue avant de l'analyser, il est impossible que l'analyse ait fait distinguer l'espèce de cette pierre, ni même son genre, parce que les pierres gemmes ne sont pas les seules qui contiennent des parties argilleuses, vitreuses, calcaires et ferrugineuses. Mais, quand même elles seraient les seules, il aurait encore été impossible à Bergmann de reconnaître la topase de Saxe parmi les autres pierres gemmes qu'il avait analysées, puisque les produits de ces pierres et de la topase de Saxe sont les mêmes pour le nombre des substances qu'elles contiennent, et parce qu'il avoue que les proportions de ces substances ne pourraient être fixées au juste, que par une longue suite d'expériences qui ne sont pas faites.

Plusieurs auteurs, à commencer par Newton, s'étaient occupés de la formation et de la structure des crystaux. Le professeur de l'école normale, Haüy, a fait de ces deux objets un corps de science qui est un des ouvrages les plus importans en histoire naturelle, qui aient paru dans notre siècle (1). L'auteur

(1) Essai d'une théorie sur la structure des crystaux.

fit, en 1780, ses premières observations sur les crystaux, en suivant mon cours de minéralogie au collège de France ; je me sais bon gré de l'avoir soutenu contre son extrême modestie, en l'exhortant à rédiger ses observations ; il y a plusieurs mémoires du cit. Haüy sur les crystallisations, dans le recueil de l'académie des sciences. Il publia, en 1784, son essai sur la structure des crystaux. Il en fit un résumé en 1793 ; je simplifiai ce résumé ; je l'abrégeai, pour la commodité des étudians du collège de France.

Personne n'était plus en droit de vous expliquer la théorie des crystaux, que l'auteur de ce bel ouvrage qui a autant de rapports avec la physique qu'avec l'histoire naturelle ; mais les figures des crystaux, considérées comme des caractères distinctifs des minéraux, appartiennent absolument à l'histoire naturelle. Je les ai employées, comme telles, dans le tableau méthodique des minéraux dont je fais usage dans mes cours, au muséum national d'histoire naturelle : cette considération me détermine à rapporter ici l'abrégé que j'ai fait du résumé de la théorie des crystaux.

Abrégé de la théorie des crystaux.

Si l'on s'en était tenu à ne considérer les crystaux que par leurs formes extérieures, les variétés des figures auraient été innombrables, et l'on n'aurait jamais découvert les formes essentielles aux différens crystaux. Il fallait, pour y parvenir, développer leurs structures, et reconnaître les figures des parties dont ils sont composés.

Le

Le cit. Haüy a surmonté toutes les difficultés qu'il y avait à franchir, pour concevoir la théorie des crystallisations, et pour en donner des preuves physiques et mathématiques.

Les crystaux sont composés de lames ; le cit. Haüy les sépare les unes des autres, à l'aide d'un instrument, en suivant leurs joints naturels. On reconnaît ces joints, en ce que les lames qu'ils séparent présentent le poli de la nature ; quelquefois il s'annonce dans le crystal, avant la fracture, par des stries, par des glaces, par des matières étrangères interposées, ou par d'autres défauts : lorsqu'on ne suit pas les joints naturels, au lieu de diviser des lames, on brise le crystal, on le réduit en éclats, en fragmens informes, et même en poussière.

Molécules intégrantes.

Les lames des crystaux sont composées de molécules intégrantes qui ont des figures régulières

De tetraèdre,

De prisme triangulaire,

Ou de parallélipipède.

Les molécules intégrantes sont toutes semblables et égales ; d'où il résulte que plus le fragment que l'on détache du crystal est petit, moins il renferme de molécules.

Formes primitives.

Tant qu'une forme primitive s'accroît par des lames qui l'enveloppent de toutes parts, elle reste la même quant à son aspect. Elle ne varie que par son volume.

Lames de superposition.

Mais, s'il y a sur la forme primitive des lame de superposition par décroissemens uniformes et va riables, il en résulte des formes secondaires.

Formes secondaires.

Dans ce cas, il faut enlever les lames décrois santes, par des coupes faites sur toutes les partie correspondantes du crystal secondaire, pour parveni au crystal primitif que ces lames enveloppent comm un noyau.

Noyau.

Quelle que soit la forme du crystal, il faut cher cher la direction des joints qui sont entre les lame dont il est composé, pour savoir si cette forme es primitive ou secondaire. Lorsque les lames se déta chent parallèlement à toutes les faces du crystal il diminue de grosseur, sans changer de forme : c'es une preuve que sa forme est primitive ; mais, lorsqu les coupes ne sont pas parallèles aux faces du crystal sa forme varie jusqu'à ce que l'on soit parvenu à so noyau qui est reconnaissable, en ce qu'il est paral lélipipède,

Octaèdre,

Tetraèdre,

Prismatique exagonal,

Dodécaèdre à pans rhombes,

Ou dodécaèdre à pans triangulaires.

Telles sont les six formes primitives des crystaux qui ont été découvertes jusqu'à présent par le citoyen Haüy.

Les molécules, qui composent les lames des crystaux, sont disposées par files en plusieurs rangs, qui se touchent les uns au-devant des autres. Tant que le noyau d'un crystal grossit, le nombre des rangées de molécules augmente, et le noyau garde sa forme primitive; mais si le nombre des rangées des molécules diminue par quelques circonstances, dans les nouvelles lames qui se forment successivement, ces nouvelles lames de superposition, appliquées sur les faces du noyau, lui font perdre, par leurs décroissemens, sa forme primitive, et la changent en forme secondaire.

Décroissemens simples.

Dans les décroissemens qui se font sur les bords ou les arêtes du noyau, les plus simples sont ceux où il manque aux bords de chacune des lames de superposition une rangée de molécules, qui est de plus dans la lame précédente; ainsi les lames de superposition forment une pyramide terminée en pointe. Lorsqu'il y a dans chaque lame de superposition deux, trois ou quatre rangées de molécules en moins que dans la rangée précédente, la pyramide est moins élevée; parce que le décroissement s'est fait plus promptement, mais ces pyramides sont régulières.

Décroissemens inégaux.

Au contraire, les pyramides sont irrégulières;

lorsque les décroissemens sont inégaux, comme il arrive dans le cas où les lames de superposition décroissent d'un côté par un plus grand nombre de rangées de molécules intégrantes, que du côté opposé.

Décroissemens par les côtés.

En supposant les molécules intégrantes des cristaux, de figures approchantes du cube ou du parallèlogramme, et rangées de file en se touchant les unes les autres par les côtés; lorsque les décroissemens des lames de superposition se font par leurs côtés, les bords des lames sont toujours terminés par les côtés des molécules intégrantes, et ces molécules se touchent les unes les autres sans laisser de vides entr'elles.

Décroissemens par les angles.

Lorsque les décroissemens des lames de superposition se font par les angles, les molécules intégrantes présentent leurs angles sur les bords décroissans des lames, parce que, dans cette direction, les molécules intégrantes se touchent par leurs angles, et non par leurs côtés. Ainsi les surfaces auxquelles ces angles saillans aboutissent, ne peuvent pas être unies, puisqu'il y a nécessairement des cavités entr'eux; mais comme les molécules organiques sont très-petites, ces cavités ont si peu d'étendue qu'elles sont insensibles à l'œil.

Dans les décroissemens sur les angles du noyau, si ce noyau est cubique, la première lame de superpo-

sition a une molécule intégrante de moins que la dernière lame du cube, à chacun de ses angles.

Il y a, dans la seconde lame de superposition, trois molécules intégrantes de moins que dans la précédente ; ces trois molécules auraient formé une file de quatre qui se seraient touchées par les angles.

Il manque, dans la troisième lame de superposition, encore une file qui aurait été composée de neuf molécules intégrantes : ces décroissemens diminuent de plus en plus le nombre des molécules des lames de surperposition, jusqu'à ce qu'il soit réduit à une seule, qui forme la pointe d'une pyramide à quatre faces. Chacune de ces faces a une figure quadrilatère, y compris la molécule des angles solides du cube, qui fait le noyau du crystal. Ces quadrilatères sont au nombre de trois, autour de chacun des huit angles solides du noyau. Les quadrilatères sont sur un même plan, et forment une figure triangulaire. Il résulte de ces huit faces un octaèdre à deux pyramides à quatre faces.

Si l'on ne considérait que les molécules intégrantes qui terminent les lames de superposition, après leur décroissement, il resterait un vide au milieu de chacune des arêtes de l'octaèdre ; mais ces vides sont remplis par des molécules que les premières lames de superposition doivent avoir de plus que la dernière lame du noyau, pour le couvrir aux endroits de ses quatre côtés.

Outre les décroissemens sur les côtés ou sur les arêtes d'un noyau cubique et les décroissemens sur

les angles, il y a de plus des décroissemens intermédiaires et d'autres qui sont mixtes ou composés.

Décroissement intermédiaire.

Le décroissement intermédiaire ne suit pas les diagonales, ni les côtés d'un noyau composé de cubes ; parce que les parties intégrantes, qui manquent dans les lames de superposition, ne sont pas quarrées, mais oblongues, en ce qu'elles comprennent deux, trois, quatre, etc. molécules cubiques, placées l'une à côté de l'autre, dans la direction d'une arête du cube. Aucune des diagonales de ces figures oblongues ne peut être parallèle avec les diagonales du décroissement par les angles d'un cube divisé par quarrés ; c'est pourquoi le C. Haüy regarde la direction du décroissement dont il s'agit, comme intermédiaire entre la diagonale et les arêtes.

Décroissement mixte.

Le décroissement mixte a été ainsi nommé par le C. Haüy, parce qu'il a plus d'une rangée de molécules intégrantes de plus ou de moins, soit en hauteur soit en largeur ; par exemple, deux rangées dans un senset trois dans l'autre, ou trois dans un sens et quatre dans l'autre ; etc. Il arrive que le décroissement est mixte d'un côté et simple du côté opposé.

Les décroissemens des lames de superposition, de quelque manière qu'ils se fassent, et l'explication que l'on en donne, n'ont de rapport qu'à la structure des crystaux ; il faut aussi les considérer dans leur accroissement.

Accroissement.

Supposons un crystal dodécaèdre, semblable à celui qui a servi d'exemple pour les décroissemens sur les bords. Ce crystal n'a pas commencé par un cube proportionné à son volume, et qui aurait passé à la forme du dodécaèdre par une superposition de lames décroissantes sur tous les bords du même cube. Mais il faut concevoir que le crystal commençant était un très-petit cube composé seulement de 27 molécules, et dont chaque face, qui était un assemblage de 9 quarrés, portait une molécule cubique placée sur le quarré du milieu. On apperçoit déjà dans ce crystal le rudiment du dodécaèdre, et le décroissement par une rangée sur les bords du petit noyau cubique. Il s'est formé ensuite autour de ce crystal une enveloppe qui l'a fait grossir sans changer sa forme, de manière que le noyau s'est trouvé composé de 125 molécules, cinq sur chaque bord, et que chacune de ses faces portait deux lames, dont la première était formée de neuf molécules, et la seconde se réduisait à une molécule. Une troisième enveloppe a fait croître le noyau, de sorte qu'il s'est trouvé alors composé de 343 molécules, sept sur chaque bord, et que chacune de ses faces portait trois lames, l'une composée de cinq molécules, la seconde de trois et la dernière d'une seule, et ainsi de suite.

L'accroissement du crystal primitif et du secondaire se fera dans les mêmes proportions qu'il arrivera de nouvelles molécules. On voit par cet exposé que le dodécaèdre primaire, augmentera de volume tant que durera l'accroissement du crystal secondaire.

Prétendues troncatures.

Lorsque l'accroissement des crystaux secondaires est arrêté par quelque circonstance, avant que les pointes des pyramides ou les angles solides aient été formés par les lames de superposition décroissantes; dans ce cas il y a une face au lieu d'une pointe, et la face est d'autant plus étendue qu'il manque un plus grand nombre de lames de superposition. Cependant on a regardé ces faces comme des troncatures, et les crystaux où elles se trouvaient, comme des crystaux tronqués; expressions très-impropres, puisqu'aucune partie du crystal n'a été retranchée, et qu'au contraire il n'a pas été formé en entier.

S'il y a sur des crystaux secondaires, des facettes aux endroits des arêtes du noyau, on a aussi regardé ces facettes comme des troncatures; cependant elles n'ont pas été formées par la destruction des arrêtes, mais au contraire par l'addition des lames décroissantes de superposition sur les faces du noyau : en enlevant ces lames on trouve le noyau avec ses arêtes bien entières.

Il faut donc absolument supprimer le mot troncature, qui donne une fausse idée de la crystallisation, puisque les prétendus crystaux tronqués, sont des crystaux incomplets et non pas des crystaux en partie détruits.

Principaux articles de la théorie des crystaux.

Molécules intégrantes.

ormes primitives.

Lames de superposition.
Formes secondaires.
Noyau.
Décroissemens simples.
Décroissemens inégaux.
Décroissement par les côtés.
Décroissement par les angles.
Décroissemens intermédiaires.
Décroissemens mixtes.
Accroissement du noyau.
Prétendues troncatures.

Figures de molécules intégrantes.

Tétraèdre.
Prisme triangulaire.
Parallèlipipède.

Figures du noyau.

Parallèlipipède.
Octaèdre.
Tétraèdre.
Prisme exagonal.
Dodécaèdre à pans rhombes.
Dodécaèdre à pans triangulaires.

ART DE LA PAROLE.

SICARD, *Professeur.*

Plus vous paraissez prendre intérêt à l'instruction des sourds-muets de naissance, plus je me crois obligé de prévenir toutes les objections que vous pourriez me faire, et de résoudre d'avance toutes les difficultés qui pourraient s'élever dans votre esprit sur la certitude de ses succès; et pour cela je dois vous rappeler, en peu de mots, le but de cette intéressante invention.

Le sourd-muet de naissance se trouvoit exclus, en quelque sorte, de la société, au milieu de laquelle il venait de naître, par l'obstacle invincible que présente à toute espèce de communication la privation du sens de l'ouïe.

La philantropie de mon illustre prédécesseur chercha à réparer cette privation cruelle, et il fut assez heureux pour ne pas se tromper dans le choix des moyens. Cet homme, à jamais célèbre, convaincu que les mots, dans toutes les langues, n'étaient autre chose que des signes convenus de nos idées, trouva, en généralisant cette idée si simple, que tel signe n'exprimant telle idée que par convention, la convention avait donc tout fait dans le choix des signes; il vit que la nature s'était bornée à donner l'instrument, et que l'art seul avait appris à s'en servir et à lui faire rendre des

sons : il n'est donc pas si absurde de dire que la *parole* est un *art*, et d'ajouter qu'on apprend à parler comme on apprend à marcher, comme on apprend à chanter, comme on apprend à écrire, comme on apprend à peindre, etc. Mais comment communiquer cette science à un être qui ne pouvait entendre, qui ne pouvait parvenir à imiter des sons et à les répéter ?

Le célèbre l'*Epée* ne renonça pas même à cette tentative qui avait été faite sans succès par les Allemands, les Espagnols et les Anglais ; mais il reconnut avec raison que d'autres signes pouvaient aussi remplacer des signes parlés, et les Romains en avaient d'avance fourni le modèle ; tout le monde connaît les prodiges de la pantomime chez eux.

Le père des sourds-muets fit donc quelques essais dans ce genre, et ces essais réussirent : il observa le sourd-muet ; il vit que sans aucune instruction, il exprimait ses besoins physiques, qu'on pouvait, par les mêmes signes, faire passer dans son esprit l'expression des mêmes besoins, lui indiquer les choses qu'on voulait lui désigner : ce furent-là les premiers mots de cette langue si nouvelle, que ce grand homme a enrichie depuis de manière à étonner toute l'Europe, et à faire dire à un voyageur célèbre, qui voulut fonder une institution pareille dans sa capitale, qu'il n'avait rien vu à Paris d'aussi surprenant, et qui fût aussi digne des regards d'un observateur philosophe. Cependant, citoyens, il n'était pas alors certain que, par ces essais merveilleux, on eût atteint le but d'utilité qu'on s'était proposé. Le sourd-muet pouvait avoir appris la nomenclature des mots de notre langue,

et être encore bien loin de comprendre les formes de nos phrases ; il pouvait même être en état d'en écrire tous les mots, sous la dictée des signes, et ne pas comprendre le sens et la véritable valeur de ces mots, sur-tout quand ces mots cessaient d'être des noms propres, des signes d'actions physiques ; et voilà, citoyens, ce qu'il fallait bien observer. Le sourd-muet pouvoit donc écrire, sans y avoir été préparé, des phrases dictées sur-le-champ, comme l'a fait mon élève à la dernière séance, et n'être encore (observez bien ceci) et n'être encore qu'un automate bien dressé, qu'un imitateur sans réflexion.

On n'avait par conséquent rien fait pour le progrès de la raison du sourd-muet, et on n'avait encore fait que le premier pas. Tout ce que vous avez admiré jusques ici, pourrait donc n'être encore presque rien, parce que l'on ne sait pas toujours une langue, lors que l'on sait en écrire les mots, comme on ne sait pas toujours le latin quoiqu'on sache le lire.

Il était donc possible que le sourd muet d'autrefois écrivît, sous la dictée des signes, une lettre qu'on lui présenterait pour la première fois, quoiqu'il ne sût lui-même rien exécuter de ce qu'on lui recommandait dans cette lettre ; il était possible que tous les signes fussent tellement convenus, qu'il les écrivît exactement à-propos de chacun des mots correspondans : tout était donc à faire tant qu'on ne pouvait parler au sourd-muet, en l'absence de son instituteur, quand l'écriture ne remplaçait pas, sur-le-champ, la parole de celui qui voulait lui exprimer ses idées, et tant que le sourd-muet, à son tour, ne connais-

sait pas assez notre langue pour exprimer par l'écriture les affections de son ame et les idées de son esprit. Je suis donc bien loin, citoyens, de vouloir affaiblir les doutes que peuvent faire naître les procédés dont je vous ai jusqu'ici rendus témoins ; je viens, au contraire les fortifier, pour un moment, pour vous préserver des prestiges d'une admiration spontanée, et vous armer en quelque sorte contre moi-même. Pour dissiper aujourd'hui le reste des soupçons que je n'ai fait encore qu'attaquer, je viens, citoyens, déposer ici le rôle d'acteur, pour ne plus remplir que le vôtre ; il faut vous assurer vous-mêmes que le but de cette découverte est rempli, que le sourd-muet n'est plus sourd pour ceux qui savent lui écrire, qu'il n'est plus muet pour ceux qui savent lire.

J'ai fait apporter quatre petites planches qui vont vous être distribuées ; et quelqu'un de vous aura la bonté d'écrire sur ces planches, ce qu'il veut que le sourd-muet exécute sur-le-champ.

Cette écriture sera la parole de celui qui l'aura faite ; et si le sourd-muet fait ce que vous lui aurez écrit, il est certain que vous en aurez été entendu.

Il ne faut pas lui faire encore des questions ; avant d'écrire, il y a ici une observation à vous faire : je vous propose trois procédés :

Le premier, c'est celui d'écrire sur la planche une action, ou deux ou trois actions, que vous desirez que fasse le sourd muet en présence de tout le monde.

Le second, est de lui faire une question sur ce que vous voudrez.

SICARD. Je voudrais vous faire faire une observation qui mérite peut-être quelque considération ; c'est que les mots doivent être classés en famille : or le mot *amour* est ce qu'on appelle la racine de toute la famille; c'est-là que l'on prend tout ce dont on a besoin pour définir le sentiment du cœur ; ainsi, lorsqu'il définit l'*amitié*, il a recours au genre, et dit :

« C'est l'amour que deux personnes ont l'une pour » l'autre. »

Un élève. Il me semble que Massieu, dans une des séances précédentes, a répondu plus nettement, en disant de l'amitié qu'elle était un sentiment du cœur qui nous entraînait vers la personne qui en était l'objet; moins par un attrait d'instinct, que par un choix raisonné et l'effet de l'estime.

SICARD. Comme je me suis toujours préservé de lui suggérer les idées, voilà pourquoi il ne fait pas toujours réponse à une même question, dans les mêmes termes; il s'exprime comme il sent dans l'instant où on lui fait une question. Si c'était un enfant qui n'eût dans la tête qu'un catéchisme de questions et de réponses, il répondrait toujours de la même manière, et s'exprimerait dans les mêmes termes, sur les mêmes questions.

DEMANDE : « Je demande à Massieu s'il a connu » DIEU, et ce que c'est que DIEU, et quelle idée il » en a? »

RÉPONSE : « Je vous réponds que je le connais ; » mais avant d'entrer dans l'institution des sourds- » muets, je ne le connaissais pas ; j'étais comme les

» les animaux. DIEU est un être spirituel, incor-
» porel, éternel, créateur et conservateur de tout
» ce qui existe dans la nature ; je n'en ai pas l'idée,
» mais j'en ai la croyance. »

Ici, toute la salle a retenti d'applaudissemens unanimes, qui ont interrompu la lecture de la réponse.

SICARD. Il ajoute :

» Mais nous ne pouvons pas le voir avec les yeux
» du corps. »

Voilà pourquoi il dit, sans doute :

» Je n'en ai pas l'idée. »

Mais, voici une autre question intéressante.

On lui demande, quelle idée il a de la musique ?

RÉPONSE. « Je ne puis jamais la comprendre ; c'est impossible à un sourd-muet, et ce ne l'est pas aux entendans. »

SICARD. A la prochaine séance, plusieurs d'entre vous feront devant le sourd-muet toutes les actions qu'ils voudront, et il nous en rendra compte par écrit.

VINGT-SEPTIÈME SÉANCE.

(23 *Ventôse*).

ÉCONOMIE POLITIQUE.

VANDERMONDE, *Professeur.*

On m'a observé, avec raison, que dans la leçon de tridi dernier, en parlant des découvertes qui avaient changé l'état de la civilisation de l'Europe, je n'en

avais cité que seize, et qu'il y en avait un beaucoup plus grand nombre, qui pouvaient mériter d'être citées.

En effet, il y en a particulièrement deux, parmi celles qui sont encore au berceau, dont je me reproche de ne vous avoir pas entretenus.

L'une est celle des *aërostats* d'observation. Vous savez tous qu'à la bataille de Fleurus, on a élevé un aërostat qui était parti, plein, de *Maubeuge*. Il resta pendant tout le cours de la journée, et après la bataille, en observation à une hauteur si grande, que tous les mouvemens des ennemis au-delà des bois et des villages, étaient apperçus de l'officier qui était dans la nacelle de l'aërostat. Il jettait de-là des notes d'instant en instant, et même des dessins. Notre général en chef pouvait diriger ses manœuvres d'après ces notes; et certainement cet aërostat a contribué au gain de la bataille de *Fleurus*.

On a dit à ce sujet un mot fort ingénieux: c'est que dans une bataille, l'armée qui n'a pas d'aërostat d'observation, et qui se bat contre un ennemi qui en est pourvu, est à-peu-près comme un aveugle qui se bat en duel contre un clairvoyant. Le mot est juste. Vous me direz, sans doute, que quand nous aurons eu cet avantage de notre côté, nos ennemis, ou ceux du genre-humain, ne manqueront pas d'en profiter. Cela ne laissera pas d'avoir une influence très-remarquable. Lorsqu'il a été question de l'invention de la poudre, de la grosse artillerie, et des moyens qui rendent la guerre dispendieuse, vous avez remarqué avec *Smith* et d'autres hommes de mérite, que ces

moyens la rendent aussi moins meurtrière. L'aërostat d'observation aura sans doute aussi l'honneur de contribuer à cet avantage.

Une autre découverte encore au berceau, qui paraît promettre un succès encore plus grand, c'est le *télégraphe*. On doit beaucoup de remerciemens aux auteurs du *télégraphe*. Il a fallu beaucoup de courage et de talens, pour faire éclore cette invention; mais sans doute elle sera perfectionnée. On a dit un mot par rapport au *télégraphe*, qui me paraît infiniment juste, et qui en fait sentir toute l'importance; c'est que le fonds de cette invention peut suffire pour rendre possible l'établissement de la démocratie chez un grand peuple. Beaucoup d'hommes respectables, parmi lesquels il faut compter *Jean-Jacques Rousseau*, ont pensé que l'établissement de la démocratie était impossible chez les grands peuples. Comment un tel peuple peut-il délibérer? Chez les anciens, tous les citoyens étaient rassemblés sur une place; ils se communiquaient leurs lumières; ils manifestaient en un instant leur volonté: mais dans un grand peuple, comment cela se pourrait-il?

Je vous ai déjà fait remarquer que les anciens n'avaient pas l'imprimerie; les anciens n'avaient pas les journaux, les gazettes. Les journaux sont un moyen réellement nouveau et très-puissant d'établir une communication rapide entre les différens points d'un pays. Mais si une fois le moyen de communication rapide, dont le télégraphe nous donne l'idée, était généralement répandu, s'il devenait un des besoins de la nation, alors on aurait la facilité de correspondre en

quelques heures entre les deux points les plus éloignés de la république. Cela a été vérifié, par le fait, dans la campagne dernière, au moyen de la ligne des télégraphes, établie entre Paris et Lille. On s'occupe maintenant à en établir une seconde entre Paris et Landau.

Cette invention est une nouvelle *donnée* que Rousseau n'a pas pu faire entrer dans ses calculs.

Probablement on en sentira mieux de jour en jour l'avantage et l'importance. Ce moyen est susceptible d'être perfectionné. Il peut servir à parler à de grandes distances aussi couramment et aussi distinctement que dans une salle : il pourrait seul répondre aux objections contre la possibilité des grandes républiques démocratiques; et même indépendamment de cet autre moyen, *les constitutions représentatives*, dont je ne crois pas devoir reparler.

Je commencerai cette leçon par un mot de *Stewart*, relatif à ce que j'ai dit, qu'il fallait répandre les besoins factices.

Voici le mot en question : « Puisqu'il n'y a pas » d'égalité de fortune à attendre, si on ne proscrit » pas toute aliénation, toute circulation, le meilleur » expédient qui reste pour ramener l'égalité parmi » les hommes, c'est de les enrichir tour-à-tour, en » favorisant également l'ardeur du pauvre pour ac- » quérir, et celle du riche pour dépenser ».

Ce mot est véritablement capital. J'aurai occasion d'y revenir de différentes manières. Ici certainement il faut prendre, comme je l'ai dit, un parti tranché. Vous ne pouvez augmenter l'ardeur du riche pour dépenser que par le goût des besoins factices; l'ardeur

du pauvre pour s'enrichir, que par le goût des besoins factices.

Il me semble avoir suffisamment insisté sur ce qu'il n'y avait rien en cela de contraire à la morale ; l'ordre particulier d'une république, où il faut que les choses soient ainsi, n'est pas celui de la république romaine, dont le principe était tout différent. J'observerai que les facilités pour s'enrichir, enrichiront, en effet, celui qui sera économe et intelligent ; mais que les facilités, pour se ruiner, ne ruineront pas nécessairement les hommes sensés. Ainsi lorsqu'on dit qu'il faut que le peuple travaille avec ardeur, et reçoive les équivalens qui sont les récompenses de sa peine ; lorsqu'on dit qu'il faut que les besoins factices se répandent parmi les riches, il ne s'en suit pas qu'il faille renoncer à l'économie de son bien et de ses facultés. Ce n'est pas une conséquence.

Je vais citer ici le mot d'un autre auteur très-recommandable.

Adam Smith, en l'insérant dans son livre, a voulu qu'on le remarquât beaucoup. Ce mot me paraît capital, en effet. Il dit que *le principe de vie des sociétés politiques modernes, c'est l'envie générale d'améliorer son état.* Je n'ajouterai qu'un petit conte de deux mots.

Il y avait à Paris une femme, qui avait une réputation d'esprit ; on l'appelait la marquise du Deffend. Dans ces assemblées du soir, qui avaient lieu chez elle, où tout ce qu'il y avait d'hommes à prétention d'esprit se rencontrait, on agitait un jour cette question : *Si vous reveniez au monde, que voudriez-vous être?* L'un disait qu'il voudrait être *Alexandre* ; l'autre

Homère, et toujours quelque personnage célèbre : chacun ornait son avis de belles phrases, et de beaux raisonnemens. Quelqu'un s'avisa de demander à madame du Deffend, qui parlait très-peu alors, parce qu'elle était très-vieille ; « *et vous, madame, si vous reveniez au monde, que voudriez-vous être ?* » Je vais vous » scandaliser, répondit-elle ; je voudrais être une » petite marchande de la rue Saint-Denis, qui a beau- » coup de chalands, et qui voit prospérer ses petites » affaires. »

Le mot est très-sensé. C'est en effet la position du monde la plus heureuse que cette vie active, qui assure chaque jour le succès facile du projet très-commun d'améliorer son état.

Cette douceur de la vie paisible et champêtre, pour laquelle soupirent souvent des hommes emportés par le tourbillon des intrigues, et choqués dans tous les sens par les obstacles qui s'opposent au succès de leurs vastes projets ; ce calme ne leur paraît si beau que par son contraste avec leur vie agitée. Quelques-uns se retirent des affaires, et vont à la campagne ; la plupart s'en repentent. Ils ne trouvent pas là cette félicité dont le charme les avait séduits. Il faut être né dans cette simplicité pour la goûter. Ceux, au contraire, qui, comme nous tous malheureusement, ont eu les idées du monde, ne peuvent trouver le bonheur dans les champs, qu'en y faisant de nouveaux goûts, en imaginant de nouvelles fantaisies.

J'ai dit que l'émulation d'acquérir est le grand mobile de la production ; mais que serait cette émulation d'acquérir, si on n'avait pas la certitude de

jouir, l'espérance de conserver ? Ceci est le véritable fondement d'une vérité qui ne saurait être trop rebattue; c'est que la propriété est la chose du monde la plus respectable. Sans le droit de propriété, s'il n'y avait pas une grande certitude de jouir de ce qu'on aurait acquis, de le transmettre à ses enfans, l'émulation d'acquérir et d'améliorer n'existerait pas ; le principe de vie des sociétés modernes serait détruit.

On a parlé des *niveleurs*. Je crois qu'il y a eu des hommes passionnés, voulant profiter des erreurs du peuple pour l'asservir, et qu'ils ont pu, non pas avoir ce système (car on n'a pas de système quand on est passionné : il faut avoir la tête froide, et refléchir, ponr combiner un système) ; ils ont pu donner au peuple de fausses idées à cet égard. Ces hommes-là étaient, je ne dis pas seulement méchans, mais ils étaient véritablement extravagans. Il n'y aurait pas de culture, pas de perfectionnement dans aucun genre, s'il n'y avait pas de propriété, s'il n'y avait pas de certitude de jouir de ce qu'on aurait acquis, de ce qu'on aurait hérité de ses pères. Je ne puis pas laisser cette idée sans la couler à fond ; car j'aurai peut-être quelque chose à dire un jour contre une assertion directement opposée, que quelques hommes ont avouée, ont imprimée, et qui me paraît tout aussi pernicieuse. Quant à l'idée « qu'il faut égaliser les » fortunes, qu'il faut qu'il n'y ait pas d'hommes » plus riches les uns que les autres ; » c'est, selon moi, le rebours du bon sens.

J'insisterai ici particulièrement sur la propriété des terres. Je dis que sans la propriété territoriale, il serait

impossible que la terre fût cultivée. Là où il n'y a pas de propriété, la terre n'est pas cultivée ; on lui demande ce dont on a besoin le jour même, et on ne s'inquiète pas du lendemain. C'est un fait ; pour l'expliquer, je vais vous citer un passage. Il est encore tiré d'un livre anglais ; je ne sache pas qu'il ait été traduit.

Les Anglais ont plus approfondi l'économie politique qu'aucune autre nation. Les Hollandais étaient trop occupés ; ils ont peu écrit sur cette matière qui ne peut être traitée que par des hommes libres, quoiqu'ils fussent assez près de la liberté. Les Anglais en avaient l'ombre. Il y a beaucoup de gens d'esprit et d'hommes oisifs en Angleterre ; ils ont fait une multitude de livres, et sur-tout de livrets, qui contiennent des idées très-intéressantes sur ces objets. L'auteur du livre dont je parle est James Anderson ; c'est un cultivateur, un fermier qui a cent mille livres de rente, et qui n'en est pas moins à la tête de ses valets de labour ; c'est de plus un homme d'un très-profond mérite. Il a écrit, sur les moyens d'exciter l'industrie, un volume *in*-4°. Vous trouverez ce livre dans quelque bibliothèque publique. J'ai dessein de vous lire le passage tel qu'il est, de peur de l'affaiblir, parce qu'il me paraît exprimé en termes très-précis ; je ne lis pas tout, ceci me paraît suffisant.

« De deux cultivateurs, dit-il, qui trouvent à » vendre au marché, celui qui est le plus favorisé » par la nature de son terrain et les autres circons- » tances, vendra au même prix que celui qui l'est

» le moins, et qui ne vend pas à perte. Le premier » en recevrait donc un prix supérieur à ce qu'il doit » regarder comme valeur intrinsèque, tandis que le » prix de l'autre ne serait qu'égal à ce qu'il doit » appeler ainsi ; c'est la rente à payer au propriétaire qui compense ces inégalités. ».

En voici le commentaire : Vous concevez que l'homme qui cultive une terre ingrate et mal située pour le débit de ses produits, ne peut les vendre qu'au prix suffisant pour payer ses frais et ses peines. Celui, au contraire, dont la terre est féconde et à portée des débouchés, pourrait vendre les mêmes produits à meilleur compte, s'il n'avait pas de frais de plus à payer. Il supplanterait ce concurrent, et le réduirait à chercher quelqu'autre ressource.

La rente à payer au propriétaire est précisément cet article de frais additionnels qui compense l'inégalité. Cette rente se proportionne à la fécondité de la terre et aux avantages de sa situation ; c'est elle qui a fait descendre la culture jusqu'aux terres défavorisées au point de ne rapporter aucune rente au propriétaire.

Il ne devrait point y en avoir. Dans les pays où il y a de la prospérité, il n'y a réellement pas de terre ingrate qu'on ne cultive. Anderson, je crois, en a cité un exemple tout extraordinaire ; près d'*Aberdeen* en Ecosse, ville où il s'est établi depuis peu de grandes manufactures, il y avait des terreins entièrement couverts de rochers. On est venu prendre les rochers un à un, on a apporté de la terre ; la population industrieuse d'*Aberdeen*, en ouvrant un débouché aux produits de son voisinage, a permis que la cul-

ture s'y exerçât dans le terrein le plus ingrat. Dans un pays prospère, il n'y a plus de terres ingrates. S'il n'y avait pas de rente à payer au propriétaire, on ne cultiverait réellement que les terres fécondes tout au plus.

Les deux raisons que je viens d'apporter me paraissent prouver suffisamment combien la propriété, et particulièrement la propriété territoriale, importe à la prospérité du genre-humain.

Je passe à une observation particulière. Je dis qu'il importe, non pas que les denrées soient chères, (car vous verrez que je suis dans une opinion directement contraire) mais *que les terres soient chères.*

Je vais essayer de développer cette idée. Si j'avais dit : *il faut abaisser le taux de l'intérêt*, alors je n'aurais rien dit de nouveau ; je n'aurais dit cependant que la même chose : je vais insister un peu davantage.

L'intérêt se mesure par le nombre d'années de revenu, qu'il faut donner, pour avoir l'assurance de jouir à perpétuité de ce revenu : si pour un revenu de mille septiers de bled, par exemple, chose fixe et constante que tout le monde entend, vous donnez vingt mille septiers de bled ou leur valeur, l'intérêt est au denier vingt ou à cinq pour cent.

Dans le commerce des terres, parmi nous, lorsque le revenu était de mille septiers, on était dans l'usage de calculer à trente mille septiers, le prix de l'assurance de jouir à perpétuité de ce revenu, ou de dire que les terres se vendaient au denier trente. Ma proposition est qu'il importe qu'une pareille terre soit vendue soixante mille, cent mille septiers, et non

pas trente mille septiers. Il faut que le taux de l'intérêt baisse. J'aurai beaucoup d'occasion de développer cette idée. Je vais en donner une raison applicable à notre question d'amélioration de culture. Lorsque les terres ne sont pas chères, qu'arrive-t-il ? le voici : j'ai une terre ; je suppose qu'il fallût débourser ce que vaut cette terre (ce que je la vendrais) pour l'améliorer et en retirer le double par l'amélioration ; voilà une chose bien entendue. Hé bien, je dis que s'il y a une terre à côté de pareil revenu, que je puisse acquérir pour le même prix, je la préférerai, parce qu'il me paraîtra que j'aurai toujours le tems d'améliorer et celle-ci et celle-là.

Si au contraire le prix des terres avait été considérable, l'amélioration aurait rapporté davantage que l'acquisition nouvelle. En général, on se porte vers les acquisitions nouvelles, plutôt que vers l'amélioration, quand les terres ne sont pas chères, quand elles ne se vendent, par exemple, qu'au denier trente.

Voilà le mot que je voulais vous faire remarquer, comme un objet d'une haute considération, par rapport à l'amélioration de la culture.

Voici un autre mot qui me paroît analogue à tous ceux-là, et qui est très-essentiel, c'est que vendre beaucoup et gagner beaucoup sont synonymes ; mais que vendre cher et gagner beaucoup ne le sont point. Lorsqu'on vend cher, on croit avoir fait une bonne affaire, et on ne s'apperçoit pas que petit-à-petit on dédaigne les petits gains, que petit-à-petit on porte les objets à un prix tel que les étrangers les fourniront eux-mêmes à meilleur compte ; on fait enfin une suite

de parallogismes sur lesquels j'aurai occasion d'insister. On était étonné en Hollande, de voir combien gagnaient peu ceux qui vous vendaient; mais ils vendaient beaucoup, et tous les jours, et à toute la terre. Tel hollandais avait acheté un objet 800, et vous le vendait 801.

Je desire que vous remarquiez cette idée, parce qu'elle est de la plus grande importance.

Ici je dois commencer à entrer dans quelques détails sur les moyens d'acquérir les richesses. Il y en a trois principaux:

Le premier est l'acquisition *à titre gratuit*; ainsi, on fait un héritage, cela est gratuit; on accepte un don, cela est gratuit; on fait un vol, cela est gratuit.

Il y a une seconde manière, c'est acquérir *par la frugalité et par l'épargne*: cette manière est très-bonne. Il n'y a pas d'homme qui ne puisse épargner, lorsqu'il n'est pas dans l'indigence, et nous verrons que personne ne doit être dans l'indigence.

Il y a un troisième moyen; c'est d'acquérir *par le travail et par l'industrie.*

La certitude de devenir riche en proportion de son activité pour acquérir par ces deux derniers moyens, par son économie et par son travail, est ce qu'il importe d'établir dans l'opinion des républicains. Il faut que chacun se croie sûr de devenir riche, par le développement de ses facultés. On n'en est pas sûr, quand on ne jouit pas de la liberté; on n'en est pas sûr, quand il y a des brigands qui s'emparent du bien des autres. Il faut donc établir l'opinion que le travail et l'économie conduisent sûrement à la fortune. Il est

peut-être moins important que cela soit, qu'il ne l'est encore qu'on croie que cela est. Ainsi les privilèges qui tendraient à l'affaiblissement, ou qui nuiraient à l'établissement de cette opinion, sont de véritables malheurs publics. Remarquez que je suis ici un grand ennemi des privilèges, pour lesquels vous me trouverez peut-être trop indulgent par la suite. Mais n'oubliez pas que ce nom s'applique à des choses très-différentes entr'elles. Il y a des privilèges qui servent eux mêmes à donner à chacun l'opinion dont je parle.

Quant au premier moyen, celui de s'enrichir gratuitement, il faut le déprimer dans l'opinion, le plus qu'il est possible.

Notre législation y a pourvu : il n'y a personne qui ne pense que le vol est une fort vilaine manière de s'enrichir. Il y a moins de moyens de s'enrichir par les successions qu'il n'y en a jamais eu ; s'enrichir par des moyens gratuits, c'est ce qu'il faut tâcher de faire sortir de toutes les têtes ; s'enrichir par l'économie et par le travail, c'est ce qu'il faut tâcher d'y faire entrer d'une manière stable.

J'ai déjà parlé beaucoup d'une manière de fonder la prospérité publique ; j'ai dessein ici de vous en faire remarquer trois autres.

J'ai dit qu'il faut que le peuple en général ait du goût pour les objets de commodité et de luxe, pour les besoins factices ; c'est une de mes opinions. En voici trois encore.

Peut-être me trompé-je, mais vous êtes tous prévenus qu'il ne faut pas me croire ; il faut examiner

mon opinion, et vous prendrez ensuite la vôtre, d'après vos propres réflexions.

Voici donc une seconde observation ; il faut, selon moi, tenir à bas prix les objets de première nécessité. Je développerai cette idée par la suite. Elle est contraire à celle de quelques hommes qui ont certainement des lumières en économie politique. Je viens déjà de vous insinuer une de mes raisons. Vendre cher et gagner beaucoup, ce sont deux choses très-différentes : vendre beaucoup et gagner beaucoup, cela est synonyme. Le bas prix, et sur-tout le prix constant des objets de première nécessité, me paraît un second moyen de prospérité. Quand il ne reste de ressource pour gagner plus que de produire plus ; quand celle de vendre plus cher est fermée, l'abondance est le prix des efforts de la cupidité. Je reviendrai ailleurs sur ce point.

Le troisième moyen, c'est le bas intérêt de l'argent : mais ici mon opinion ne présente rien de particulier. Tous les hommes qui ont réfléchi, ont vu qu'il était impossible d'augmenter la prospérité, si on n'abaissait pas le taux de l'intérêt. J'aurai occasion dans la suite de vous démontrer que la découverte de l'assignat, dont je vous ai déjà parlé avec quelque enthousiasme, offre un moyen unique d'y parvenir sans aucun risque.

Les hollandais avaient tenu l'intérêt de l'argent si bas, qu'un hollandais qui ne pouvait tirer chez lui qu'un très-petit revenu de son argent, aimait mieux le placer chez l'étranger. Ils ont tous placé en Angleterre, et vous en voyez le résultat. L'assignat ne vous expose pas à cela ; et voilà une grande raison de regarder l'assignat comme la plus importante de toutes

les inventions. Nos préjugés à cet égard changeront avec le tems. Vous êtes tous appelés, citoyens, à repousser les préjugés. Lorsque vous croirez une chose utile et vraie, n'ayez pas de crainte, il faut la répandre.

Quant à mon opinion sur les assignats, je la prêcherai hautement, quand il en sera tems. Je regarde l'assignat, non pas comme la monnaie de la révolution, mais comme la meilleure de toutes ; et ici, et aujourd'hui, et par-tout, et pour toujours.

Voici maintenant la quatrième maxime ; il faut que les salaires soient chers ; cela est encore facile à expliquer. C'est dire qu'il faut que l'homme industrieux ait de l'aisance ; c'est la traduction de ce mot. Les salaires ont beau être chers, lorsque les nécessités de la vie sont à bon compte, on n'en a pas moins des débouchés au dehors, et c'est-là ce qui est important ; car ceux qui pensent qu'il est indifférent d'avoir le débouché de ses productions au dehors, sont dans une grande erreur.

L'ordre des degrés de richesses est encore une chose que je dois soumettre à votre examen. C'est ici que je vais entrer dans quelques détails sur ces besoins factices, dont je n'ai pas encore donné de définition.

Je réduis à six les différens degrés de fortune. Un homme peut être dans le *dénuement* ; je dis *dénuement* plutôt que *pauvreté* ou *indigence*. Je vais dire quelle est la différence que j'y trouve.

Je crois que l'on n'empêchera jamais qu'il n'y ait, dans l'état le plus prospère, quelques hommes dans le dénuement, quelques hommes qui ne pourront pas

avoir de bonnes chemises, par exemple, un bon habit et de bons souliers : j'appelle cela *dénuement*; ce n'est là, ni la pauvreté, ni l'indigence; je réserverais ces mots pour celui qui ne pourrait pas donner, par exemple, du pain à ses enfans. Ce degré de misère ne peut pas exister dans un état libre; et nous voyons que la convention s'est occupée de tous les moyens nécessaires, pour qu'il n'y ait plus par la suite d'indigens dans la république. Le dénuement est une limite au de-là de laquelle il ne faut pas tomber, et aucun citoyen français ne doit être dans l'indigence.

Mais le dernier degré de fortune, c'est le *dénuement.* Je suppose qu'à ce degré on a du pain en suffisance à donner à ses enfans, cela est bien important; vous verrez quels malheurs l'inanition peut causer : il y a des hommes qui ont calculé que l'inanition faisait périr dans l'ancien régime 77,000 individus par an. Je crois peu aux calculs de l'arithmétique politique; toute fois, celui-là était fondé sur des élémens remarquables. Dans le second degré de fortune, le citoyen a *le nécessaire.* Il a de bon linge, de bons habits, de bons souliers. Déjà vous remarquez l'introduction des besoins factices; mais il n'est encore question que de ceux qui sont devenus pour nous tous de véritables nécessités. Le troisième degré est *l'aisance*; le quatrième est *l'abondance.* On peut dire d'un homme qu'il est dans l'aisance lorsqu'il peut faire des économies, soit pour les consommer dans l'occasion, soit pour les placer avantageusement. On peut dire d'un autre, qu'il est dans l'abondance, lorsque, par exemple, il peut avoir maison de

ville

ville et maison de campagne. Ces mots ont entr'eux une différence marquée.

Au de-là, je vois un cinquième terme : on peut avoir du *luxe*; je donnerai du luxe la même définition que *Stewart*, mais ce sera dans une autre leçon; on n'a pas de luxe, quand on jette l'argent par les fenêtres. On en a, par exemple, quand on recherche et qu'on peut se procurer les bons ouvrages des bons artistes de différens genres.

Le sixième et dernier degré, au de-là duquel il est impossible de monter; c'est *le faste* : un homme peut avoir du luxe, et n'avoir pas de faste; mais enfin, un homme peut avoir du faste ou du luxe d'ostentation. C'est une fantaisie qu'il ne faut pas encourager; pas même, à mon avis, lors qu'elle tourne à l'utilité publique, comme le faste de quelques édiles de Rome.

Voilà les différens degrés de richesse, qui me paraissent remarquables.

VINGT-HUITIEME SÉANCE.

(24 *Ventôse*).

ART DE LA PAROLE.

SICARD, *Professeur.*

Dans la précédente séance nous traitâmes du nom, en le considérant comme le premier et le plus essentiel de tous les élémens de la parole; nous montrâmes que tous les autres élémens se rapportaient à lui

n'avaient de valeur que par lui, n'occupaient une place dans le tableau de la pensée que pour lui ; nous oubliâmes de donner son étymologie par l'habitude où nous sommes de ne parler qu'à des maîtres à qui on n'a pas besoin de tout dire. Nous leur rappelerons seulement que le mot NOM vient du mot NOMEN *latin*, qui est l'ellipse de NOTAMEN, composé de MEN et de NOTA, qui signifie *marque* ou *signe d'un objet quelconque*, pour qu'ils se souviennent de donner l'étymologie de tous les mots aux élèves des écoles primaires, et de leur faire remarquer qu'ils trouveront ordinairement la valeur des mots, au moins des mots composés, dans leur étymologie.

Le nom est donc un mot, un composé de caractères appelés *lettres*, qui, par sa nature, est destiné à être le signe et la représentation fidèle d'un être ou d'une chose. C'est, comme nous l'avons dit, ou le signe particulier de tel individu déterminé, et alors le nom est appelé *propre* ; ou le signe commun de chaque individu d'une espèce toute entière, et alors il est appelé *appellatif* : quand il appartient à chaque individu de la moitié d'une grande espèce, alors il est de la classe de ces individus; il se modifie comme eux, prend le genre qui leur appartient, et il est alors du genre de ceux-là : ou c'est le nom d'un seul, ou c'est le nom de plusieurs, et il est du nombre singulier, ou du nombre pluriel.

Nous l'avons encore considéré comme sujet de la proposition, ou comme objet de la qualité active ; telle fut notre précédente leçon. J'ai cru, citoyens, devoir en retracer le précis en peu de mots, dans

la vue de faire avec vous ce que doivent pratiquer toujours les instituteurs des *écoles primaires*. Chaque leçon doit être liée à la leçon précédente, pour ne former toutes ensemble qu'un tableau complet de la science que l'on veut enseigner.

Mais avons-nous compris tous les noms dans ce que nous en avons déjà dit ? non, sans doute ; nous n'avons encore parlé que des sujets physiques : rien de ce qui est abstrait n'a encore été abordé, et cela ne pouvait être. Ce n'est point dans les noms des objets physiques qu'on pouvait aller chercher les élémens des pures abstractions ; ce n'est pas à l'époque où l'on a donné des noms aux minéraux, aux végétaux, aux animaux, qu'on pouvait donner des noms aux vertus et aux vices, à toutes les opérations de l'intelligence, aux affections de l'ame, aux sciences et aux arts ; et nous nous sommes engagés à ne jamais nous écarter dans notre cours de la marche de la nature. Nous suivrons donc, dans l'exposition de nos principes, les premiers inventeurs de l'art de la parole dans les recherches de leurs premiers moyens.

Le nom, comme nous l'avons observé, étant une sorte de signe de rappel, fut, sans doute, inventé aussitôt que l'homme éprouva le besoin de communiquer avec l'homme. Le nom parlé doit être la traduction du signe gesticulé, ou du nom figuré par l'art de la pantomime : mais ce signe, ou ce nom qui suffisait, quand l'homme, encore enfant, n'avait besoin de rien affirmer des objets, et quand il lui suffisait d'en retracer seulement l'idée, fut bientôt

insuffisant, quand il voulut raconter quelque action, ou énoncer quelque qualité de ces objets.

Le nom se bornait à rendre présent à l'esprit l'objet dont il voulait parler ; mais cet objet, comparé à tout autre, en différait, ou par la couleur, ou par la forme, ou par toute autre modification : le nom n'exprimait pas cette différence ; il ne disait pas même que l'objet eût été comparé : ainsi, l'objet avait fait ou reçu quelqu'action, et son nom était encore muet sur cette action faite ou reçue ; ces modifications ne pouvaient donc être exprimées, et la pensée restait encore circonscrite dans les bornes étroites de l'idée simple.

C'est ici sur-tout, citoyens, que vous devez vous rappeler ce qui a été disputé au professeur de l'analyse de l'entendement humain : *que l'homme ne pense que parce qu'il parle, de même qu'il ne parle aussi, que parce qu'il pense* ce qui ne veut dire autre chose, sinon qu'il a heureusement imaginé des moyens pour combiner ses idées, et par conséquent pour les réduire en pensées, et pour les exprimer par des propositions.

Et comme souvent les mots sont mal entendus, si je dis, avec le professeur de l'entendement, l'homme ne pense que parce qu'il parle, comme il ne parle aussi que parce qu'il pense, je dois m'expliquer, en ajoutant que j'entends par le mot de *parole*, ce que nous faisons, quand nous exprimons, de quelque manière que ce soit, les idées, les pensées et les opérations de notre esprit.

Ainsi je prends, dans ce cas, *la parole* dans sa plus

grande généralité, et dans sa signification la plus étendue ; c'est à-dire, que je la regarde comme l'expression de la pensée, de quelque manière qu'elle est exprimée, soit par écrit, soit par la voix, soit par le geste, soit par les signes de la physionomie, soit par des signes peints, soit par des sons articulés.

Car je vous le demande, citoyens, comment l'homme pourrait-il réfléchir, s'il ne pensait pas, et s'il n'avait pu trouver des signes qui lui servissent à fixer dans son esprit, et à faire passer dans l'esprit des autres, les modifications qu'il remarquait dans les objets ? Mais quels signes pouvait-il imaginer pour peindre les modifications ? Sans doute, il avait pu, par les accens de l'instrument vocal, imiter, sinon en réalité, du moins par analogie et par comparaison, non seulement les objets sonores, mais encore ceux qui semblaient se refuser à toute imitation. Mais le moyen de peindre et de représenter à l'esprit, par des sons, l'image des formes et des couleurs ?

Il y a, comme vous le voyez citoyens, plus loin qu'on ne pense du nom des substances au nom des qualités. Peut-être ne sera-t-il pas inutile de rechercher ici ensemble, comment ces derniers noms ont été inventés, et de voir si l'on pourrait montrer qu'ils sont nés des premiers, comme la branche naît du tronc. Cette recherche est d'autant plus intéressante, qu'on n'est pas encore fixé sur la nature des qualités abstraites, et que c'est de la résolution de cette difficulté, que résultera la véritable origine des abstractions.

Certaines qualités se trouvaient éminemment dans certains êtres de la nature, au point que, nommer

ces objets, c'était donner aussitôt l'idée de sa qualité. Ainsi nommer une *montagne*, était réveiller l'idée de hauteur; comme c'était réveiller l'idée de la fidélité, en nommant le chien; l'idée de la douceur, en nommant l'agneau; l'idée de la constance, par le nom de la tourterelle; celle de la cruauté, par le nom du tigre, et celle de la force, par le nom de lion. Eh bien! citoyens, ces noms d'êtres et de substances durent être, dans les premiers tems, dit un auteur, des noms de qualités; car les noms de ces êtres, remarquables par des qualités singulières, se trouvèrent réunis à des noms de sujets, qui paraissaient être des objets principaux de la pensée : ainsi *homme montagne*, signifia *homme d'une grande taille*; *homme agneau*, signifia *homme doux*; *femme tourterelle*, signifia *femme constante* dans son amitié : et ces premiers noms, qui étaient d'abord des noms d'êtres ou de substances, devinrent enfin, à force de servir à rappeler les modifications passagères d'autres êtres, des noms modificatifs. Nous dirons donc que les mots qualificatifs furent, dans le commencement, des noms de substances; et c'est ainsi que se fortifie ce grand principe, que tout l'art de la parole remonte, comme nous l'avons dit, à un seul élément générateur. Vous verrez avec moi, citoyens, que le système de cet habile étymologiste, ne paraît pas dénué de vraisemblance. C'est que l'homme cherche à peindre ses idées; et que ce n'est pas assez pour lui de les énoncer.

Mais est-il vrai que cette seconde classe de mots, qu'on appelait *adjectifs*, que nous pourrions nommer *modificatifs* ou *qualificatifs*, ou mots ajoutés, soit

essentielle à l'art de la parole ? Il est aisé de s'en convaincre quand on observe que les noms des substances ne servent absolument qu'à rappeler l'idée, sans en rien affirmer. Nous prononçons le nom d'un être, et nous ne pensons pas encore : nous pensons ; aussi-tôt se présentent à notre esprit, pour exprimer cette pensée et la faire connaître, le nom du sujet et celui de la qualité que nous considérons en lui. Je crois que c'est une grande erreur de rapporter à une même espèce, deux mots qui se ressemblent si peu, quoiqu'ils soient issus d'une source commune, et de dire, avec plusieurs grammairiens, que c'est ici une seule et même partie d'oraison ou de discours. Qu'un mot destiné à servir de peinture, de signe, de marque soit appelé *nom*, rien ne me paraît plus convenable : mais pourrait-on donner une pareille qualification à un mot qui n'exprime que des formes, qui, par conséquent, ne nomme rien ? nous ne le pensons pas ; nous croyons, au contraire, qu'il faut ranger les qualificatifs, appelés autrefois adjectifs, sous le nom générique de mots, et sous le nom spécifique de qualificatifs, pour ne rien confondre de ce qui doit être distingué.

La première idée que présente un mot qualificatif, c'est celle du rôle qu'il joue dans la proposition, en s'appliquant sur les noms qu'il modifie, et dont il sert à restreindre et à déterminer, non l'*étendue*, mais la *compréhension*. Deux mots qu'il ne faut pas confondre ; deux mots essentiels qui annoncent que ce mot ne peut jamais modifier les noms propres, parce que, par cela seul qu'un nom est propre, il est déter-

miné. Mais qu'est-ce que *l'étendue* et la *compréhension* d'un nom? *l'étendue* est le lieu qu'il occupe pour l'esprit qui le considère; la *compréhension* est la totalité des idées partielles qui le constituent. Ainsi, les mots que l'on appelle *articles*, et dont nous nous occuperons dans la séance prochaine, déterminent l'étendue; et les mots qualificatifs affectent la compréhension, en y ajoutant une idée accessoire, qui devient partie de la nature totale énoncée par le nom.

La seconde idée que présente ce mot, c'est la division naturelle des qualificatifs en qualificatifs physiques, qualificatifs métaphysiques. Les premiers, ou les qualificatifs physiques sont appelés ainsi, parce qu'ils expriment les impressions que les objets physiques font sur nos sens, tel que *blanc*, *rouge*, *noir*; et les derniers, selon Dumarsais, sont ceux qui expriment les rapports sous lesquels l'esprit peut considérer les êtres métaphysiques et les êtres physiques. D'après cette division et cette définition, vous sentez, citoyens, que la nomenclature des qualificatifs métaphysiques serait très-nombreuse; ainsi, les noms de nombre, et tous ceux qui expriment les relations des objets entr'eux, tous les pronoms qui ne remplacent pas les noms des personnes, sont des qualificatifs métaphysiques. *Beauzée* nous a paru plus exact, faisant une classification plus simple, et qui restreint infiniment le nombre des qualificatifs métaphysiques. Il ne donne ce nom, et nous ne le donnons avec lui, qu'aux qualificatifs qui servent à exprimer toutes les opérations de l'esprit, et alors la nomenclature des qualificatifs physiques s'augmente de tous ceux qu'on

enlève au domaine de l'esprit. Nous dirons donc que les qualificatifs ne sont tels que pour les noms qu'ils modifient, et qui les rendent physiques ou métaphysiques, selon qu'ils le sont eux-mêmes ; cela me paraît, citoyens, infiniment plus clair, plus simple et plus facile à démontrer aux élèves des écoles primaires.

L'influence du nom est telle dans la proposition, que celui dont la nature est d'être propre à devenir support d'un qualificatif, devient qualificatif lui-même, quand il en affirme d'un autre nom, comme dans cet exemple : *les citoyens Deleyre et Lakanal sont représentans du peuple près les écoles normales ;* et le nom devenu qualificatif par cette affirmation, reprend sa dignité, quand on affirme de lui quelques qualités, comme dans cet autre exemple : *les deux représentans du peuple près les écoles normales sont pleins de zèle pour le succès de ces écoles.*

Ces mots : *Les deux représentans du peuple* sont le sujet de la proposition dans ce second exemple, et par conséquent soutiens ou supports du mot *pleins* qui en est affirmé.

La troisième idée que présente le qualificatif, c'est d'être entièrement subordonné au nom qui lui sert de soutien, et dont il exprime une manière d'être ; et de-là les règles de *concordance* dont nous aurons occasion de parler en son lieu. Voilà encore cet autre principe, que le nom d'un être peut aller seul, et être entendu aussitôt qu'il est prononcé ; au lieu qu'un qualificatif a toujours besoin d'un soutien qui lui donne une valeur. Mais ici concluons de ce que nous venons de dire, que, sans le qualificatif, il ne pourrait

y avoir de proposition; et par conséquent point de phrase, parce qu'il n'y aurait point de pensées. Le qualificatif, citoyens, n'est donc pas indifférent dans le tableau de la pensée, comme n'a pas craint de le dire un de nos plus célèbres grammairiens, *Court de Gebelin*. Et lorsqu'il a dit, pour prouver cet étrange paradoxe, qu'un mot qu'on peut remplacer, n'était pas essentiel, et qu'on pouvait remplacer le qualificatif par un nom abstrait, il a perdu de vue que l'abstractif n'avait été formé que d'un qualificatif, qu'il en était en quelque sorte la substance. Vous allez décider vous-mêmes, citoyens, cette question.

Voici les deux exemples de *Court de Gebelin* : *ce mur est élevé.* On peut, dit-il, réduire cette phrase à celle-ci : *ce mur a de l'élévation.* Cet auteur ajoute que les adjectifs sont des ellipses. J'avoue que je ne peux admettre une pareille doctrine. Les ellipses sont, comme vous savez, des retranchemens, des suppressions, qui n'ont pu s'introduire dans l'art de la parole, qu'à la faveur des mots dont les mots elliptiques sont dérivés, comme les adverbes sont les ellipses des propositions et des noms. Pour qu'un qualificatif fût un mot elliptique, il faudrait qu'un autre mot plus ancien que lui fût son primitif. Il faudroit donc qu'il fût vrai que l'abstractif *élévation* fût le primitif du qualificatif *élevé.*

Reportons nous jusqu'à l'époque de l'origine du langage, et nous verrons si l'esprit a pu commencer par faire des abstractions. Mais fût-il vrai qu'on peut substituer le dérivé au primitif, et remplacer ainsi le qualificatif par des abstractions, faudrait-il préférer pour cela l'abstractif au qualificatif ?

Le style ne perdrait-il rien à une pareille substitution? il en serait d'abord infiniment plus diffus, et par conséquent plus lâche; il serait d'une monotonie fatiguante; on y perdrait les charmes d'une variété que rien ne pourrait racheter: et quels mots pourroient remplacer le cortège que forme autour du nom les qualificatifs, qui tantôt l'annoncent et le précèdent, et tantôt marchent agréablement à sa suite? Que deviendrait la poésie, si on lui ôtait les brillantes couleurs et la magnificence que répandent dans son style les qualificatifs? Qu'on substitue dans ce beau vers aux deux qualificatifs, *inconstant* et *fidèle*, les deux abstractifs, *inconstance* et *fidélité*, et tous les accessoires, dont il faudrait les accompagner pour en former deux phrases qui tinssent lieu de ce vers:

Je t'aimais inconstant, qu'aurais-je fait fidèle!

que deviendrait la poésie? Il faudra donc conserver le qualificatif; mais il faut se préserver d'employer des mots que la raison et la nécessité ne jugent pas nécessaires.

« *Les mots*, a dit un célèbre écrivain, *sont les ennemis de la pensée.* »

Mais parmi ces ennemis les plus grands, sans doute, seront toujours les qualificatifs oiseux et parasites. (C'est encore pour les élèves de l'école primaire que je donne ce développement.) Les mots sont ennemis de la pensée; c'est-à-dire, qu'il faut les traiter comme des ennemis à qui il ne faut recourir que quand on en a le plus grand besoin; qu'il faut écarter soigneusement tous ceux dont on peut se passer, et

n'employer jamais que ceux qui sont absolument nécessaires; alors il n'y a pas plus de mots que d'idées, plus de phrases que de pensées, et le style est plein.

Un quatrième rapport, sous lequel on doit encore envisager les qualificatifs, c'est celui des différentes classes dans lesquelles on doit les ordonner. Ou ils sont destinés à exprimer les qualités inséparables des objets considérés dans leurs formes, sans nulle action reçue ou faite; et alors leur réunion avec les noms desquels on les affirme, forme la phrase seulement *énonciative*; comme dans ce vers :

Le jour n'est pas plus pur que le fond de mon cœur.

Ou la qualité affirmée est une qualité active; et alors c'est la phrase active, comme dans celle-ci :

Et l'art ornant depuis sa simple architecture,
Par ses travaux hardis surpassa la nature.

Ou la qualité affirmée est la qualité passive, et c'est une troisième espèce de phrase semblable à la première, qu'on pourrait appeler énonciative-passive. Ces trois sortes de qualificatifs servent donc à former trois phrases différentes, précisément parce qu'ils sont eux-mêmes différens.

On n'eut pas plutôt inventé ces trois sortes de qualificatifs, que le génie des premiers hommes s'exerça aussitôt sur le parti qu'on pourrait en tirer. On observa que les qualificatifs pouvaient être considérés seuls, et sans les objets qui leur donnaient

une existence. On vit qu'ils pouvaient être comparés entr'eux, qu'il était possible d'affirmer de l'un une priorité que n'avait pas l'autre; et ce caractère donné aux qualificatifs les ôta de leur classe, et les transporta dans celle des noms, où ces nouveaux venus ne manquèrent pas de prendre, pour s'y naturaliser, toutes les formes propres à tromper tous ceux aux yeux de qui l'habit est tout, et la personne n'est rien. De *blanc* fut fait *blancheur*, *santé* fut fait de *sain*, et *vertu* de *vertueux*: telle est, citoyens, l'origine de ce qu'on avait appelé jusqu'ici *noms verbaux*, *substantifs abstraits*, et que nous pourrons appeler, avec Girard, les noms abstractifs. Voici comment je pense qu'on peut les faire connaître aux élèves des écoles primaires.

Mais avant de passer à ce procédé, justifions, s'il est possible, la dénomination de Girard. Dans le mot *abstractif*, je trouve deux idées; la première, celle de suppression d'abstraction; et la seconde, qui se trouve dans la terminaison, donne à ce mot-là une sorte de forme qualificative ou adjective: car vous savez que c'est-là précisément la force de la terminaison *if*, qui signifie *faisant*. Ce nom me paraît parfaitement convenir à ces mots-là, qui sont de véritables noms, puisqu'on leur en donne la forme, et qu'ils deviennent les supports des modificatifs. Ces noms sont encore des qualités, puisqu'ils servent à exprimer les qualités des êtres ou des choses. Or, cette double valeur se trouve dans leur nom, dans le mot *abstractif*.

Voici maintenant le procédé que je voudrais qu'on

employât dans les écoles primaires, pour faire entendre les mots que j'appelle *abstractifs* : il faudrait présenter une proposition la plus simple possible, où ne seraient que le sujet, la qualité et le lien, comme, par exemple, celle-ci : *mur est élevé*, pour nous servir de l'exemple de *Court de Gebelin*. Nous aurons occasion de ramener cette proposition formée de trois termes à l'unité de signe; c'est-à-dire que nous écrirons *élevé* dans le mot *mur*, et qu'ainsi le mot *mur* servira, si je puis m'exprimer ainsi, de cadre au mot *élevé*. Le mot *élevé* n'en aurait pas s'il était tout seul : ainsi, en le fixant sur le mot *mur*, on lui donne *mur* pour soutien; nous effacerons le mot qui sert de soutien, et il nous restera celui du signe, celui de l'*ajouté*, de l'*adjectif*, celui de la *qualité*, celui de *qualificatif*. Ce mot détaché du nom, ayant reçu une valeur précise, est resté dans l'esprit avec sa valeur. L'esprit peut le considérer, et dire : ce *mur* est plus ou moins *élevé* que cet autre *mur;* ou en d'autres termes : *l'élévation de ce mur est plus grande que l'élévation de cet autre*. Sitôt que ce jugement peut être prononcé, l'expression de ce jugement, qui n'est autre chose que la proposition revêtue des mots qui en font une phrase, peut aussi être énoncé, et alors ce qualificatif n'est plus dans sa classe, le voilà passé dans celle du nom; car il est devenu sujet d'une proposition, et par conséquent un des individus de la classe du nom.

Le voilà dès ce moment susceptible d'être déterminé, ayant une étendue qui peut être plus ou moins restreinte; car on peut dire cet *élevé* là, l'*élevé* que

je vous ai montré. Et ici la langue vient offrir un mot nouveau, issu de celui auquel on a donné une sorte de forme qui l'établit dans son nouveau domaine. En effaçant jusqu'au caractère de son intrusion, on ne dit plus *cet élevé*, *l'élevé*, *un élevé*, mais on dit *cette élévation*, *l'élévation*, *une élévation*.

Il en est de même du nom abstrait, du nom *abstractif*; car il faut bien lui donner le nom de leur forme nouvelle.

La plûpart de ceux qui ont une qualité active pour primitifs, ont aussi pour terminaison (et cela devait être) une terminaison particulière qui est *ance*: ainsi de *puissant*, on a fait puissance; de savant ou sachant, ou plutôt de *scient*, la véritable racine de tous ceux-là, on a fait le mot *science*; de *patient*, dérivé lui-même de *pâtir*, vient *patience*, ainsi des autres. Parmi les abstractifs, les uns sont dérivés des qualités énonciatives, comme *bonté* est dérivé de *bon*; *indulgence*, d'*indulgent*; de *blanc*, *blancheur*: les autres sont dérivés des qualités actives; comme *amour*, d'*aimant*; *don*, de *donnant*; de *brûlant*, *brûlure*; de *parlant*, *parole*; d'*écrit*, *écriture*, etc.

On peut donc je crois généraliser ainsi les principes; Le signe de l'activité des qualificatifs actifs, se trouve dans la terminaison *ance*; quant aux qualités énonciatives, il est tout simple que leur terminaison soit le signe de cette permanence et de cette inhérence sur les sujets; et le signe de cette permanence est

ordinairement la terminaison *eur*, ou *té*, ou *ion*, ou *ère*, ou *ure*, ou *ie*.

EXEMPLES :

Blancheur.
Bonté.
Union.
Froidure, etc.

Ainsi quand on dit blancheur, la terminaison *eur* est le signe de cette inhérence ; il n'en est pas de même du mot *puissance* dérivé d'une qualité active, elle n'a de permanence que dans un seul être : elle est momentanée dans tous les autres, et c'est ce qu'exprime sa terminaison. Tel a pu être très-puissant avant le 9 *thermidor*, qui, à cette époque à jamais mémorable, a vu tomber sa détestable puissance.

Mais il ne faut pas oublier que quelque général que soit ce principe, il souffre de nombreuses exceptions.

Nous dirons donc, en nous résumant, que le nom est la véritable source, le père, le générateur de tous les autres élémens de la parole ; que le mot qui nous sert à exprimer les qualités qu'on en affirme, en est donc dérivé ; et qu'à son tour ce mot, qui exprime la qualité, a engendré le nom *abstractif*.

Nous dirons encore que ces noms abstractifs sont de deux espèces, comme les qualificatifs ; et nous donnerons pour exemple les mots suivans : *long*, qualité *énonciative ; longueur*, qualité *énonciative-abstractive*, ou

ou nom *abstractif* ; *aimant*, qualité *active* ; *amour*, qualité *active abstractive*, ou nom *abstractif*.

Il semble, citoyens, que ce serait ici le cas de vous parler d'une autre classe de qualificatifs, formés d'un autre élément, du langage des pronoms personnels adjectifs ; mais je ne dirai rien de ces mots : quelqu'analogie qu'ils paraissent avoir avec les qualificatifs, je ne trouve pas des traits assez bien prononcés dans ces mots, pour les ranger dans cette classe. D'ailleurs, nous n'avons pas encore parlé des *pronoms*. Ceux qui connaissent la grammaire de *Condillac* et celle de *Dumarsais*, seront surpris peut-être de ne pas voir rangés dans la classe des qualificatifs, les mots suivans : *le*, *la*, *ce*, *cette*, etc. J'ai cru devoir m'écarter dans ce cas des principes de ces deux grands maîtres, quelque respect que j'aie d'ailleurs pour leur doctrine. Je développerai mes principes, quand nous traiterons de l'ARTICLE.

Par tout ce qui vient d'être dit, la place des noms et celle des qualificatifs, demeurent parfaitement fixées, comme il reste également prouvé que le modificatif est entièrement consacré au service du NOM, et qu'il doit par conséquent être avec le nom en concordance parfaite ; et de ces résultats naissent tout naturellement et sans difficulté, les règles de la syntaxe des qualificatifs. Ici la langue française me paraît plus philosophique que l'anglaise, quand elle donne aux qualificatifs les mêmes accidens que ceux du nom, quand elle l'assujétit aux mêmes formes, et l'oblige de s'accommoder à son genre et à son nombre; La place du qualificatif n'est point indifférente.

Tels qualificatifs doivent précéder le nom, et tels autres le suivre. Le renversement des mots produit souvent le désordre dans les idées : voici quelques exemples de la manière de placer des qualificatifs.

On dit, et on ne peut dire autrement, un *auteur anonyme*, *beauté parfaite*, *empire ottoman*, *république française*, *grammaire philosophique;* et on ne peut pas dire : *française république*, *philosophique grammaire*, etc. On dit *ligne droite*, *couleur jaune*, *citoyen français*, *musique italienne*, *école flamande* ; mais on dit : *certaines gens*, *grand général*, *grand capitaine*, *jeune homme*, *cher ami* ; et vous savez qu'on ne peut pas faire le renversement.

D'autres se placent également avant et après ; ainsi on dit indifféremment : *savant homme*, ou *homme savant*; c'est ici sur-tout que l'usage fait que toutes les règles sont par conséquent très-difficiles à donner. Nous observerons seulement que la poésie a, dans ce cas, plus de liberté que la prose ; et telle position du qualificatif est quelquefois si peu indifférente qu'elle change quand on l'a négligée, la valeur du nom et de la proposition : ainsi il n'est pas égal de dire : *j'ai appris ce matin*, *sur nos succès dans le nord*, *une nouvelle certaine*, ou *une certaine nouvelle ; un honnête homme*, n'est pas toujours *un homme honnête* ; *un homme honnête* n'est pas toujours un *honnête homme* ; *un homme honnête ne se permet jamais des manières malhonnêtes*. Ces mots ne sont pas les mêmes ; la place fait tout. Le mot *vrai* a une signification toujours selon la place qu'il occupe ; on dit : *c'est un vrai caméléon ;* de cet autre : *c'est un vrai charlatan ;* mais si l'on dit :

cet homme est vrai, *vrai* dans ce cas signifie l'opposé de *menteur*.

Un homme *galant*, n'est pas toujours un *galant homme*, un *galant homme* n'est pas souvent un homme *galant*; un homme *plaisant* est un homme *enjoué*; un *plaisant homme* est un homme ridicule.

Un *pauvre* écrivain, un écrivain *pauvre*, ne sont pas non plus la même chose. *Linière* voyant un jour passer ensemble *Chapelain* et *Patru*, il dit du premier : *c'est un pauvre auteur*; et du second, c'est un *auteur pauvre*.

Un *seul* homme, un homme *seul*, ne présentent pas non plus la même idée : un *seul homme* peut lever ce fardeau, et aucun autre ne peut le lever; un *homme seul* peut lever ce fardeau sans aucun secours étranger.

Cette distinction est de votre respectable collègue, le modeste et savant Wailly, si digne de nous éclairer dans cette matière.

Voici, citoyens, une remarque générale qui lui appartient.

Quelques adjectifs, dit Wailly, prennent le nom dans le sens propre, et d'autres dans le sens figuré : on dit, par exemple, au propre, *fruit mûr*; et au figuré, *mûre délibération* : il ont encore un accident particulier, qui vient de la nature de leur extension; ce sera l'objet de la séance prochaine.

LITTÉRATURE.

LAHARPE, *Professeur.*

L'invention oratoire consiste dans la connaissance et dans le choix des moyens de persuasion : ils sont tirés généralement des choses et des personnes ; mais la manière de les considérer n'est pas la même, à beaucoup d'égards, dans les délibérations politiques que dans les questions judiciaires. Dans celles-ci, de quoi s'agit-il d'ordinaire ? Tel fait est-il constant ? est-il un délit ? Quelle loi y est-elle applicable ? L'âge, la profession, les mœurs, le caractère, les intérêts, la situation de l'accusé, rendent-ils le fait probable ou improbable ? Voilà le fond du genre judiciaire. Dans le délibératif, il s'agit, suivant les anciens rhéteurs, de ce qui est honnête, utile ou nécessaire ; mais Quintilien rejette ce dernier cas : en prenant le mot dans son acception rigoureuse, c'est-à dire, pour ce que l'on est contraint de faire, par une nécessité insurmontable, il prétend que cette contrainte ne peut exister, dès qu'on préfère la liberté de mourir. Il cite un exemple : une garnison à qui l'on dirait : il est nécessaire de vous rendre ; car si vous ne vous rendez pas, vous serez passés au fil de l'épée ; et il ajoute qu'il n'y a point là de nécessité, puisque les soldats peuvent répondre : nous aimons mieux mourir que de nous rendre. Ni le raisonnement, ni l'exemple, ne me

paraissent concluans. Sans doute, il n'y a pas de nécessité absolue de se rendre, quand on aime mieux mourir. Mais l'art oratoire, comme la morale et la politique, admet une nécessité relative, et la question peut être considérée sous un autre point de vue. On peut demander si la place est assez importante, pour sacrifier à sa conservation la vie d'un grand nombre de braves gens, qui peuvent servir encore long-tems la patrie; et alors un orateur pourrait fort bien établir, comme une nécessité, l'obligation de conserver à l'état des défenseurs dont il a besoin. Cette espèce de nécessité morale peut avoir lieu dans une foule d'autres cas semblables; ce n'est autre chose qu'une utilité plus impérieuse, et c'est même, à vrai dire, la seule nécessité qui puisse être mise en délibération; car la contrainte, qui naît d'une force physique, n'est pas susceptible de discussion.

On ne répond pas à tout, en disant, je mourrai; comme on ne satisfait pas à tout en sachant mourir. C'est toujours une sorte de courage, il est vrai; mais ce n'est ni le plus rare, ni le plus difficile, ni le plus utile de tous. Beaucoup de gens acceptent la mort, quand elle est sûre, avec une résignation qu'on peut appeler fermeté et non pas énergie: l'énergie consiste à braver le danger de la mort, quand elle est encore douteuse, à risquer tout pour la détourner, et à ne la vouloir que comme la dernière extrêmité. Nous serons à jamais un exemple de la réalité de cette distinction: ce n'est pas le premier qu'offre l'histoire; mais c'est le plus frappant de tous. Si tant de citoyens, traînés aux cachots ou aux supplices sous le règne des

tyrans ; si tous ces hommes, qui ont montré tant de patience dans les fers, et tant de sérénité sur l'échafaud, avaient eu le véritable courage, le courage de tête, ils auraient compris que les victimes étant en bien plus grand nombre que les bourreaux, ceux-ci, les plus lâches des hommes, n'osaient tout, que parce que les autres souffraient tout : il auraient senti que dès qu'il n'y a plus d'autre loi que la force, il vaut cent fois mieux périr les armes à la main, s'il le faut, que d'être traînés à la boucherie ; et il aurait suffi même d'en montrer la résolution, pour en imposer à des misérables qui n'ont jamais su qu'égorger des hommes sans défense. Le mot de ralliement de tout citoyen, c'est la loi ; et dès qu'on invoque contre lui une autre espèce de force, il doit, pour toute réponse, mettre la main sur le glaive. C'est pour cela qu'il lui a été donné ; et comme a dit un ancien poète :

Ignorant-ne datos ni quisquam serviat, enses?

Si la leçon que nous avons reçue à cet égard a été nécessaire, elle a été assez forte pour qu'on puisse espérer qu'elle ne sera pas perdue.

Ne prenons donc point les mots usuels dans la rigueur du langage métaphysique, qui a quelquefois égaré les anciens ; et dans celui de l'art oratoire, appelons nécessaire, ce qu'on peut appeler ainsi en morale, c'est-à-dire, tout ce qui est indispensablement commandé par l'intérêt de la chose publique ; et, sous ce rapport, rien ne rentre plus naturellement dans l'ordre des délibérations.

Les anciens faisaient une autre espèce de division générale. Le judiciaire, dit Cicéron, roule sur l'équité ; le délibératif, sur l'honnêteté : ou, en d'autres termes, l'un sur ce qui est équitable, l'autre sur ce qui est honnête. Ici se fait encore appercevoir la différence du génie des langues, et la diversité d'acception dans les termes correspondans d'une langue à l'autre. Car on demandera d'abord si tout ce qui est honnête n'est pas équitable, et si tout ce qui est équitable n'est pas honnête. Mais dans le langage de leur barreau, les Latins entendaient par *æquitas*, *quod æquum est*, ce qui est conforme au droit positif, aux lois ; et par honnête, *honestum*, ce qui est conforme à la morale universelle, à la conscience de tous les hommes : et cette distinction n'était rien moins que chimérique ; car les lois sont nécessairement imparfaites, et la conscience est infaillible ; d'où il suit que la loi, qui ne saurait prévoir tous les cas, offre souvent des dispositions qui ne sont pas celles que dicterait l'exacte honnêteté. C'est en ce sens qu'un de nos auteurs a dit dans une tragédie :

La loi permet souvent ce que défend l'honneur.

Et l'honneur ici ne signifie que ce qu'il devrait toujours signifier, l'honnêteté.

Ainsi, pour éviter la confusion des idées dans notre langue, nous dirons, en adoptant la division de Cicéron, que le judiciaire roule sur ce qui est de l'ordre légal, et le délibératif sur ce qui est de l'ordre politique ; et comme dans l'un et dans l'autre, la justice, l'ordre moral et social sont également intéressés, nous en conclurons de nouveau que ces genres

se rapprochent et se confondent dans les principes généraux, soit de la nature, soit de l'art, quoiqu'ils s'éloignent par la diversité des cas, qui doit déterminer celle des moyens oratoires.

Ces moyens sont, 1°. les preuves déduites par le raisonnement, qui applique les principes aux questions; 2°. les preuves tirées des faits qu'il s'agit d'établir, ou de nier, ou d'expliquer suivant les règles de la probabilité, et tout cela suppose de la logique; 3°. les autorités et les exemples, ce qui est d'un si grand usage et d'un si grand pouvoir dans l'éloquence, et ce qui suppose la connaissance de l'histoire; 4°. ce que les anciens ont nommé *lieux communs*, c'est-à-dire, les vérités de morale et d'expérience généralement applicables à toutes les actions humaines, les considérations tirées de l'instabilité des choses de ce monde, des dangers de la prospérité, de l'ivresse et de la fortune, de la pitié qu'on doit au malheur, de l'orgueil de la richesse, des inconvéniens de la pauvreté, et mille autres semblables, dont le détail est infini, et que l'orateur doit placer suivant l'occasion, ce qui demande des vues philosophiques sur la condition humaine; 5°. enfin, les sentimens et les passions, ce que les Latins appelaient *affectus*, les Grecs *pathoi*, et ce que nous avons extrêmement restreint par un mot qui n'en est point l'équivalent, le mot de *pathétique*, qui ne comprend que l'indignation et la pitié, au lieu que les termes génériques du grec et du latin, comprennent toutes les affections de l'ame, que l'orateur peut mettre en œuvre comme favorables à sa cause ou à son opinion; la compassion et la vengeance, l'amour et la

haîne, l'émulation et la honte, la crainte et l'espérance, la confiance et le soupçon, la tristesse et la joie, la présomption et l'abattement : et c'est là ce qui est spécialement du grand orateur, et ce qui dépend sur-tout des mouvemens du style ; c'est en cette partie que Démosthène a excellé. Il n'a point fait usage du pathétique touchant, comme Cicéron, ses sujets ne l'y portaient pas ; mais il a supérieurement manié le pathétique véhément, qui est plus propre au genre délibératif, comme l'autre au genre judiciaire. Vous voyez si j'ai eu tort de faire entrer l'histoire et la philosophie dans le plan d'un cours de littérature, tel que doit le faire celui qui voudra être véritablement un homme de lettres ; car un homme de lettres ne doit être nullement étranger au talent de la parole, et ce talent, pour s'élever à un certain degré, doit s'appuyer de toutes les connaissances que je viens d'indiquer.

Que sera-ce, en effet, qu'un orateur, s'il n'est pas logicien, s'il ne s'est pas accoutumé à saisir avec justesse la liaison ou l'opposition des idées ; à marquer, avec précision, le point d'une question débattue ; à démêler, avec sagacité, les erreurs plus ou moins spécieuses, qui l'obscurcissent ; à bien définir les termes ; à bien appliquer le principe à la question, et les conséquences au principe ; à rompre les filets d'un sophisme, dans lesquels se retranche l'ignorance ou s'enveloppe la mauvaise-foi ? Sans doute, il doit laisser à la philosophie l'argumentation méthodique, et la sèche dialectique, qui n'opèrent que la conviction : l'orateur prétend davantage ; il veut persuader : car si la résistance à la vérité, n'est souvent qu'une erreur,

plus souvent encore, peut-être, cette résistance est une passion ; et c'est là l'ennemi le plus opiniâtre, et le plus difficile à vaincre. Il faut donc que l'orateur, non-seulement nous montre le vrai, mais nous détermine à le suivre ; non-seulement nous montre ce qui est honnête, mais nous détermine à le faire ; et c'est pour cela que la logique oratoire doit joindre les mouvemens aux raisonnemens. Mais les mouvemens ne seront puissans, qu'autant que les raisonnemens seront justes, et alors rien ne pourra résister à cette double force, faite pour tout entraîner. C'était celle de Démosthène, le plus terrible athlète qui jamais ait manié l'art de la parole. Il se sert du raisonnement comme d'une massue dont il frappe sans cesse, et dont chaque coup fait une plaie. Je me suis souvent rappelé, en le lisant, cet endroit de l'Énéide, où Entelle, plein de la force des Dieux, fait pleuvoir sur le malheureux Darès une grêle de coups, et le pousse d'un bout de l'arène à l'autre, jetant le sang par le nez, par la bouche et par les oreilles.

Præcipitemque Dorem ardens agit æquore toto,
Creber utrâque manu pulsat versatque Dareta.

C'est précisément l'image de Démosthène, quand il a en tête un adversaire ; et malheur à qui se trouvait sous la main de ce rude joûteur. C'est chez lui que je vais prendre d'abord des exemples de l'argumentation oratoire : j'en tirerai ensuite de Cicéron, et vous jugerez la différente manière de ces deux grands hommes.

Dans ce fameux procès pour la couronne, où Démosthène avait toute raison, Eschine s'était rejeté sur les formes du décret de couronnement, et sur le texte des lois, matière où la chicane des mots trouve toujours des ressources faciles ; et l'accusateur, homme de beaucoup de talent, les avait fait valoir avec toute l'adresse possible. Une loi défendait de couronner un comptable : il prétend que Démosthène l'est ; d'où il conclud que le décret est illégal et nul. Il se fondait sur ce que Démosthène était encore chargé de l'administration des spectacles, et l'avait été de la réparation des murs d'Athènes. La première comptabilité n'avait aucun rapport au décret, qui ne couronnait Démosthène que pour la gestion qui concernait la réparation des murs. Il est vrai que, pour cette dernière, il n'avait rendu aucun compte ; mais il en avait une fort bonne raison, c'est qu'il avait presque tout fait à ses dépens ; et c'était précisément pour récompenser cette libéralité civique et reconnue, que le sénat, bien loin de lui demander des comptes, lui avait décerné une couronne d'or. Mais Eschine s'était renfermé dans le texte littéral, et, de plus, avait affecté de mêler et de confondre deux comptabilités fort distinctes, celle des spectacles, et celle des murs : c'était bien là une matière de pur raisonnement. Vous allez voir comme Démosthène sait la rendre oratoire, comme il la relève par la noblesse des pensées et des sentimens, en même-tems qu'il fait rayonner l'évidence des principes et des faits par une logique lumineuse.

« Si je passe sous silence la plus grande partie de » ce que j'ai fait pour le bien de la République, dans

„ les différentes fonctions qu'elle m'a confiées, c'est
„ parce que ma conscience m'assûre de la vôtre, et
„ pour en venir plutôt aux lois que l'on prétend avoir
„ été violées par le décret de Ctésiphon. Eschine a
„ tellement embarrassé et obscurci tout ce qu'il a dit
„ à ce sujet, qu'en vérité je ne crois pas que vous
„ l'ayez compris mieux qu'il n'a pu se comprendre
„ lui-même. A ses longues déclamations, je répon-
„ drai, moi, par une déclaration nette et précise. Il
„ a cent fois répété que je suis comptable. Eh bien !
„ je suis si loin de le nier, que, pendant ma vie en-
„ tière, je me tiens votre comptable, ô mes conci-
„ toyens, de tout ce que j'aurai fait dans l'admi-
„ nistration des affaires publiques „.

Avant d'aller plus loin, arrêtons-nous un moment, (car la chose en vaut la peine), pour remarquer ce que c'est que la véritable éloquence, celle qui vient de l'ame: *pectus est quod disertum facit.* Cette expression simple et franche d'un grand et beau sentiment de citoyen, n'a-t-elle pas déjà fait tomber toutes les ingénieuses arguties d'Eschine? Et en même-tems, comme elle est vraiment oratoire, et fondée sur la connaissance des hommes ! Comme Démosthène connaît bien ses auditeurs et ses juges ! Comme il est sûr d'en obtenir tout, en se mettant entre leurs mains, et même dans celles de son adversaire, et en offrant beaucoup plus qu'on ne peut lui demander ! Et qu'on ne dise pas qu'une pareille déclaration est bien facile, que tout le monde peut la faire. Oui, mais il s'agit de l'effet qu'elle doit produire, et il ne faut pas s'y tromper; cet effet ne tient pas seulement au talent, mais à la

personne et à son caractère : pour s'exprimer ainsi avec succès, il faut être pur. Un homme dont la probité serait équivoque, ne serait que ridicule en tenant ce langage ; on sourirait de pitié, et un fripon reconnu serait sifflé. Aussi, les anciens définissaient l'orateur *vir bonus, dicendi peritus*, un homme de bien, instruit dans l'art de la parole. Cette déclaration ne serait donc plus oratoire, si elle n'était pas vraie. Nous aurons occasion, par la suite, de relever cette singerie mal-adroite, ce charlatanisme impudent des hommes pervers, qu'on a vus si souvent emprunter et défigurer ces expressions du témoignage intime que peut se rendre la vertu, et qui ne sont, dans leur bouche, qu'un outrage de plus qu'ils osent lui faire : il est impuni, je l'avoue, quand il s'adresse à des complices ou à des esclaves ; mais quand la voix publique est libre, elle fait justice sur-le-champ de cette insolente hypocrisie. Je n'en rapporterai qu'un exemple antérieur même à la révolution. Un homme qui n'avait point mérité la mort qu'on lui a fait subir depuis, mais dont l'immoralité servile et vénale, était connue, Linguet s'avisa un jour de s'appliquer, en pleine audience, ce vers d'Hippolyte, dans la tragédie de *Phèdre* :

Le jour n'est pas plus pur que le fond de mon cœur.

A peine le plus honnête homme aurait-il pu, sans être taxé de quelque jactance, se donner à lui-même en public, un pareil éloge, qui n'est permis qu'à la vertu calomniée. Linguet fut accueilli par une huée universelle ; il se retourna vers l'assemblée avec des regards menaçans, comme nous l'avons vu,

depuis montrer le poing à l'assemblée constituante. Mais ces moyens, qui, quoique très-communs aujourd'hui, ne sont pas plus d'un orateur que d'un honnête homme, parce que la décence est inséparable de l'honnêteté, ne servirent qu'à faire redoubler les huées. Cela était juste, et il faut avouer que jamais citation ne fut plus malheureuse. Je reviens à Démosthène, et c'est revenir de loin ; il continue ainsi :

« Mais je soutiens en même-tems qu'il n'y a aucune » magistrature qui puisse me rendre comptable de » ce que j'ai donné. Entends-tu Eschyne ? de ce » que j'ai donné. Et je vous le demande, Athé» niens, lorsqu'un citoyen a employé sa fortune » pour le bien de l'état, quelle serait donc la loi » assez inique, assez cruelle, pour le priver du » mérite qu'il a pu se faire auprès de vous, pour » soumettre ses libéralités à la forme rigoureuse des » examens, et l'amener devant des réviseurs chargés » de calculer ses bienfaits ? Une pareille loi n'existe » pas : s'il en est une, qu'on me la montre. Mais » non, il n'y en a point ; il ne saurait y en avoir. » Eschyne a cru vous abuser par un sophisme bien » étrange : parce que je suis comptable des deniers » que j'ai reçus pour l'entretien des spectacles, il » veut que je le sois aussi de mes propres deniers, » que j'ai donnés pour la réparation de nos murs. » — Le sénat le couronne, s'écrie-t-il, et il est encore » comptable. — Non, le sénat ne me couronne pas » pour ce qui exige des comptes, mais pour ce qui » n'en comporte même pas, c'est-à-dire, pour mon

» bien, dont j'ai fait présent à la République. — Mais, » poursuit-il, vous avez été chargé de la recons- » truction de nos murailles : donc, vous devez compte » de la dépense. — Oui, si j'en avais fait ; mais c'est » précisément parce que je n'en ai fait aucune, parce » que j'ai tout fait à mes dépens, que le sénat a cru » me devoir des honneurs. Un état de dépense » demande en effet un examen ; mais pour des » dons, pour des largesses, il ne faut point de » registres, il ne faut que des louanges et de la » reconnaissance ».

Prenons, dans ce même discours, un autre endroit où la logique de Démosthène avait beaucoup plus à faire : c'était réellement le point délicat de la cause ; celui où elle se présentait sous un aspect vraiment douloureux. Démosthène, qui, sans magistrature légale, était en effet le premier magistrat d'Athènes et même des Républiques alliées, puisqu'il gouvernait tout par ses conseils et animait tout par son éloquence, avait seul fait décréter la guerre contre Philippe, et la guerre avait été malheureuse. On savait bien qu'il n'y avait pas de sa faute ; mais enfin, le malheur qui aigrit les hommes, ne les rend-il pas injustes ? Le ressentiment n'est-il pas quelquefois aveugle ? N'est-on pas naturellement trop porté à s'en prendre à celui qui est la cause innocente, ou non, de nos infortunes ? Et supposé qu'on lui pardonne, n'est-ce pas du moins tout ce qu'on peut faire ? Est-on bien disposé d'ailleurs à le récompenser et à l'honorer ? C'était-là l'espérance d'Eschyne et le fort de son accusation, le mobile de toutes ses attaques. Il

paraît même qu'il n'avait osé hasarder tant de mensonges et de calomnies, que dans la persuasion où il était qu'il accablerait Démosthène du poids des désastres publics, de manière à ce qu'il ne pût s'en relever; et c'est dans ce sens que la harangue pour la couronne est d'autant plus admirée, qu'il y avait plus de difficultés à vaincre. Tous les évènemens étaient contre l'orateur : l'essentiel était de se sauver par l'intention; ce qui n'offrait pas une matière aussi facile que celle d'Eschyne. Celui-ci avait à sa disposition tous ces lieux communs qui sont si puissans dans l'éloquence, quand l'application en est sous nos yeux; le sang des citoyens répandu, la dévastation des campagnes, la ruine des villes, le deuil des familles, et tant d'autres objets déplorables qu'il étale et développe avec tout ce que l'art a de plus insidieux, tout ce que l'indignation a de plus amer, tout ce que la haîne a de plus perfide. Je ne m'occupe point encore ici des moyens de toute espèce que lui oppose Démosthène; ils viendront à leur place. Je m'arrête à notre objet actuel, au raisonnement oratoire. Distinguer l'intention du fait, était bien facile, mais ne suffisait pas, à beaucoup près. Il fallait tellement la séparer de l'évènement, la caractériser par des traits si frappans et si nobles, que Démosthène et les Athéniens parussent encore grands, quand tout avait tourné contr'eux. Nous verrons ailleurs l'article qui concerne particulièrement les Athéniens; mais, pour Démosthène, il prend un parti, dont la seule conception prouve la force de sa tête et les ressources de son génie. Il nie formellement qu'il ait été vaincu; il affirme

affirme qu'il a été vainqueur, qu'il a réellement triomphé de Philippe ; et ce qui est plus fort, il le prouve. Ecoutons-le s'adresser à Eschyne.

» Malheureux ! si c'est le désastre public qui te » donne de l'audace, quand tu devrais en gémir » avec nous, essaie donc de faire voir, dans ce » qui a dépendu de moi, quelque chose qui ait » contribué à notre malheur, ou qui n'ait pas dû » le prévenir. Par-tout où jai été en ambassade, » les envoyés de Philippe ont-ils eu quelqu'avantage » sur moi ? Non, jamais ; non, nulle part ; ni dans » la Thessalie, ni dans la Thrace, ni dans Bizance, » ni dans Thèbes, ni dans l'Illyrie. Mais, ce que » j'avais fait par la parole, Philippe le détruisait » par la force ; et tu t'en prends à moi ! et tu ne » rougis pas de m'en demander compte ! Ce même » Démosthène, dont tu fais un homme si faible, » tu veux qu'il l'emporte sur les armées de Philippe, » et avec quoi ? avec la parole ? car il n'y avait que » la parole qui fût à moi ; je ne disposais, ni des » bras, ni de la fortune de personne ; je n'avais » aucun commandement militaire ; et il n'y a que » toi d'assez insensé pour m'en demander raison. » Mais que pouvait, que devait faire l'orateur » d'Athènes ? Voir le mal dans sa naissance, le faire » voir aux autres, et c'est ce que j'ai fait ; prévenir, » autant qu'il était possible, les retards, les faux » prétextes, les oppositions d'intérêts, les méprises, » les fautes, les obstacles de toute espèce, trop ordi- » naires entre les républiques alliées et jalouses, et » c'est ce que j'ai fait ; opposer à toutes ces diffi-

» cultés le zèle, l'empressement, l'amour du devoir,
» l'amitié, la concorde, et c'est ce que j'ai fait.
» Sur aucun de ces points, je défie qui que ce soit
» de me trouver en défaut; et, si l'on me demande
» comment Philippe l'a emporté, tout le monde
» répondra pour moi : par ses armes qui ont tout
» envahi, par son or qui a tout corrompu. Il n'était
» pas en moi de combattre ni l'un ni l'autre; je
» n'avais ni trésors, ni soldats. Mais, pour ce qui
» est de moi, j'ose le dire, j'ai vaincu Philippe;
» et comment? en refusant ses largesses, en résis-
» tant à la corruption. Quand un homme s'est laissé
» acheter, l'acheteur peut dire qu'il a triomphé de
» lui; mais celui qui demeure incorruptible, peut
» dire qu'il a triomphé du corrupteur. Ainsi donc,
» autant qu'il a dépendu de Démosthène, Athènes
» a été victorieuse, Athènes a été invincible ».

N'est-ce pas là le chef-d'œuvre de l'argumentation oratoire? N'entendez-vous pas d'ici les acclamations qui ont dû suivre un si beau morceau? et ne concevez-vous pas que rien n'a dû résister à un génie de cette force? Et remarquez toujours, ce que je ne saurais faire remarquer trop souvent, que pour employer des moyens de ce genre, il faut les trouver dans son ame : elle seule peut les donner; l'art peut apprendre à les disposer et à les orner, mais il ne saurait les fournir. C'est à l'orateur sut-tout que s'applique ce mot heureux, et si souvent cité, de Vauvenargues : » Les grandes pensées viennent du cœur ». Je dirai donc à celui qui voudra devenir éloquent: Commencez par être un bon citoyen, c'est-à-dire, un honnête

homme, car l'un ne va pas sans l'autre. Aimez-vous avant tout la patrie, la justice et la vérité? Vous sentez-vous incapable de les trahir jamais, pour quelqu'intérêt que ce soit? La seule idée de flatter un moment le crime ou de méconnaître la vertu, vous fait-elle reculer de honte et d'horreur? Si vous êtes tel, parlez, ne craignez rien. Si la nature vous a donné du talent, vous pourrez tout faire; si elle vous en a refusé, vous ferez encore quelque chose, d'abord votre devoir; ensuite un bien réel, celui de donner un bon exemple aux autres, et à la bonne cause un défenseur de plus. Et ne voyons-nous pas aujourd'hui tel homme qui n'a reçu aucune instruction, et à qui la seule horreur de la tyrannie a suggéré plus d'une fois des mouvemens énergiques, des expressions fortes, dont un orateur consommé aurait tiré, sans doute, un bien plus grand parti, mais dont tout le monde pourrait se faire honneur?

Ce qui manque à ceux qui n'ont d'autres facultés que celle de leur ame, c'est sur-tout la méthode et le raisonnement; c'est cette série d'idées fortifiées les unes par les autres, cette accumulation de preuves qui vont toujours en s'élevant, jusqu'à ce que l'orateur, dominant de haut, et comme d'un centre lumineux, finisse par donner une secousse impétueuse à tout cet amas, et en écrase ses adversaires. C'est alors que les mouvemens, comme je l'ai déjà indiqué, décident la victoire: mais il faut que les raisonnemens l'aient préparée; sans cela, les mouvemens heurtent et ne renversent pas. Que l'impérieuse vérité arrache d'abord à tous les esprits cet assentiment secret et

involontaire, il raison : alors l'orateur, qui se sent le maître, commande en effet, ou plutôt la raison commande pour lui, et on obéit.

C'est la tactique de Démosthène dans ses harangues délibératives, qui forment la plus grande partie de ses ouvrages, et qui, sous différens titres, sont toutes véritablement des *philippiques*, puisqu'elles ont toutes le même objet, celui de réveiller l'indolence des Athéniens, et de les armer contre l'artificieuse ambition de Philippe. Je me bornerai à quelques morceaux tirés de *la harangue sur la Chersonèse ;* ils suffiront à faire connaître l'esprit, le ton, le style qui règnent dans toute cette logique, animée et variée par toutes les formes possibles, l'induction, la parité, les contraires, l'hypothèse, le dialogue contradictoire, l'ironie piquante, les brusques apostrophes ; en un mot, ce mêlange continuel de raisonnemens et de mouvemens qui caractérisent l'éloquence de Démosthènes.

En peu de mots, voici le sujet :

Diopithe, père du comique Ménandre avait été envoyé, par les Athéniens, dans la Péninsule de Thrace, pays sujet d'Athènes, pour y établir une colonie qui pût tenir en respect le roi de Macédoine, toujours prêt à usurper, ou par la force ou par l'artifice.

Les Cardiens, petit peuple de ces contrées, s'étaient seuls refusés à cette mesure, et avaient appelé à leur secours Philippe, qui ne demandait pas mieux que d'entrer dans ces sortes de querelles, et qui, depuis dix mois, était près de l'Hellespont, avec une armée, épiant toutes les occasions dont il pourrait profiter.

Diopithe, homme de tête, avait soumis les Cardiens, et ravagé les terres que possédait Philippe dans la Thrace maritime, pendant que ce prince était occupé d'un autre côté dans la haute Thrace. Le Macédonien, comptant sur le crédit de ses pensionnaires d'Athènes, n'avait pas manqué de faire de grandes plaintes contre Diopithe ; et déjà tous les parleurs à gages avaient demandé le rappel et la punition de ce général, sous prétexte qu'il avait fait la guerre à Philippe, quoiqu'Athènes fût en paix avec lui. Ce n'était pas que ce même Philippe n'eût violé vingt fois les traités; mais il comptait toujours sur les bouches vénales qu'il avait à ses ordres, et sur l'indolente légéreté du peuple d'Athènes, qui, se souciant fort peu d'employer à la défense de l'état, l'argent qu'il prodiguait pour ses plaisirs, ne demandait pas mieux que d'en croire ceux qui l'assuraient toujours qu'il n'avait rien à craindre de Philippe. C'est ce fatal aveuglément que Démosthène eut à combattre toute sa vie. Cette occasion-ci était une des plus importantes : il voyait le peuple trompé prêt à punir Diopithe, pour l'avoir trop bien servi, et à licencier une armée qui pouvait seule arrêter les invasions de Philippe. Il monte à la tribune, et parle environ une demi-heure (car son discours ne put pas durer davantage) ; tout change à sa voix, et le décret est rendu tel qu'il le propose. Je n'ai pas besoin de vous dire combien, dans ce que vous allez entendre, vous appercevrez de rapports entre les vices et les abus dont se plaint l'orateur d'Athènes, et ceux qui nous ont fait tant de mal, même avant le règne des tyrans. On commença toujours par flatter

le peuple avant de l'opprimer ; et il y a des choses qui sont de tous les tems, quoique malheureusement nous en avons vu qui n'ont été que du nôtre.

Vous verrez d'abord, dans le début de l'orateur, ce que j'ai déjà marqué comme un point capital, la manière de poser la question, et d'en fixer les termes ; car souvent les hommes sont arrêtés, ou entraînés par un mot. C'est ce que n'ignoraient pas les adversaires de Démosthène, qui n'étaient pas maladroits ; ils connaissaient le faible des Athéniens, dont la nonchalence insouciante s'effrayait du seul mot de déclaration de guerre. En conséquence, ils avaient demandé que, si quelqu'un voulait parler contre Philippe, il dît d'abord nettement s'il conseillait la guerre ou la paix ; mais Démosthène en savait trop pour donner dans ce piège. Il commence donc par établir ; que ce n'est point là du tout la question qu'on est véritablement en guerre, depuis dix mois que Philippe est en armes ; que Philippe a, par le fait, déclaré la guerre, et qu'il ne s'agit plus que d'aviser aux moyens de la lui faire, la plus terrible que l'on pourra. Vous voyez le chemin qu'a déjà fait l'orateur, en ramenant ainsi la question à son vrai point de vue : tel est l'avantage d'une saine logique.

« Athéniens, je n'entends pas sans étonnement
» bien des choses qui se disent dans vos assemblées ;
» mais rien ne m'a plus surpris, je l'avoue, que ce
» qui s'est dit devant moi dans le sénat, que qui-
» conque se proposait de vous parler dans les circons-
» tances actuelles, devait déclarer formellement s'il
» vous conseillait la guerre ou la paix. Non, ce n'est

» pas là que nous en sommes : si Philippe se tenait
» tranquille, s'il n'avait pas violé les traités, ravi
» vos possessions, s'il ne soulevait pas, s'il n'armait
» pas contre vous tous les peuples, en même tems
» qu'il se les attache, sans contredit il ne tiendrait
» qu'à vous de rester en paix; et pour ce qui vous
» concerne, je vous y vois aussi disposé qu'il est
» possible de l'être. Mais si d'un côté nous avons
» sous les yeux les traités qu'il a jurés avec nous,
» si de l'autre il est manifeste qu'avant même que
» Diopithe partît d'Athènes à la tête de cette colonie,
» à qui l'on reproche aujourd'hui d'être une cause
» de guerre, Philippe, contre tout droit et toute
» raison, s'était emparé de ce qui vous appartenait;
» si vos propres décrets rendus à ce sujet, accusent
» authentiquement ces violations des engagemens
» pris avec vous; si toutes les fois qu'il s'est lié avec
» des nations grecques ou barbares, il n'a eu d'autre
» objet visible que de vous faire la guerre; que
» signifie donc ce qu'on vient nous dire qu'il faut
» choisir la guerre ou la paix? Eh! vous n'en avez
» plus le choix; il ne vous reste qu'un seul parti,
» qui est à-la-fois celui de la justice et de la nécessité,
» c'est de repousser l'aggresseur; et c'est le seul dont
» on ne vous parle pas : à moins cependant qu'on
» ne prétende que Philippe, pourvu qu'il n'attaque
» pas l'Attique, la Pirée, nos murs, ne vous fait
» point injure, et n'est point en guerre avec vous.
» Mais je ne pense pas que ceux qui établiraient de
» semblables règles d'équité, et qui ne marqueraient
» pas autrement la limite entre la guerre et la paix,

» vous parussent avoir l'idée de ce qui est juste,
» de ce que vous pouvez supporter, et de ce qu'exige
» le salut public. Il y a plus ; ils ne s'apperçoivent
» pas qu'eux-mêmes, en parlant ainsi, justifient Dio-
» pithe qu'ils accusent ; car enfin, pourquoi donc
» serait-il permis à Philippe de faire tout ce qu'il
» lui plaît, pouvu qu'il n'envahisse pas l'Attique,
» s'il n'est pas permis à Diopithe de secourir les
» Thraces, sans être accusé d'allumer la guerre?....
» Je ne leur demande plus qu'une chose : Quand ils
» auront dissipé et anéanti notre armée en déshonorant
» le chef, qui a trouvé dans ses propres ressources
» les moyens de l'entretenir, qu'ils nous disent com-
» ment ils feront pour anéantir aussi l'armée de Phi-
» lippe. S'ils restent là-dessus sans réponse, est-il
» assez clair, Athéniens, qu'ils n'ont d'autre but que
» de vous ramener au même état des choses qui,
» dans ces derniers tems, a porté un coup si funeste
» à la puissance d'Athènes? car, vous le savez, rien
» n'a donné à Philippe tant d'avantages sur nous
» que d'avoir toujours une armée sur pied, qui le
» met à portée de saisir toutes les occasions ; c'est
» ainsi qu'il vous prévient toujours, parce qu'après
» avoir délibéré avec lui-même, il agit avec ses
» troupes subitement et quand il lui plaît, il attaque,
» il renverse. Nous, au contraire, ce n'est qu'au bruit
» de ses invasions, que nous commençons des pré-
» paratifs longs et tumultueux. Mais qu'en arrive-t-il?
» Ce qui doit arriver toujours à ceux qui s'y prennent
» trop tard : il garde, lui, sans danger, ce qu'il a
» pris sans obstacle, et nous, après de grandes dépenses

» inutiles, après bien des efforts superflus, après
» avoir bien vainement montré toute l'envie possible
» de le traverser et de lui nuire; que nous reste-t-il?
» l'impuissance et la honte.

» Sommes-nous bien sûrs que Philippe ne se porte
» pas dans la Chersonèse? Prenez garde aux expres-
» sions de sa lettre : il prétend, dit-il, se venger
» de ces peuples; raison de plus pour y laisser une
» armée, que nous avons là toute formée, qui pourra
» défendre le pays, et inquiéter celui de l'ennemi.
» Si nous la retirons, cette armée, et qu'il entre dans
» la Chersonèse; que ferons-nous? — Nous mettrons
» Diopithe en justice. — Oui, voilà une grande
» ressource contre Philippe. — Nous ferons passer
» des secours. — Et si les vents de la saison s'y
» opposent? — Mais il n'attaquera pas la Chersonèse.
» — Qui vous en répond? »

Voilà un modèle de précision dans le dialogue hypothétique; l'une des formes les plus piquantes que l'on puisse donner à la discussion. Mais il faut bien prendre garde à un inconvénient très-dangereux, et où tombent souvent ceux qui emploient cette manière de raisonner, sans en connaître le principe et les effets. Ils se font des objections faibles ou inepties, qui ne sont nullement celles qu'on leur oppose ou qu'on peut leur opposer; et alors ce petit artifice devient puéril et retombe sur eux. Quand on fait parler ses adversaires, il faut répondre à leur pensée et non pas à la sienne, être bien sûr de tout ce qu'ils peuvent dire, et bien sûr de la réplique. Ici Démosthène ne leur met dans la bouche, que ce qu'ils avaient

plus que ces noms sacrés ont été parmi nous, vous vous en souvenez, d'abord un objet d'insulte et de raillerie, et bientôt par une suite trop ordinaire un signalement de proscription, les remettre à leur place, c'est les venger assez ; car dès-lors celle de leurs ennemis est marquée ; elle est marquée sans retour.

Sans doute l'éloquence et les arts, considérés sous des rapports si sérieux, ont quelque chose de sévère ; mais les circonstances nous y portent, et la disposition de mon ame m'y entraîne. Citoyens, depuis long-tems une seule idée, un seul intérêt, la chose publique a tout absorbé chez moi. Sans cesse j'y ramène tout, comme involontairement. Ceux qui avaient conspiré la ruine de la littérature, prétendaient qu'elle n'était pas assez *révolutionnaire*, et sûrement la mienne ne pouvait jamais l'être dans leur sens ; mais elle l'est et le fut toujours, aujourd'hui plus que jamais, dans le sens véritable, s'il est vrai que la littérature révolutionnaire est celle qui rapporte tout aux progrès de l'esprit public. Elle en devient plus laborieuse, je le sais, et peut-être un peu moins séduisante. Si je n'avais songé qu'à l'amusement, j'aurais pu chercher des succès plus faciles, et vous promener à travers les illusions brillantes des arts de l'imagination ; mais c'est ici une école d'hommes, et il convient à des hommes de songer avant tout à l'utile ; l'agréable viendra ensuite, et nous en jouirons d'autant mieux, que nos exercices littéraires suivront naturellement la marche des affaires publiques, et deviendront plus doux et plus rians en pro-

portion de la sérénité de l'horizon politique, et de la sérénité générale.

Nous allons reprendre le fil de la harangue de Démosthène, *sur la Chersonèse*, où elle a été interrompue.

L'orateur bien affermi sur les faits qu'il a exposés, et sur les conséquences à en tirer, ce qui, grace à sa formidable dialectique, a été pour lui l'affaire d'un moment, va risquer un avis qu'il sait bien n'être pas du goût de la plûpart des Athéniens ; mais aussi s'est-il réservé de le soutenir par les moyens les plus forts, par ceux qu'il va tirer des affections morales du peuple qui l'écoute. Il l'avait bien étudié ; il le connaissait sensible à la honte, jaloux de sa réputation et de ses lumières, très-sujet à se laisser tromper par négligence ; mais très-irrascible contre ceux qu'il voyait convaincus de l'avoir trompé : ce sont autant de leviers, dont l'orateur va se servir pour mettre en mouvement cette multitude endormie dans les plaisirs, pendant qu'on lui forgeait des fers. Il a fait briller l'évidence ; il va faire tonner la vérité ; et vous allez voir comment un véritable citoyen parle à un véritable peuple ; car on n'avait pas imaginé, dans Athènes, non plus qu'en aucun endroit du monde, de donner ce titre exclusivement à une poignée de brigands ; ceux-là, il faut bien les flatter : (comment ne pas flatter des complices ?) Mais c'était réellement à un peuple que Démosthène parlait, à un peuple très-susceptible, sans doute, d'erreurs, de faiblesses, de préventions, qui n'était pas *essentiellement bon*, comme le peuple de Robespierre (car le peuple est composé d'hommes, et si les hommes étaient *essentiellement bons*, ils n'au-

raient pas besoin de gouvernement) ; mais qui avait une morale, une patrie, des lois et des mœurs sociales, et à qui on pouvait impunément montrer la vérité, la dure vérité, la vérité poignante, pourvu qu'il fût sûr des intentions de l'orateur. Ceux qui ne sont pas familiarisés avec les anciens, seront étonnés, peut-être, de la vérité hardie et véhémente de Démosthène, des reproches amers et violens dont il frappe ses concitoyens pour les réveiller et les éclairer ; et ils le seront bien plus de l'accueil qu'on fit à ce discours, et que les dernières phrases nous apprennent.

« D'après ces faits et ces réflexions, mon avis est » que, bien loin de licencier l'armée que Diopithe » s'efforce de conserver pour le service de la répu- » blique, vous devez, au contraire, lui fournir de » nouvelles forces, de l'argent et des munitions. En » effet, si l'on demandait à Philippe ce qu'il aime le » mieux, ou que les troupes de Diopithe soient » autorisées, honorées, renforcées par les Athéniens, » ou dispersées et détruites par la malveillance de vos » orateurs, qui doute que ce dernier parti ne fût » celui qu'il préférerait ? Ainsi ce que votre ennemi » souhaiterait le plus au monde, est précisément ce » que vous-mêmes vous voulez exécuter ! et vous » demanderez encore pourquoi nos affaires vont si » mal ! Je vais vous le dire franchement, Athéniens ; » je vais mettre sous vos yeux l'état des choses, et » la manière dont nous nous gouvernons. En deux » mots, nous ne voulons ni payer, ni combattre : nous » voulons attirer à nous les deniers publics ; nous » refusons à Diopithe ceux qui lui ont été assignés

» légalement, et nous le chicanons encore sur ceux » qu'il se procure, et sur l'emploi qu'il en fera. C'est » ainsi que nous nous conduisons en tout, et que » nous persistons à ne jamais nous charger de nos » propres affaires. Nous louons, il est vrai, ceux » qui élèvent la voix pour l'honneur de la patrie : » mais faut-il agir ? nous agissons comme si nous » étions d'accord avec ses ennemis. Vous demandez » à ceux qui montent à cette tribune, que faut-il » faire ? Et moi je vous interroge à mon tour, et je » vous demande ce qu'il faut vous dire. Car, je vous » le répète, si vous ne voulez servir l'état ni de votre » personne, ni de votre argent; si vous ne voulez ni » faire passer à Diopithe les fonds qu'on lui doit, ni » permettre qu'il s'en procure d'ailleurs ; en un mot, » si vous voulez rester toujours étrangers à la chose » publique, Athéniens, je n'ai point de conseils à » donner. Et de quoi serviraient-ils, quand vous » souffrez que la licence de la calomnie aille au point » que l'on poursuive Diopithe, non-seulement sur ce » qu'il a fait, mais même sur ce qu'il fera ? C'est-là ce » que vous entendez, Athéniens ! Mais faut-il seu- » lement vous dire ce qui arrivera ? Je vous le » dirai, et avec toute liberté ; car il n'est pas en » moi de parler autrement.

» Ceux qui accusent auprès de vous Diopithe, » ne font autre chose qu'avertir tout le monde de » ne rien donner à un général que vous allez mettre » en justice, et pour le passé et pour l'avenir. Voilà » où tendent tous ces discours que j'entends : il » prendra des villes ; il expose et trahit les Grecs !

» Car vous verrez que ces discoureurs prennent un
» bien grand intérêt aux Grecs d'Asie, et qu'ils sont
» très empressés à défendre les autres, eux qui ne
» songent pas même à défendre leur propre patrie.
» Que dis-je ! Ils parlent d'envoyer un autre général
» sur l'Hellespont, et contre Diopithe. Et où en
» sommes-nous, grands Dieux ! Si Diopithe est cou-
» pable, s'il a commis de ces prévarications que
» les lois punissent, eh bien ! c'est aux lois à le
» punir. Il ne faut pour cela qu'un décret, et non
» pas une armée. C'est contre ceux sur qui nos lois
» ne peuvent rien; c'est contre nos ennemis qu'il
» faut envoyer des flottes, des troupes, de l'argent;
» c'est contr'eux que cet appareil est de toute né-
» cessité. Mais contre un de vos concitoyens, un acte
» d'accusation, un jugement, c'est assez. Voilà ce
» qui est de la sagesse du peuple Athénien, et ceux
» qui vous parlent autrement veulent vous perdre.
» Sans doute, il est triste qu'il y ait de tels hommes
» parmi vous; mais ce qui est plus triste encore,
» c'est que si quelqu'un se présente à cette tribune
» pour vous dénoncer ou Diopithe, ou Charès, ou
» Aristophon, ou tel autre de vos généraux, vous
» l'accueillez, vous l'applaudissez, comme s'il eût
» dit quelque chose d'admirable. Mais qu'un citoyen
» véridique vous crie : Athéniens, vous n'y pensez
» pas : ce n'est ni Diopithe, ni Charès, ni Aristophon
» qui vous font du mal; c'est Philippe : sans sa perfide
» ambition, Athènes serait tranquille... vous ne pouvez
» pas dire non; vous ne le direz pas; j'en conviens :
» mais vous l'écoutez avec peine, et il semble que

» ce

» ce soit lui qui agisse avec vous en ennemi. J'en
» sais bien la raison ; mais, par tous les dieux immor-
» tels ! ne trouvez donc pas mauvais qu'on vous parle
» hardiment, quand il s'agit de votre salut. Oui, vos
» orateurs et vos agens vous ont depuis long-tems
» accoutumés à n'être à craindre que dans vos assem-
» blées, et nullement dans vos mesures politiques et
» militaires ; durs et violens dans vos débats, faibles
» et moux dans l'exécution.... Ce devrait être tout le
» contraire, Athéniens ! Vos magistrats auraient dû
» vous apprendre à être doux et modérés envers vos
» concitoyens, fiers et terribles envers vos ennemis.
» Mais tel est le funeste ascendant qu'ont pris sur
» vous vos artificieux adulateurs, que vous ne pouvez
» plus entendre que ce qui flatte vos oreilles ; et c'est
» ce qui vous a mis au point d'avoir enfin à délibérer
» sur votre propre salut. Au nom des dieux, Athé-
» niens ! je vous adjure ici tous ; si les Grecs vous
» demandaient raison de toutes les occasions que
» votre indolence vous a fait perdre ; s'ils vous
» disaient : Peuple d'Athènes ! vous nous envoyez
» députés sur députés, pour nous persuader que
» Philippe en veut à la liberté de tous les Grecs ; que
» c'est un ennemi public qu'il faut surveiller sans
» cesse, et cent autres discours semblables. Rien
» n'est plus vrai, nous le savons ; mais, ô les plus
» lâches des hommes ! (ce sont les Grecs qui vous
» parlent ainsi) quand Philippe, éloigné de son
» pays depuis dix mois, arrêté par la guerre, par
» l'hiver, par la maladie, n'avait aucun moyen de
» retourner chez lui, avez-vous saisi ce moment pour

„ délivrer l'Eubée ? Eh ! vous n'avez pas même songé
„ à recouvrer ce qui était à vous : lui, au contraire,
„ tandis que vous restiez chez vous bien tranquilles
„ et bien sains (si pourtant on peut appeller hommes
„ sains ceux qui montrent si peu de tête), il a établi
„ chez les Eubéens deux tyrans à ses ordres : l'un à
„ Sciathe, l'autre à Orée, en face de l'Attique même,
„ et de manière à avoir, pour ainsi dire, un pied
„ chez vous. Et, sans parler du reste, avez-vous du
„ moins fait un pas pour l'en empêcher ? non ; et comme
„ de concert avec lui, vous lui avez abandonné vos
„ droits. Il est clair que quand Philippe mourrait dix
„ fois pour une, vous ne vous remueriez pas davantage.
„ Cessez donc et vos ambassades et vos accusations,
„ et laissez-nous en paix, puisque vous-mêmes aimez
„ tant à y rester. Eh bien, Athéniens ! connaissez-
„ vous quelque réponse à ce discours ? quant à moi,
„ je n'en connais pas ».

Vous devez bien imaginer qu'après une si verte réprimande, l'orateur est trop habile pour ne pas verser quelque baume sur les blessures qu'il vient de faire. Après avoir abattu sous les reproches les indolens Athéniens, il les relève bientôt, non pas par de grossières flatteries, mais par de très-légitimes louanges sur ce qu'il y avait de noble et de généreux dans le caractère national, quand ils le suivaient ; sur ce qu'il y avait de glorieux dans leur existence politique parmi les Grecs, accoutumés à regarder Athènes comme le rempart de la liberté ; enfin, sur la haîne même que leur portait Philippe, et qui était

pour eux un titre d'honneur. Cette seconde moitié de son discours, est encore au-dessus de la première.

« Je sais que vous avez parmi vous des hommes qui » s'imaginent avoir répondu à votre orateur, quand » ils lui ont dit : Que faut-il faire ? Je pourrais leur » répondre d'un seul mot : Il faut faire tout ce que » vous ne faites pas. Mais je ne crains point d'entrer » dans tous les détails, et je vais m'expliquer com- » plettement. Tout ce que je demande, c'est que ces » hommes si prompts à m'interroger, ne le soient pas » moins à exécuter, quand j'aurai répondu.

« Commencez donc par établir, comme un fait » reconnu, comme une vérité incontestable, que Phi- » lippe a rompu les traités et vous a déclaré la guerre, » et cessez là-dessus de vous en prendre les uns aux » autres très-inutilement. Croyez qu'il est l'ennemi » mortel d'Athènes, l'ennemi de notre pays, de ses » habitans, même de ceux qui se flattent d'être en » faveur auprès de lui. S'ils en doutent, qu'ils regar- » dent le sort de ces deux citoyens d'Olynthe, qui » passaient pour les meilleurs amis de Philippe, Euty- » crate et Léosthène, qui, après lui avoir vendu leur » patrie, ont eu une fin si déplorable. Mais ce que » Philippe hait le plus, c'est la liberté d'Athènes, » c'est notre démocratie : il n'a rien tant à cœur que » de la dissoudre, et il n'a pas tort. Il sait bien que » quand même il aurait asservi tous les autres peuples » de la Grèce, jamais il ne pourra jouir en paix de » ses usurpations tant que vous serez libres ; que s'il » lui arrivait quelqu'un de ces accidens auquels l'hu- » manité est sujette, c'est dans nos bras que se jette-

» raient tous ceux qui ne lui sont maintenant attachés
» que par la contrainte. Et c'est une justice qu'on
» vous doit, Athéniens, que tel est le fond de votre
» caractère que vous ne cherchez point à vous élever
» sur les ruines des malheureux ; mais que vous faites
» consister votre puissance et votre grandeur à em-
» pêcher que personne ne se fasse le tyran de la
» Grèce, et à renverser celui qui serait parvenu à le
» devenir. Vous êtes toujours prêts à combattre ceux
» qui veulent régner, et à secourir ceux qui ne veulent
» pas être esclaves. Philippe craint donc que la
» liberté d'Athènes ne traverse ses entreprises ; in-
» cessamment il lui semble qu'elle le menace, et il
» est trop éclairé et trop actif pour le souffrir patiem-
» ment. Il est donc votre irréconciliable adversaire,
» et c'est avant tout, ce dont il faut que vous soyez
» bien convaincus, pour vous déterminer à prendre
» un parti.

« Ensuite ce qu'il faut que vous sachiez avec la
» même certitude, c'est que dans tout ce qu'il fait
» aujourd'hui, son principal dessein est d'attaquer
» cette ville, et que, par conséquent, tous ceux qui
» sont en état de nuire à Philippe, sont pour vous
» des défenseurs. Qui de vous en effet serait assez
» simple pour s'imaginer que Philippe est capable
» d'ambitionner quelques misérables bicoques de la
» Thrace ; que pour s'en emparer, il est capable de
» braver les revers, les périls, les fatigues, et que
» ce même homme ne portera pas un œil avide sur
» nos ports, nos magasins, nos vaisseaux, nos mines
» d'argent, nos trésors de toute espèce ; qu'il nous

» en laissera la possession paisible, tandis qu'il combat
» au milieu des glaces pour déterrer le seigle et le
» millet, enfouis dans les montagnes de la Thrace ?
» Non, Athéniens, non, vous ne le croyez pas.

» Que prescrit donc la sagesse dans de pareilles
» conjonctures, et que devez-vous faire ? Secouer
» enfin cette fatale léthargie, qui a tout perdu, aug-
» menter les contributions publiques, et en demander
» à vos alliés, prendre enfin toutes les mesures néces-
» saires pour conserver l'armée que nous avons. Puisque
» Philippe en a toujours une sur pied pour attaquer
» et subjuguer les Grecs, il faut aussi en avoir une
» toujours prête à les défendre et à les protéger. Tant
» que vous ne ferez qu'envoyer au besoin quelques
» troupes levées à la hâte, je vous le répète, vous
» n'avancerez rien. Ayez des troupes régulièrement
» entretenues, des intendans d'armées, des fonds
» affectés à la solde de vos soldats, un mode d'admi-
» nistration militaire le mieux entendu qu'il sera pos-
» sible, de manière que vous soyez à portée de de-
» mander compte aux généraux de leur conduite, et
» aux administrateurs de leur gestion. Si vous prenez
» à cœur un plan de cette nature, c'est alors que vous
» pourrez retenir Philippe dans de justes bornes, et
» goûter une paix véritable ; c'est alors que la paix
» sera véritablement un bien, et j'avoue qu'en elle-
» même la paix en est un, et un très-grand ; ou, si
» Philippe veut encore la guerre, vous serez en état
» de la lui faire avec des forces égales.

» On va me dire que ces mesures exigent beaucoup
» de dépenses et de travail. Oui, j'en conviens ; mais

„ considérez quels dangers s'approchent de vous, si „ vous ne les prenez pas, ces mesures, et vous sen- „ tirez qu'il vaut mieux s'y porter volontairement, „ que d'attendre à y être forcés. En effet, quand un „ oracle des dieux vous assurerait, ce dont aucune „ sagesse humaine ne peut vous répondre, qu'en „ restant dans l'inaction, Athènes ne sera pas attaquée „ par Philippe, quelle honte encore ne serait-ce pas „ pour vous, j'en prends tous les dieux à témoins! „ Combien vous flétririez la splendeur de cet état et „ la gloire de vos ancêtres, si pour le seul intérêt de „ votre repos, vous abandonniez les Grecs à la servi- „ tude! Qu'un autre vous donne ces indignes conseils! „ qu'il paraisse, s'il en est un qui en soit capable! „ écoutez-le, si vous êtes capables de l'entendre: „ mais moi! plutôt mourir mille fois, avant qu'un „ pareil avis sorte de ma bouche! „

Cette espèce de provocation, cet imposant défi, est un de ces mouvemens dont l'effet est sûr, quand l'orateur a établi ses preuves victorieusement. Son objet alors est d'empêcher qu'on ne lui fasse perdre un moment précieux, un moment décisif, par une de ces résistances obliques et déguisées, qui sont la dernière ressource des ennemis de la vérité. Quand ils se sentent accablés par l'évidence, que font-ils? ils prennent la parole, non pas pour heurter de front une opinion qu'ils voyent accréditée; mais pour en détourner l'effet par des motions incidentes, par des objections partielles, qui remettent souvent en discussion ce qui semblait convenu. Quel est leur but? de refroidir l'impression générale et de prolonger la délibération

jusqu'à ce que les esprits soient revenus de cette commotion produite par le pouvoir de la vérité, et que toutes les petites passions étourdies et abbattues un moment par la raison éloquente, ayent le tems de se relever. Combien de fois les observateurs n'ont-ils pas vu cette tactique adroite employée dans nos assemblées, et des délibérations heureusement commencées et honteusement finies ! C'est ce qu'un orateur habile doit prévenir, et il le peut de deux manières ; ou en réservant ses plus grandes forces pour la réplique, comme faisait souvent Mirabeau ; qui n'était jamais plus terrible que quand il revenait au combat ; ou en sachant fondre la réfutation dans les preuves, comme faisait Démosthène, de façon à ruiner d'avance de fond en comble toutes les objections possibles, à rendre l'avis contraire ou ridicule ou odieux, à faire rougir les uns de le proposer et les autres de l'entendre. Voyez ici comme Démosthène, en deux phrases, a su fermer à-la-fois et la bouche des orateurs et l'oreille des Athéniens. Vous l'allez voir multiplier les mouvemens à mesure qu'il en apperçoit l'effet, grandir en quelque sorte et s'élever menaçant à la vue de ses antagonistes, jusqu'à demander contr'eux des peines capitales, en les montrant comme des ennemis de l'état. C'est ainsi qu'il restait maître du champ de bataille, comme cet athlète fameux que nous a peint Virgile, qui, jetant un ceste énorme au milieu de l'arène, et faisant voir à nud ses larges épaules et ses membres musculeux, inspirait l'épouvante aux plus hardis lutteurs, et leur ôtait l'envie de se mesurer avec lui.

« Mais si mes sentimens sont les vôtres ; si vous

» voyez comme je le vois, si vous sentez comme je le » sens, que plus vous laisserez faire de progrès à Phi- » lippe, plus vous fortifierez contre vous l'ennemi, » que tôt ou tard il vous faudra combattre, qui peut » donc vous faire balancer? Qu'attendez-vous encore? » Pourquoi des délais, des lenteurs? Quand voulez- » vous enfin agir? Quand la nécessité vous y con- » traindra? Eh! quelle nécessité voulez-vous dire? » En est-il une autre pour des hommes libres, que la » crainte du déshonneur? Est-ce celle-là que vous » attendez? Elle vous assiège, elle vous presse, et » depuis long-tems. Il en est une autre, il est vrai, » mais pour des esclaves.... Dieux protecteurs, éloi- » gnez-la des Athéniens! il en est une autre, oui, la » contrainte, la violence, l'oppression.... Athéniens, » je rougirais de vous en parler ».

Vous avez vu que dans les commencemens de son discours, il avait ménagé jusqu'à un certain point les orateurs du parti contraire; mais il a eu la précaution de ne mettre ces ménagemens que dans les termes, et a eu soin d'ailleurs de laisser voir ce qu'il en pensait. Il se promettait bien de n'en pas rester là; mais en homme de l'art, il mesure ses attaques sur le terrain; et plus il en gagne, plus il presse l'ennemi. La véhémence de ces derniers mouvemens lui a ouvert toutes les ames; il en profite pour porter les derniers coups, et à Philippe et à ses propres adversaires. Il affirmait d'abord que le Macédonien faisait réellement la guerre; il a prouvé ensuite qu'il n'aspirait à rien moins qu'à soumettre les Athéniens; il va prouver qu'il veut les détruire. De même, il

semblait ne voir dans les partisans de ce prince, que des hommes faibles et trompés ; il va les dénoncer comme des traîtres. Cette gradation est un des grands secrets de l'art oratoire ; et comme dans la diction *le pouvoir d'un mot mis en sa place* n'est connu que des bons écrivains, de même il n'y a que les orateurs qui sachent l'importance d'une distribution de moyens bien entendue. Telle chose mise avant telle autre, a manqué d'effet, ou même en a produit un mauvais, et aurait réussi un moment après. Un observateur attentif s'en appercevrait souvent, même dans le tumulte de nos débats ; mais cette expérience deviendra bien plus sensible, à mesure que les discussions deviendront plus franches, qu'on pourra s'occuper de développer sa pensée plus que de la modifier, et qu'on songera aux principes généraux plus qu'aux circonstances accidentelles. — Démosthène continue :

« Il seroit trop long de vous développer tous les » artifices que l'on met en œuvre auprès de vous ; » mais il en est un qui mérite d'être remarqué. Chaque » fois qu'il est question de Philippe dans cette tri- » bune, il ne manque pas de gens qui se lèvent, » et qui s'écrient : « Quel trésor que la paix, et » quel fléau que la guerre ! A quoi tendent toutes » ces alarmes, si ce n'est à ruiner nos finances? ». » C'est avec de semblables propos qu'ils vous en- » dorment dans votre sécurité, et qu'ils assurent à » Philippe les moyens d'achever ses projets ; et c'est » ainsi que chacun obtient ce qu'il desire. Vous » restez dans votre oisiveté chérie, (et plaise au » ciel qu'un jour elle ne vous coûte pas cher !)

» Philippe s'agrandit tant qu'il lui plaît ; et vos flat-
» teurs gagnent à-la-fois, et vos bonnes graces, et
» son argent. Pour moi, ce n'est pas à vous que je
» voudrais persuader la paix ; c'est un soin dont on
» peut se reposer sur vous-mêmes ; mais c'est à
» Philippe que je voudrais la persuader ; c'est lui
» qui ne respire que la guerre. Quant à vos finances,
» prenez garde que ce qu'il y a de plus fâcheux,
» ce n'est pas ce que vous aurez à dépenser pour
» votre sûreté, c'est ce que vous aurez à souffrir,
» si vous ne dépensez rien. Il convient sans doute
» d'empêcher la dissipation de vos deniers, mais
» par le bon ordre et la surveillance, non par des
» épargnes prises sur le salut public. Rien ne m'af-
» flige plus que de voir des gens qui crient sans cesse
» contre le pillage de vos finances, lorsqu'il ne
» tient qu'à vous de l'empêcher et de le punir, et
» trouvent bon que Philippe pille, tout à son aise,
» et la Grèce et vous. Comment se fait-il en effet
» que, tandis que le Macédonien renouvelle sans
» cesse ses invasions et ses attentats ; tandis que de
» tous côtés il prend des villes, jamais on n'entende
» ces gens-là condamner ses injustices, et l'accuser
» d'être agresseur ; et qu'au contraire toutes les fois
» qu'on vous conseille de vous opposer à ses dé-
» marches, et de veiller sur votre liberté, tous s'écrient
» que c'est provoquer la guerre ? Il n'est pas difficile
» de l'expliquer. Ils veulent, si la guerre qu'on
» propose entraîne quelques inconvéniens (et la
» guerre en entraîne toujours), tourner les ressen-
» timens que vous pourrez en concevoir, non pas

» contre Philippe, qui est la cause de tout le mal,
» mais contre ceux qui vous ont donné de bons
» conseils; ils veulent en même-tems pouvoir accuser
» l'innocence, et s'assurer l'impunité de leurs crimes.
» Tel est le véritable motif de ces éternelles récla-
» mations. Car enfin, eux-mêmes ne peuvent pas
» douter qu'avant que personne ait songé à parler
» de guerre, Philippe la faisait réellement, et enva-
» hissait vos places; que tout-à-l'heure encore il a
« fourni contre vous des secours aux rébelles de
» Candie. Mais après tout, quand nous avons l'air
» de ne pas nous en appercevoir, ce n'est pas lui
» qui prendra la peine de nous en avertir: il y aurait
» de la folie de sa part. Que dis-je? quand il sera
» venu sur notre territoire, il vous soutiendra encore
» qu'il ne vous fait pas la guerre. Et n'est-ce pas
» ce qu'il disait aux habitans d'Orée, lors même
» qu'il était sur leurs terres; à ceux de Phères, au
» moment de les assiéger; à ceux d'Olynthe, dans
» le tems qu'il marchait contr'eux? Il en sera de
» même de nous, si nous voulons le repousser; ses
» honnêtes amis nous répéteront que c'est nous qui
» voulons la guerre. Eh bien! donc il ne reste qu'à
» subir le joug: c'est le sort de quiconque ne veut
» pas se défendre. Mais sachez tout, et ne vous dis-
» simulez rien. Vous risquez plus que tous les autres
» peuples de la Grèce. Philippe ne pense pas seule-
» ment à vous soumettre, mais à vous détruire ».

Il a touché le dernier moyen; mais remarquez ici un beau trait de son art. En les menaçant du dernier des malheurs, il n'en fondera la possibilité

que sur la haute idée qu'il a d'eux, et que tout le monde doit en avoir ; il va leur dire, comme en passant, et sans aucun apprêt oratoire, presque comme sans y penser, ce qu'il peut y avoir de plus flatteur pour leur amour-propre, et de manière qu'ils ne puissent pas s'en défier. Il reprend :

« Philippe sent bien que vous n'êtes pas faits pour » servir; que, quand vous le voudriez, vous ne le » pourriez pas ; vous êtes trop accoutumés à com- » mander. Il sait bien qu'à la première occasion qui » s'offrirait, vous lui donneriez plus de peine que » toute la Grèce ensemble. »

Voyez comme, en quatre mots, il exalte le sentiment de leur force et de leur grandeur, avec quel air de simplicité il en parle comme d'une chose convenue, et dont personne ne peut douter. Pour un orateur vulgaire, il y avait bien-là matière à ce qu'on appelle amplification, et c'était un sujet si agréable à traiter devant de tels auditeurs ! Mais quelle amplification vaudra ces paroles si simples et si puissantes ? « Philippe sent bien que vous n'êtes pas faits » pour servir ; que, quand vous le voudriez, vous » ne le pourriez pas ; vous êtes trop accoutumés » à commander. » Voilà un des caractères particuliers de l'éloquence de Démosthène : c'est de faire, avec des tournures qui semblent communes, et avec une sorte de familiarité noble et mesurée, autant et plus que d'autres orateurs, avec beaucoup de paroles magnifiques.

« Combattez donc contre lui, si vous voulez éviter » une ruine entière ; détestez les traîtres qui le servent

» et livrez-les au supplice. On ne saurait terrasser
» les ennemis étrangers, si l'on ne punit aupara-
» vant l'ennemi domestique qui conspire avec eux ;
» sans cela, vous vous brisez contre l'écueil de la
» trahison, et tôt ou tard vous devenez la proie des
» vainqueurs.

» Et pourquoi pensez-vous que Philippe ose vous
» outrager si insolemment ? Pourquoi, lorsqu'il
» emploie au moins comme les autres la séduction
» des promesses et même celle des services, ose-t-il
» employer la menace contre vous ? Voyez tout
» ce qu'il a fait en faveur des Thessaliens, pour les
» mener jusqu'à la servitude ; par combien d'artifices
» il a trompé les malheureux Olynthiens, en leur
» donnant Pothidée et d'autres places ; tout ce qu'il
» fait aujourd'hui pour gagner les Thébains, qu'il a
» délivrés d'une guerre dangereuse, et qu'il a
» rendus puissans dans la Phocide. On n'ignore pas
» de quel prix ces malheureux peuples paient, avec
» le tems, tout ce qu'ils ont reçu de lui, et l'on peut
» en augurer autant des autres. Mais pour vous, sans
» parler ici de ce que vous avez déjà perdu dans
» la guerre, combien, même pendant les négociations
» de la paix, ne vous a-t-il pas abusés, insultés,
» dépouillés ! Les places de la Phocide, celles de
» la Thrace, Pyle, Dorisque, Serrio, la personne
» même de Cersoblepte, que ne vous a-t-il pas enlevé?
» D'où vient cette conduite si différente envers les
» autres Grecs et envers vous ? C'est que nous sommes
» les seuls chez qui les ennemis de la patrie aient
» impunément des protecteurs déclarés ; les seuls

» chez qui l'on puisse tout dire en faveur de Phi-
» lippe, quand on a reçu son argent, tandis qu'il
» prend celui de la république. Il n'eût pas été
» sûr de se déclarer pour Philippe chez les Olyn-
» thiens, s'il ne les eût pas séduits en leur donnant
» Pothidée; il n'eût pas été sûr de se déclarer pour
» Philippe, chez les Thessaliens, s'il ne les eût pas
» aidés à chasser leurs tyrans, et s'il ne leur eût pas
» rendu Pyle. Il n'eût pas été sûr de se déclarer
» pour Philippe chez les Thébains, avant qu'il leur
» eût assujéti la Béotie, en détruisant les Phocéens.
» Mais chez vous, mais dans Athènes, quand il s'est
» approprié Amphipolis et le pays de Candie, quand il
» est prêt d'envahir Bizance, quand il a fortifié l'Eubée,
» de manière à enchaîner l'Attique, on peut encore
» en toute sûreté élever la voix en sa faveur; et ceux
» qui l'ont fait, ceux qui le font tous les jours, de
» pauvres et d'obscurs qu'ils étaient, sont devenus
» riches et considérables. Nous, au contraire, nous
» avons passé de l'éclat à l'humiliation, et de l'opu-
» lence à la pauvreté. Car, à mes yeux, les vraies
» richesses d'une république sont dans le nombre
» de ses alliés, dans leur attachement, dans leur
» fidélité, et c'est-là ce que nous avons perdu; et
» pendant que vous vous laissez avec tant d'insou-
» ciance ravir tous ces avantages, Philippe est devenu
» grand, fortuné, redoutable aux Grecs et aux bar-
» bares. Athènes est dans le mépris et dans l'abandon,
» riche seulement de ce qu'elle étale dans ses marchés,
» et pauvre de ce qui fait la gloire et la force d'un
» peuple libre.

» J'admire l'inconséquence de vos orateurs : ils ne
» vous permettent pas de vous défendre, quand on
» vous attaque ; ils vous prescrivent de rester en
» repos, et ils ne s'y tiennent pas eux-mêmes, quand
» on ne leur fait aucun mal. J'entends d'ici le pre-
» mier d'entr'eux qui va monter à la tribune : —
» Vous ne voulez donc pas, me dit-il, prendre sur
» vous un décret en votre nom ? Etes-vous donc si
» faible et si timide ? — Je n'ai pas du moins leur
» audace importune et insolente. Mais j'ose dire que
» j'ai plus de courage que ces indignes ministres,
» qui se mêlent de la chose publique pour la perdre.
» Certes il ne faut aucun courage pour prodiguer les
» accusations, les calomnies, la corruption, aux
» dépens de vos intérêts : ils savent se procurer
» auprès de vous un gage certain de leur sécurité ;
» il leur suffit pour ne courir aucun danger, de ne vous
» dire jamais que ce qui peut vous flatter, et de
» ne se mêler en rien de ce qui peut péricliter dans
» la république. Mais l'homme courageux, c'est celui
» qui, pour la défendre, ose à tout moment contrarier
» vos erreurs, qui ne cherche pas à vous plaire
» mais à vous servir, qui ne craint pas de traiter
» devant vous les parties de l'administration les plus
» dépendantes des caprices de la fortune, et qui
» veut bien s'exposer à ce qu'un jour on lui en demande
» compte. Voilà le vrai citoyen, et non pas ces
» charlatans de popularité, qui pour obtenir une fa-
» veur d'un jour, ont fait tomber les plus grands appuis
» de votre liberté. Je suis si loin de vouloir me com-
» parer à ceux qui m'apostrophent, si loin de les

» regarder comme dignes du nom de citoyens, que
» s'il me disaient : qu'as-tu fait pour la république ?
» je ne citerais pas les navires que j'ai équipés, les
» sommes que j'ai données pour les contributions,
» pour les jeux publics, pour la rançon des prison-
» niers, et autres choses semblables qui entrent dans
» les devoirs de l'humanité : non, je dirais : j'ai fait
» tout ce que vous ne faites pas, et n'ai rien fait
» de ce que vous faites. Je pourrais, comme tant
» d'autres, accuser, proscrire, corrompre; mais ce
» n'est ni l'ambition, ni la cupidité qui m'ont amené
» dans les affaires publiques. Quand je monte à cette
» tribune, Athéniens, ce n'est pas pour augmenter
» mon crédit auprès de vous, par des paroles com-
» plaisantes; c'est pour augmenter votre puissance
» par des avis salutaires : c'est un témoignage que
» j'ai droit de me rendre, et dont l'envie ne peut
» pas s'offenser. Je serais un mauvais citoyen, si je
» vous parlais de manière à devenir le premier parmi
» vous, tandis que vous seriez les derniers parmi les
» Grecs. J'ai pour principe qu'il faut que l'état et
» ceux qui le gouvernent, s'élèvent et s'aggrandissent
» ensemble et par les mêmes moyens; qu'il s'agit ici
» de vous dire, non pas ce qu'il y a de plus favo-
» rable auprès de vous, car chacun y est porté, mais
» ce qui vous est le plus utile; car pour vous le
» conseiller, il faut de la sagesse, et de l'éloquence
» pour vous le persuader. N'ai-je pas entendu un
» de ces hommes s'écrier : Vos conseils sont excel-
» lens, mais on n'a jamais de vous que des discours
» et non pas des actions »? Il se trompe : « Ce n'est

« pas

» pas à moi qu'il doit adresser cette parole ; c'est à
» vous. Quand l'orateur vous a montré le meilleur
» parti qu'il y ait à prendre, il a fait tout ce qu'on
» doit exiger de lui. Lorsque Timothée vous disait :
» Athéniens, vous délibérez, et les Thébains sont
» dans l'île d'Eubée ! Levez-vous, armez une flotte,
» montez sur vos vaisseaux ; on le crut, on suivit
» ses conseils : il avait bien parlé, vous agites bien ;
» chacun fit son devoir, et l'Eubée fut sauvée. Mais
» si vous fussiez restés oisifs, les paroles de Timo-
» thée et les affaires de la république étaient égale-
» ment perdues ».

« Je me résume, et je conclus qu'il faut ordonner
» des contributions, entretenir une armée dans la
» Chersonèse, y réformer les abus, s'il y en a eu,
» ne rien détruire, et ne pas donner aux calomniateurs
» le plaisir de vous voir travailler vous-mêmes à votre
» ruine ; qu'il faut envoyer des ambassadeurs dans
» toutes les contrées de la Grèce, pour préparer, dis-
» cuter, hâter les mesures nécessaires au salut de la
» république ; mais principalement, et avant tout,
» punir les traîtres salariés par vos ennemis, pour vous
» enchaîner ici par leurs perfides manœuvres : leur
» châtiment fera détester leur exemple, et encouragera
» les bons citoyens. Si vous prenez sérieusement ces
» résolutions, si l'exécution les suit sans délai, vous
» avez toute espérance de réussir ; mais si vous vous
» contentez d'applaudir l'orateur, sans rien faire de
» ce qu'il vous conseille, je vous le déclare encore,
» il n'est pas en moi de vous sauver par mes paroles.

» quand vous ne voulez pas vous sauver vous-
» mêmes. »

Que d'instructions importantes nous pourrions tirer de ce discours, si le tems nous permettait de nous en occuper ! Heureusement la manière dont vous écoutez Démosthène, me fait voir que, sous aucun rapport, rien de ce qu'il dit n'est perdu pour nous. Mais parmi tant de leçons, il en est une bien faite pour des républicains, et je crois ne pouvoir mieux finir, qu'en y appellant toute votre attention. Apprenons, par l'exemple de Démosthène, à ne jamais craindre de dire à nos concitoyens la vérité salutaire : on n'obtient jamais, par la flagornerie démagogique, qu'une popularité éphémère, et une longue ignominie ; les avantages en sont fragiles, et les retours en sont terribles. Cette vérité, pour être sentie, n'a pas même besoin des exemples, sans nombre, qui ont frappé nos yeux. Citoyens, ne l'oubliez jamais, et redites-vous sans cesse à vous-mêmes, que celui qui trompe le peuple, n'entend pas mieux ses propres intérêts que ceux de la chose publique, et ne se déshonore que pour se perdre. Je ne connais rien de si abject et de si odieux qu'un flatteur du peuple ; il l'est cent fois plus qu'un flatteur des rois. Car le trône appelle la flatterie et repousse la vérité ; et en la disant aux princes, qui, la plûpart, n'y croient pas plus qu'ils ne l'aiment, on s'expose souvent sans les servir. Le peuple, au contraire, se laisse tromper, il est vrai ; mais il ne demande pas à être trompé ; il n'en a pas le besoin, et naturellement il sent le besoin d'être instruit ; il aime la vérité, quand on ose la lui dire ;

il l'aime et l'estime, même sévère et dure ; et quand il la rejette, c'est par défaut de lumières, et non pas par orgueil ni par corruption. Dès qu'il la conçoit, il l'applaudit, et d'autant plus qu'en la disant, on exerce un droit qui est le sien. L'adulation, enfin, au milieu des cours, est comme dans son élément ; et dans l'égalité des hommes rassemblés la vérité est à sa place naturelle, puisqu'elle est à-la-fois le devoir de chacun et l'intérêt de tous.

VINGT-NEUVIÈME SÉANCE.

(*Du 6 Ventôse.*)

MATHÉMATIQUES.

LAGRANGE, *Professeur.*

CITOYENS, un ancien disait, que l'arithmétique et la géométrie étaient *les ailes des mathématiques* ; je crois en effet qu'on peut dire sans métaphore, que ces deux sciences sont le fondement et l'essence de toutes les sciences qui traitent des grandeurs ; mais non-seulement elles en sont le fondement, elles en sont, pour ainsi dire, encore le complément ; car lorsque l'on a trouvé un résultat, pour pouvoir faire usage de ce résultat, il est nécessaire de le traduire en nombres ou en lignes ; pour le traduire en nombre, on a besoin du secours de l'arithmétique ; pour le traduire en lignes, on a besoin du secours de la géométrie.

L'importance de l'arithmétique m'engage donc à vous en entretenir encore aujourd'hui, quoiqu'on ait déjà commencé l'algèbre. Je reviendrai sur ses différentes parties, et je ferai de nouvelles observations qui serviront à completter celles que je vous ai déjà présentées. J'emploierai d'ailleurs le calcul algébrique, lorsqu'il sera nécessaire pour donner plus de généralité aux démonstrations et aux méthodes.

D'abord, par rapport à l'addition, il n'y a rien à ajouter à ce qui a déjà été dit. L'addition est une opération si simple, qu'elle se conçoit d'elle-même. Mais à l'égard de la soustraction, il y a une autre manière de faire cette opération, qui peut quelquefois être plus commode que la manière ordinaire, surtout pour ceux qui y sont habitués ; c'est de changer la soustraction en addition, en prenant le complément de chaque chiffre du nombre qui doit être soustrait, d'abord à 10, et ensuite à 9. Supposons par exemple que l'on ait le nombre 2635 à soustraire du nombre 7853; au lieu de dire 5 de 13, reste 8, ensuite 3 de 4, reste 1, 6 de 8, reste 2, et 2 de 7, reste 5, ce qui donne le reste total 5218; je dirai 5 complément de 5 à 10, et 3 font 8 ; j'écris 8, 6 complément de 3 à 9 et 5 font 11 ; je pose 1 et je retiens 1, ensuite 3 complément de 6 à 9 et 9, à cause de l'1 retenu font 12, je pose 2, et retiens 1 ; enfin 7 complément de 2 à 9, et 8 à cause de l'un retenu font 15, je pose 5, et je ne retiens rien, parce que l'opération est finie, et qu'il faut négliger la dernière dizaine qui avait été empruntée dans le cours de l'opération ; ainsi on a également pour reste 5218.

Si on a des chiffres un peu considérables, cette manière est très-utile, parce qu'il arrive souvent qu'on se trompe en employant la manière ordinaire de la soustraction, lorsque l'on est obligé d'emprunter pour soustraire un nombre d'un autre ; au lieu que, dans la manière dont il s'agit, on n'emprunte jamais ; il suffit seulement de retenir, parce que la soustraction est convertie en addition. A l'égard des complémens, ils se prennent facilement à la simple vue ; car tout le monde sait que 3 est le complément de 7 à 10, que 4 est celui de 5 à 9, etc. Quant à la raison de cette opération, elle se présente d'elle-même ; car il est facile de voir que ces différens complémens forment le complément total du nombre qu'il s'agit de soustraire à 10, 100, 1000, etc., suivant que ce nombre a 1, 2, 3, etc., chiffres ; de sorte que c'est proprement la même chose que si on ajoutait d'abord 10, 100, 1000, etc., au nombre proposé, et qu'ensuite on en otât le nombre à soustraire de celui-là ; d'où l'on voit en même-tems pourquoi il faut supprimer une dizaine de la somme trouvée par la dernière addition partielle.

Pour la multiplication, il se présente différens abrégés qui viennent du système décimal. D'abord, on sait que, s'il est question de multiplier par 10, il n'y a qu'à ajouter un zéro ; si l'on veut multiplier par 100, on ajoute deux zéros ; par 1000, trois zéros, etc.

Ainsi, s'il fallait multiplier par une partie aliquote de 10, par exemple, par 5, on n'aurait qu'à multiplier par 10, et ensuite diviser par 2 ; par 25

en multipliant par 100, et on diviserait par 4, et ainsi de suite, pour tous les produits de 5.

Lorsqu'on a un nombre entier avec des décimales à multiplier par un nombre entier avec des décimales, la règle générale est de regarder les deux nombres comme des nombres entiers, ensuite de retrancher, de droite à gauche, dans le produit, autant de chiffres qu'il y a de décimales dans les deux nombres; mais cette règle a souvent, dans la pratique, l'inconvénient d'allonger l'opération plus qu'il ne faut. Car, quand on a des nombres qui contiennent des décimales, ces nombres ne sont ordinairement exacts que jusqu'à un certain rang de décimales; ainsi, on ne doit conserver, dans le produit, que les parties décimales du même ordre. Par exemple, si le multiplicande et le multiplicateur contiennent chacun deux rangs de décimales, et n'ont que ce degré de précision, on aurait, par la méthode ordinaire, quatre rangs de décimales dans leur produit; par conséquent, il faudrait négliger les deux dernières comme inutiles, et même comme inexactes. Voici comment on peut s'y prendre pour n'avoir, dans le produit, qu'autant de décimales que l'on veut.

J'observe d'abord que, dans la manière ordinaire de faire la multiplication, on commence par les unités du multiplicateur qu'on multiplie par celles du multiplicande, et ainsi de suite. Mais rien n'oblige à commencer par la droite du multiplicateur, on peut également commencer par la gauche; et à dire vrai, je ne sais pas pourquoi on ne préfère pas cette manière qui aurait l'avantage de donner tout de suite

les chiffres de la plus grande valeur : car, ordinairement dans la multiplication des grands nombres, ce qui intéresse le plus, ce sont les derniers rangs de chiffres ; souvent même on ne fait la multiplication, que pour connaître quelques-uns des chiffres des derniers rangs ; et c'est-là, pour le dire en passant, un des grands avantages du calcul par les logarithmes, lesquels donnent toujours, dans les multiplications comme dans les divisions, ainsi que dans l'élévation aux puissances et dans l'extraction des racines, les chiffres, suivant l'ordre de leur rang, à commencer par le plus élevé, c'est-à-dire, en allant de gauche à droite.

En faisant la multiplication de cette manière, il n'y aura proprement d'autre différence dans le produit, si ce n'est que l'on aura pour première ligne celle qui aurait été la dernière, suivant la méthode ordinaire ; pour seconde ligne celle qui aurait été l'avant-dernière, et ainsi des autres.

Ceci peut être indifférent lorsqu'il s'agit de nombres entiers, et qu'on veut avoir le produit exact ; mais lorsqu'il y a des parties décimales, l'essentiel est d'avoir d'abord dans le produit les chiffres des nombres entiers et descendre ensuite successivement à ceux des nombres décimaux ; au lieu que, suivant le procédé ordinaire, on commence par les derniers chiffres décimaux, et on remonte successivement aux chiffres des nombres entiers.

Pour faire usage de cette méthode, on écrira le multiplicateur au-dessous du multiplicande, de manière que le chiffre des unités du multiplicateur soit

au-dessous du dernier chiffre du multiplicande. Ensuite on commencera par le dernier chiffre à gauche du multiplicateur, qu'on multipliera comme à l'ordinaire par tous ceux du multiplicande, en commençant par le dernier à droite, et en allant successivement vers la gauche; et l'on observera de poser le premier chiffre de ce produit au-dessous du chiffre du multiplicateur, et les autres successivement à gauche de celui-ci. On continuera de même pour le second chiffre du multiplicateur, en posant également au-dessous de ce chiffre le premier chiffre du produit, et ainsi de suite. La place de la virgule, dans ces différens produits, sera la même que dans le multiplicande, c'est-à-dire, que les unités des produits se trouveront toutes dans une même ligne verticale avec celles du multiplicande: par conséquent celles de la somme de tous les produits ou du produit total, seront encore dans la même ligne. Ainsi il sera aisé de ne calculer qu'autant de décimales qu'on voudra. Voici un exemple de cette opération, où le multiplicande est 437,25, et le multiplicateur est 27,34.

437,25
2734

8745	0
3060	75
131	175
17	4900
11954	4150

J'ai écrit, dans le produit, toutes les décimales; mais il est aisé de voir comment on peut se dispenser de tenir compte de celles que l'on veut négliger.

La ligne verticale est pour marquer plus distinctement la place de la virgule.

Cette règle me paraît plus naturelle et plus simple que celle qui est attribuée à Ougtred, et qui consiste à écrire le multiplicateur dans un ordre renversé.

Au reste, il y a une chose à considérer dans la multiplication des nombres avec des décimales; c'est que vous pourrez, à volonté, faire changer de place à la virgule, parce que si vous avancez la virgule de droite à gauche dans un des nombres, vous le multipliez par 10 ou par 100, etc.; et si vous reculez d'autant la virgule de gauche à droite dans l'autre nombre, vous le divisez par 10 ou par 100; d'où il résulte que vous pouvez avancer, à volonté la virgule d'un des deux nombres, pourvu que vous reculiez d'autant celle de l'autre nombre; vous aurez toujours le même produit: par ce moyen, vous pouvez faire en sorte qu'un des deux nombres soit toujours un nombre sans décimales, ce qui rend la question plus simple.

La division est susceptible d'une simplification semblable; car comme le quotient reste le même en multipliant ou divisant le dividende, et le diviseur également par un même nombre, il arrive que dans la division vous pouvez avancer ou reculer la virgule de l'un et de l'autre nombre, pourvu que vous les avanciez ou reculiez également toutes les deux; de sorte que par-là vous pouvez réduire le diviseur à être toujours un nombre entier; ce qui facilite infiniment l'opération, parce que les décimales ne se trouvant

que dans le dividende, on peut faire la division à l'ordinaire, et négliger dans l'opération les chiffres qui donneraient des décimales d'un rang inférieur à celles dont vous voulez tenir compte.

Vous connaissez la fameuse propriété du nombre 9, qui consiste en ce que, si un nombre est divisible par 9, la somme de tous ses chiffres est aussi divisible par 9. Vous pouvez, par ce moyen, voir tout de suite, non seulement si un nombre est divisible par 9, mais encore quel est son reste; car vous n'avez qu'à faire la somme des chiffres et les diviser par 9, le reste sera le même que celui du nombre proposé.

La démonstration de ce procédé n'est pas difficile; elle dépend de ce que les nombres 10 moins 1,100, moins 1,1000, moins 1, sont tous divisibles par 9; ce qui est évident, ces nombres étant 9, 99, 999, etc.

Si donc vous retranchez d'un nombre quelconque la somme de tous ses chiffres ou caractères, vous aurez pour reste le chiffre des dizaines, multiplié par 9, plus celui des centaines, multiplié par 99, plus celui des mille, multiplié par 999, et ainsi de suite; d'où il est clair que ce reste est tout divisible par 9. Par conséquent si la somme des chiffres est divisible par 9, le nombre proposé le sera aussi, et si elle n'est pas divisible par 9, le nombre ne le sera pas non plus; mais le reste de la division sera le même de part et d'autre.

Dans le cas du nombre 9, on voit clairement que 10 moins 1, 100 moins 1, etc., sont tous divisibles par 9; mais l'algèbre fait voir que cette propriété est

générale pour tout nombre a; car on trouve que $a-1$, a^2-1, a^3-1, a^4-1, etc., sont des quantités toutes divisibles par $a-1$: en effet, en faisant la division, on a les quotiens 1, $a+1$, a^2+a+1, a^3+a^2+a+1, etc.

Il est aisé de conclure de-là que cette propriété du nombre 9 a lieu dans notre système d'arithmétique décimale, parce que 9 est 10 moins 1, et que dans tout autre système, fondé sur la progression a, a^2, a^3, etc., ce serait le nombre $a-1$, qui jouirait de la même propriété. Ainsi dans le système duodécimal, ce serait le nombre 11 ; de sorte que dans ce système, tout nombre dont la somme des chiffres serait divisible par 11, le serait aussi.

Mais on peut généraliser cette propriété du nombre 9, par la considération suivante : comme tout nombre, dans notre système, est représenté par la somme de quelques termes de la progression 1, 10, 100, 1000, etc. multipliés chacun par un des neuf chiffres 1, 2, 3, 4, etc. 9 ; il est aisé de concevoir que le reste de la division d'un nombre quelconque par un diviseur donné, sera égal à la somme des restes de la division des termes 1, 10, 100, 1000, etc. par le même diviseur, ces restes étant multipliés chacun par le chiffre correspondant qui multiplie chaque terme. Donc si on dénote en général le diviseur donné par D, et que m, n, p, etc., soient les restes de la division des nombres, 1, 10, 100, 1000, etc. par D ; le reste de la division d'un nombre quelconque N, dont les caractères, en allant de droite à gauche, seraient

a, b, c, etc., sera évidemment égal à $m \times a + n \times b + p \times c +$ etc. Ainsi connaissant pour un diviseur donné D, les restes m, n, p, etc., qui ne dépendent que de ce diviseur, et qui sont toujours les mêmes par le même diviseur; il n'y aura qu'à écrire ces restes au-dessous du nombre proposé, en allant de droite à gauche, et faire ensuite les différens produits de chaque chiffre par celui qui est au-dessous. La somme de tous ces produits sera le reste total de la division du nombre proposé par le même diviseur D. Et si cette somme est plus grande que D, on pourra en chercher de nouveau le reste de la division par le D, et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'on arrive à un reste moindre que D, qui sera le véritable reste cherché. D'où il s'ensuit que le nombre proposé ne sera exactement divisible par le diviseur donné, qu'autant que le dernier reste trouvé de la sorte sera nul.

Les restes de la division des termes 1, 10, 100, 1000, etc. par 9, sont toujours l'unité; ainsi la somme des chiffres d'un nombre quelconque est le reste de la division de ce nombre par 9. Les restes de la division des mêmes termes par 8, sont 1, 2, 4, 0, 0, 0; donc on aura le reste de la division d'un nombre quelconque par 8, en prenant la somme du premier chiffre à droite, du second (en allant de droite à gauche) multiplié par 2, et du troisième multiplié par 4.

Les restes de la division des mêmes termes 1, 10, 100, 1000, etc. par 7, sont 1, 3, 2, 6, 4, 5, 1, 3, etc. où les mêmes restes reviennent toujours dans le même ordre : ainsi, ayant le nombre 13527541 à

diviser par 7, je l'écrirai ainsi avec les restes au-dessous ;

13527541
3154623 1
1
12
10
42
8
25
3
3
104
231
4
0
2
6

Faisant ensuite les produits partiels et les ajoutant, je trouve d'abord le nombre 104 qui serait le reste de la division du nombre donné par 7, s'il n'était pas plus grand que ce diviseur ; je répète donc l'opération sur ce reste, et je trouve pour second reste 6, qui est le véritable reste de la division dont il s'agit.

Je remarquerai encore à l'égard de ces restes et des multiplications qui en dépendent, qu'on peut simplifier celle-ci en admettant des restes négatifs à la place de ceux qui se trouvent plus grands que la moitié du diviseur ; et pour cela il n'y a qu'à soustraire encore le diviseur de chacun de ces restes ; ainsi au lieu des restes ci-dessus 6, 4, 5, on aura ceux-ci — 1 —, 3 — 2 ; ainsi les

par la simple répétition des restes précédens. On démontre aussi que ces périodes ne peuvent jamais contenir qu'un nombre de termes égal au diviseur, moins un, ou à une partie aliquote du diviseur moins un ; mais on n'a pu encore déterminer *à priori* ce nombre pour un diviseur quelconque donné.

Quant à l'usage de cette manière de trouver le reste de la division d'un nombre par un diviseur donné, elle pourrait être très-utile, si l'on avoit à diviser plusieurs nombres par un même nombre, et former une table des restes. Comme la division par 9 et par 11 est très-simple, on peut l'employer pour servir de preuve à la multiplication et à la division. En effet, ayant trouvé les restes de la division du multiplicande et du multiplicateur, il n'y aura qu'à faire le produit de ces deux restes, et retranchant, s'il est nécessaire, le diviseur une ou plusieurs fois, on aura le reste de la division du produit, qui devra par conséquent s'accorder avec celui qu'on trouverait par la même opération. De même, comme, dans la division, la dividende, moins le reste, doit être égal au produit du diviseur et du quotient, on pourra y employer la même épreuve.

La proposition que je viens de supposer que le produit des restes de la division de deux membres par un même diviseur, est égal au reste de la division du produit de ces nombres par le même diviseur, est facile à concevoir. En voici une démonstration générale.

Soient M et N les deux nombres, O le diviseur, p et q les quotiens, et r, s les deux restes ; il est clair

clair qu'on aura $M = p\,D + r$, $N = q\,D + s$; donc faisant la multiplication $MN = p\,q\,D^2 + s\,p\,D + r\,q\,D + r\,s$; où l'on voit que tous les termes sont divisibles par D, à l'exception du dernier $r\,s$; d'où il s'ensuit que $r\,s$ sera le reste de la division MN par D; on voit de plus que si on retranche de $r\,s$ un multiple quelconque de D comme $m\,D$, alors $r\,s - m\,D$ sera aussi le reste de la division de MN par D: car en mettant la valeur de MN sous cette forme $p\,q\,D^2 + s\,p\,D + r\,q\,D + m\,D + r\,s - m\,D$, on voit que tous les autres termes sont divisibles par D.

Ainsi on pourra toujours faire en sorte que le reste $r\,s - m\,D$ soit moindre que D, ou même moindre que $\frac{D}{2}$ en employant des restes négatifs.

Voilà tout ce que j'avais à dire sur la multiplication et la division: je ne vous parle pas de l'extraction des racines; la règle est assez simple pour les racines quarrées. Elle conduit directement au but, et il n'y a presque pas de tâtonnement. Pour les racines cubiques, et des degrés supérieurs, il est rare qu'on ait besoin d'extraire ces racines; d'ailleurs, par le moyen des logarithmes, on les extrait avec une grande facilité; et l'on peut pousser l'exactitude en décimales aussi loin que celle des logarithmes mêmes le comporte: ainsi, avec des logarithmes de sept chiffres, on peut extraire des racines avec sept chiffres; et, en employant les grandes tables où les logarithmes sont poussés jusqu'à dix décimales, on peut avoir aussi dix chiffres dans le résultat.

Une des opérations les plus importantes de l'arithmétique, est celle qu'on appelle la règle de *trois*, qui consiste toujours à trouver le quatrième terme d'une proportion, dont les trois premiers sont donnés.

Dans les livres ordinaires d'arithmétique, on a beaucoup compliqué cette règle. On l'a divisée en règles de *trois simples*, *directes*, *inverses*, *composées*.

En général, il suffit de bien entendre l'état de la question; la règle ordinaire de *trois* s'applique toujours également, toutes les fois qu'une quantité augmente ou diminue dans le même rapport qu'un autre; par exemple, le prix des choses augmente en proportion de la quantité des choses; de sorte que la chose étant double, le prix devient double, et ainsi de suite; de même le produit du travail augmente en proportion du nombre des personnes employées. Mais il y a des choses qui augmentent à-la-fois dans deux rapports différens. Par exemple, la quantité du travail augmente suivant le nombre des personnes employées, et il augmente aussi suivant le tems qu'on emploie. Il y a d'autres choses qui diminuent à mesure que d'autres augmentent. Tout cela se réduit à une considération bien simple; c'est que si une quantité augmente en même tems, dans la proportion qu'une ou plusieurs autres quantités augmentent, et que d'autres quantités diminuent, c'est la même chose que si on disait que la quantité proposée augmente comme le produit des quantités qui augmentent en même-tems qu'elle, divisé par le produit de celles qui diminuent en même-tems. Ainsi, comme le résultat du travail augmente à

mesure qu'il y a plus de travailleurs, et qu'ils travaillent plus long-tems, et qu'il diminue à mesure que l'ouvrage est plus difficile, on dira que le résultat est proportionnel au nombre des travailleurs, multiplié par le nombre qui mesure le tems, et divisé par le nombre qui mesure ou exprime la difficulté de l'ouvrage.

Cependant il faut faire attention à une chose; c'est que la règle de *trois* ne peut proprement s'appliquer qu'aux choses qui augmentent toujours dans un rapport constant. Par exemple, on suppose que, si un homme fait dans un jour une certaine quantité d'ouvrage, deux hommes en feront le double, trois hommes le triple, quatre le quadruple, etc. Cela pourrait ne pas être; mais dans la règle de proportion on le suppose, sans quoi on ne pourrait pas l'employer légitimement.

Quand la loi de l'augmentation et de la diminution est variable, la règle de trois ne s'y applique plus, et les règles ordinaires d'arithmétique sont en défaut. Il faut avoir alors recours à l'algèbre.

Si, parce qu'un tonneau d'une certaine capacité, se vide dans un certain tems, on voulait en conclure qu'un tonneau d'une capacité double employerait un tems double, on se tromperait; car il se videra dans un tems plus court. La loi de l'écoulement ne suit point une proportion constante, mais une proportion variable, qui diminue à mesure qu'il reste moins de vide dans le tonneau.

Vous verrez dans la mécanique que dans les mouvemens uniformes, les espaces parcourus suivent

une proportion constante avec le tems. Dans une heure, on fait une lieue, dans deux heures on en fera deux ; mais une pierre qui tombe, ne suivra pas la même proportion. Et si, dans la première seconde, elle parcourt 15 pieds, dans la deuxième seconde, elle en parcourt 45.

En général, la règle de trois n'est applicable qu'au cas de la proportion constante. Ce cas a lieu dans la plûpart des choses qui sont d'un usage ordinaire. En général, le prix est toujours proportionné à la quantité de choses ; de sorte que si une chose vaut tant, deux choses vaudront le double, trois le triple, quatre le quadruple, etc. Il en est de même du produit du travail, relativement au nombre des travailleurs et la durée du travail ; il y a néanmoins des cas où l'on pourrait aussi se tromper. Si deux chevaux, par exemple, peuvent traîner une masse d'un certain poids, il serait naturel de croire que quatre chevaux traîneraient un poids double, six un poids triple ; cependant cela n'est pas à la rigueur ; car il faudrait que les quatre chevaux tirassent tous également, et de la même manière, ce qui est presque impossible dans la pratique. Il arrive delà que l'on trouve souvent par le calcul des résultats qui s'éloignent de la vérité ; mais alors ce n'est pas la faute du calcul ; car il rend toujours exactement ce qu'on y a mis. On a supposé la proportion constante ; le résultat est fondé sur cette supposition ; si elle est fausse, le résultat sera nécessairement faux. Toutes les fois qu'on a voulu accuser le calcul, on n'a fait que rejetter sur le calcul la faute de celui qui l'avait fait : il avait employé

des données fausses ou inexactes; il fallait bien que le résultat le fût aussi.

Parmi les autres règles de l'arithmétique, il y a celle qu'on appelle d'*alliage*, qui mérite une considération particulière, parce qu'elle peut avoir beaucoup d'applications. Quoique l'alliage se dise principalement des métaux mêlés ensemble par la fusion, on le prend en général pour le mêlange d'un certain nombre de choses de différentes valeurs, qui composent un tout d'un égal nombre de parties, et d'une valeur moyenne; ainsi, la règle d'alliage a deux parties.

Dans la première, on cherche la valeur moyenne et commune de chaque partie du mêlange, quand on connaît le nombre des parties, et la valeur particulière de chacune d'elles.

Dans la seconde, on cherche la constitution même du mêlange, c'est-à-dire, le nombre des parties des choses qui doivent être mêlangées ou alliées, quand on connaît le nombre total des parties, et leur valeur moyenne.

Supposons, par exemple, que l'on ait plusieurs septiers de bled de différens prix, on peut demander quel est le prix moyen; ce prix moyen doit être tel que, si chaque septier était de ce prix, le prix total de tous les septiers ensemble fût encore le même. D'où il est aisé de voir que, pour trouver, dans ce cas, le prix moyen, il n'y aura qu'à chercher d'abord le prix total, et le diviser par le nombre des septiers.

En général, si on multiplie le nombre des choses de chaque espèce par la valeur de l'unité de chaque

chose, et qu'on divise ensuite la somme de tous ces produits par le nombre total des choses, on aura la valeur moyenne; parce que cette valeur, multipliée elle-même par le nombre des choses, redonnera la valeur entière de toutes les choses prises ensemble.

Cette valeur moyenne est d'une grande utilité dans presque toutes les affaires de la vie; quand on a plusieurs résultats différens, on aime à réduire tous ces résultats à un terme moyen, qui produit cependant le même résultat total.

Vous verrez, quand il sera question du calcul des probabilités, qu'il est presque tout fondé sur ce principe.

Les registres des naissances et des morts ont donné lieu à la construction des tables qu'on appelle de mortalité, et qui montrent combien sur un nombre donné d'enfans nés en même-tems ou dans la même année, il y en a de vivans au bout d'un an, de deux, de trois, etc.; on peut demander d'après cela, quelle est la vie moyenne d'une personne d'un âge donné? Si on cherche dans ces tables le nombre des vivans à cet âge, et qu'ensuite on additionne le nombre des vivans à tous les âges suivans, il est clair que cette somme donnera le nombre total des années qui auront été vécues par la totalité des vivans à l'âge donné; par conséquent, il n'y aura qu'à diviser la somme dont il s'agit, par le nombre des vivans à l'âge donné. Le quotient sera la vie moyenne, ou bien le nombre d'années que chaque personne devrait vivre encore, pour que le nombre total des années

vécues fût le même, et que chaque personne eût vécu également.

On trouve de cette manière, en prenant le milieu entre les résultats des différentes tables de mortalité, que, pour un enfant d'un an, la vie moyenne est d'environ 40 ans; qu'à dix ans, elle est encore de 40 ans; à 20, de 34; à 30, de 26 : à 40, de 33; à 50, de 17; à 60, de 12; à 70, de 8; à 80, de 5.

On a, par exemple, fait différentes expériences; trois expériences ont donné chacune quatre pour résultat; deux expériences ont donné cinq; une a donné six. Pour avoir le résultat moyen, on multipliera 4 par 6, 5 par 2, et 1 par 6. On ajoutera ensemble tous ces produits, ce qui fait 28, et on divisera ce nombre, par le nombre des expériences, savoir 6; ce qui donnera $4\frac{2}{3}$ pour le résultat moyen de toutes ces expériences.

Au reste, vous sentez que ce résultat ne peut être regardé comme exact, qu'autant qu'on suppose que toutes les expériences sont également exactes; cependant elles peuvent ne pas l'être. Alors il faut chercher à tenir compte de ces inégalités; ce qui demande un calcul plus compliqué: c'est l'objet de plusieurs recherches, dont les géomètres se sont occupés.

Voilà pour ce qui regarde la première partie de la règle d'alliage; l'autre partie est l'inverse de celle-ci; étant donnée la valeur moyenne, trouver combien il faut prendre de chaque chose pour avoir cette valeur moyenne.

Les problèmes de la première espèce sont toujours déterminés, parce que, comme on vient de le voir,

il n'y a qu'à multiplier le nombre par la valeur de chaque chose, et diviser la somme de tous ces produits par le nombre des choses.

Les problêmes de la seconde espèce sont, au contraire, toujours indéterminés; mais la condition de n'avoir que des nombres positifs et entiers, pour résultat, sert à limiter le nombre des solutions.

Supposons qu'on ait des choses de deux espèces; que la valeur de l'unité de la première espèce, soit a, celle de l'unité de la seconde espèce soit b, et qu'on demande combien on doit prendre d'unités de la première espèce et d'unités de la seconde, pour en former un composé, ou un tout dont la valeur moyenne soit m.

Nommons x le nombre des unités de la première espèce qui entreront dans le composé, et y le nombre des unités de la seconde espèce; il est clair que ax sera la valeur des x unités de la première espèce, et by celle des y unités de la seconde; donc $ax + by$ sera la valeur totale du mêlange : mais la valeur moyenne du mêlange devant être m, il faudra que la somme $x + y$ des unités du mêlange multipliée par m, valeur moyenne de chaque unité, donne la même valeur totale; donc on aura l'équation $ax + by = mx + my$: faisant passer d'un côté les termes multipliés par x, et de l'autre les termes multipliés par y, on aura $(a - m)x = (m - b)y$; et divisant par $a - m$, il viendra $x = \frac{(m - b)y}{a - m}$, où l'on voit que le nombre y peut être pris à volonté; car en donnant à y une valeur quelconque, on aura toujours une valeur correspondante de x qui satisfera à la

question. Telle est la solution générale que donne l'algèbre ; mais si on ajoute la condition que les deux nombres x et y soient entiers, alors on ne peut plus prendre y à volonté. Pour voir comment on peut satisfaire de la manière la plus simple à cette dernière condition, on divisera la dernière équation par y, et l'on aura $\frac{x}{y} = \frac{m-b}{a-m}$. Pour que x et y soient tous deux positifs, il faudra que les deux quantités $m-b$, et $a-m$ soient de même signe ; c'est-à dire, que si a est plus grand ou moindre que m, b soit au contraire moindre ou plus grand que a ; c'est-à-dire, que m doit tomber entre les deux quantités a et b ; ce qui est d'ailleurs évident de soi-même. Supposons a le plus grand et b le plus petit des deux prix, on cherchera la valeur de la fraction $\frac{m-b}{a-m}$, qu'on réduira, s'il est nécessaire, à ses moindres termes ; soit $\frac{B}{A}$ cette fraction réduite à ses moindres termes ; il est visible qu'on aura la solution la plus simple, en prenant $x = B$, et $y = A$: mais comme une fraction demeure la même, en multipliant le numérateur et le dénominateur par un même nombre, il est visible qu'on pourra prendre aussi $x = nB$, et $y = nA$, n étant un nombre quelconque, qu'il faudra supposer entier pour que x et y soient entiers. Et il est facile de démontrer que ces expressions de x et y sont les seules qui résolvent la question proposée. Suivant la règle ordinaire d'alliage, on ferait x quantité de la chose la plus chère, égale à $m-b$, excès du prix moyen sur le plus bas ; et y quantité

de la chose moins chère, égale à $a - m$ excès du plus haut prix sur le prix moyen ; ce qui rentre dans la solution générale que nous venons de donner.

Supposons maintenant qu'au lieu de deux espèces de choses il y en ait trois, dont les valeurs soient à commencer par la plus haute a, b, c ; soient x, y, z, les quantités qu'il faudrait prendre de chacune pour former un mêlange ou un composé, dont la valeur moyenne soit m. La somme des valeurs des trois quantités x, y, z sera $ax + by + cz$, d'après les valeurs particulières a, b, c de l'unité de chacune de ces quantités ; mais cette valeur totale doit être la même que si toutes les valeurs particulières étaient égales à m ; auquel cas il est clair que la valeur totale serait $mx + my + mz$. Donc il faudra satisfaire à l'équation $ax + by + cz = mx + my + mz$; laquelle se réduit à cette forme plus simple $(a - m)x + (b - m)y + (c - m)z = 0$. Comme il y a trois inconnues dans cette question, on pourrait en prendre deux à volonté ; mais si on veut qu'elles soient toutes exprimées par des nombres positifs et entiers, on observera d'abord que les nombres $a - m$, et $m - c$ sont nécessairement positifs ; de sorte qu'en mettant l'équation sous cette forme $(a - m)x - (m - c)z = (m - b)y$, la question sera réduite à trouver deux multiples des nombres donnés $a - m$ et $m - c$, dont la différence soit égale à $(m - b)y$.

Cette question est toujours résoluble en nombres entiers, quels que soient les nombres donnés dont on cherche les multiples, et quelle que soit la différence donnée de ces multiples. Comme elle est assez curieuse

par elle même, et qu'elle peut être utile dans beaucoup d'occasions, nous allons en donner ici une solution générale, déduite des propriétés des fractions continues. Supposons donc en général que M et N soient deux nombres entiers donnés, et qu'on en cherche deux multiples x M, y N, dont la différence soit donnée et égale à D. On aura donc à satisfaire à l'équation x M $-$ z N $=$ D, x et z étant supposés des nombres entiers. D'abord il est clair que si M et N n'étaient pas premiers entr'eux, il faudrait que le nombre D fût aussi divisible par le plus grand commun diviseur de M et N; et la division faite, on aurait une pareille équation où les nombres M et N seraient premiers entr'eux; ainsi nous pouvons les supposer déjà réduits à cet état. J'observe maintenant que si on connoissait la solution de cette équation, pour le cas où le nombre D serait égal à l'unité positive ou négative, on en pourrait déduire la solution pour une valeur quelconque de D. Supposons en effet qu'on connaisse deux multiples de M et N, qui soient p M et q N, dont la différence p M $-$ q N soit $= \pm 1$; il est clair qu'il n'y aura qu'à les multiplier tous les deux par le nombre D, pour que la différence devienne égale à $\pm$D: car en multipliant l'équation précédente par D, on aura p D M $-$ q D N $= \pm$ D. Qu'on retranche maintenant cette équation de l'équation proposée x M $- y$ N $=$ D, ou qu'on l'y ajoute, suivant que le terme D aurait le signe $+$ ou $-$, il est clair qu'il viendra celle-ci $(x \mp p\,\mathrm{D})\,\mathrm{M} - (z \mp q\,\mathrm{D})\,\mathrm{N} = 0$; laquelle don-

nera sur-le-champ, comme nous l'avons vu plus haut dans le cas de l'alliage de deux choses différentes, $x \mp p\,D = n\,N$, $z \mp q\,D = n\,M$, n étant un nombre quelconque. De sorte que l'on aura généralement $x = n\,N \mp p\,D$ et $z = n\,M \mp q\,D$, où l'on pourra prendre un nombre quelconque entier, positif ou négatif pour n. Il ne reste donc plus qu'à trouver les nombres p et q, tels que l'on ait $p\,M - q\,N = \mp 1$: or cette question se résout facilement par les fractions continues ; car nous avons fait voir, en traitant de ces fractions, que si on réduit la fraction $\frac{M}{N}$ en fraction continue, qu'ensuite on en déduise toutes les fractions successives, dont la dernière sera la fraction même $\frac{M}{N}$, ces différentes fractions sont telles, que la différence entre deux fractions consécutives est toujours égale à une fraction dont le numérateur est l'unité, et le dénominateur le produit des deux dénominateurs ; ainsi désignant par $\frac{K}{L}$ la fraction qui précédera immédiatement la dernière fraction $\frac{M}{N}$, on aura nécessairement $L\,M - K\,N = 1$ ou -1, suivant que celle-ci sera plus grande ou moindre que l'autre, c'est-à-dire, suivant que le quantième de la dernière fraction $\frac{M}{N}$ dans la suite de toutes les fractions successives, sera pair ou impair, puisque

la première fraction de cette suite est toujours plus petite, la seconde plus grande, la troisième plus petite, etc., que la fraction primitive, qui est la même que la dernière. Ainsi on fera $p = K$, et $q = L$; et le problême des deux multiples sera résolu dans toute sa généralité.

Maintenant il est clair que, pour appliquer cette solution à la question ci-dessus, concernant l'alliage, il n'y aura qu'à faire $M = a - m$, $N = m - c$, et $D = (m - b)y$; de sorte que le nombre y demeurera indéterminé, et pourra être pris à volonté, ainsi que le nombre n, qui entre dans les expressions de x et z.

TRENTIÈME SÉANCE.

(27 *Ventose.*)

HISTOIRE NATURELLE.

DAUBENTON, *Professeur.*

Sur les concrétions pierreuses.

On a donné le nom de concrétion à des amas de molécules pierreuses que l'eau a charriées, ou seulement délayées, et qui se sont attachées à différens corps, et réunies entr'elles par la force de l'affinité. Si la matière des concrétions avait été pure, et si elle s'était trouvée dans les circonstances nécessaires pour la crystallisation, elle aurait formé des crystaux régu-

liers. Mais on ne voit dans les concrétions que des indices d'une crystallisation imparfaite, qui a été contrariée par un mêlange de matières hétérogènes, ou par le défaut d'*espace*, de *tems* ou de *repos*.

Je distingue différentes sortes de concrétions pierreuses par les diverses manières dont elles se forment.

Stalactites.

Elles sont composées de molécules pierreuses que l'eau entraîne en suintant à travers des substances calcaires, et qui s'attachent aux parois des cavités des rochers et des grottes souterraines, où cette eau a pénétré ; ces molécules y forment des concrétions que l'on appelle stalactites. Leur nom dénote que l'eau a contribué à leur formation.

Il y a des différences assez remarquables dans la structure des stalactites, pour en distinguer plusieurs variétés.

Stalactites en colonnes.

Pour avoir une idée juste de la formation des stalactites dans les grottes souterraines, il faudrait voir une de ces grandes cavités ; quoiqu'elles soient toutes différentes les unes des autres pour l'étendue et la disposition des principaux grouppes de stalactites, cependant elles se ressemblent toutes par la nature et par la forme essentielle de la matière qu'elles contiennent. Une grotte, dans le sens dont il s'agit ici, est une cavité souterraine formée naturellement, ou pratiquée par art, au dedans ou

au dessous d'un rocher de pierre calcaire, et située de façon que l'eau des pluies puisse y pénétrer à travers le rocher; car l'eau est le principal agent dans la formation des stalactites; mais elle ne produit cet effet que lorsqu'elle arrive dans les grottes en petite quantité à-la-fois, qu'elle y tombe goutte à goutte, et que son cours dure long tems. Toutes ces circonstances sont nécessaires pour la formation et l'accroissement sensible des stalactites. Ordinairement la plus grande partie de l'eau des pluies s'écoule par la pente naturelle du terrain qui est au dessus de la grotte; une autre partie s'imbibe dans la terre qui se trouve sur le rocher et dans ses fentes, ou coule au loin sur le premier banc de pierre qu'elle rencontre; il n'y a donc qu'une petite quantité d'eau qui passe à travers la masse du rocher, pour arriver dans la grotte. Cette eau est filtrée dans la pierre, ou au moins elle lave toutes les faces de chaque bloc, et les graviers placés dans les fentes verticales, ou dans les intervalles qui séparent les différens lits. Par ces sortes de lotions, l'eau détache des particules de pierre qui sont la matière du spath; elle s'en charge, et les entraîne avec elle, dans les petites routes par lesquelles elle parvient jusqu'à la grotte.

Ces routes s'ouvrent en différens endroits de ses parois supérieures et latérales; considérons d'abord celles dont l'orifice est au plafond. L'eau étant parvenue jusqu'à l'extrêmité de son petit canal, est retenue sur les bords de l'orifice, s'y amasse, et forme une goutte qui reste suspendue jusqu'à ce que son volume étant augmenté à un certain point, elle

tombe par son propre poids. Dans le tems où la goutte est suspendue, les molécules de matière solide dont elle est chargée, et qui sont le plus près des bords du petit canal d'où elle sort, s'y attachent sous la forme d'un petit cercle de matière de stalactite; mais les molécules qui se trouvent plus éloignées des bords du petit canal, sont emportées par la chûte de la goutte, et tombent avec elle sur le sol de la grotte, s'y fixent, et y forment une petite éminence, après que l'eau est écoulée ou évaporée. Cette éminence du sol, de même que le petit cercle qui est sur les bords de l'orifice du plafond, seraient à peine sensibles, s'ils n'étaient que le produit de quelques gouttes d'eau; mais, comme les gouttes se succèdent les unes aux autres, la masse de matière solide s'augmente peu-à-peu de part et d'autre, et parvient, dans la suite du tems, au point de former sur le sol un cône qui y tient par sa base, et au plafond un tuyau qui est une continuation du canal que l'eau parcourt dans le rocher. Ce tuyau grossit à l'extérieur, parce qu'il reçoit l'eau d'autres canaux du plafond qui l'arrose par dehors, et y laisse des couches de matière solide. Le cône s'élève par le haut; le tuyau s'allonge par le bas, et à la fin ils se rencontrent dans leur accroissement mutuel, et forment, en se joignant, une sorte de colonne qui s'étend depuis le sol jusqu'au plafond de la grotte.

On peut juger par la façon dont se fait l'accroissement du cône et du tuyau, dont je viens de parler, qu'ils sont tous les deux composés de couches successives

cessives, et que le cône est solide ; mais toutes les stalactites qui sont suspendues aux plafonds des grottes, n'ont pas un tuyau dans leur intérieur. Pour former ce tuyau, il faut d'abord que l'orifice du canal qui est dans le rocher, et d'où sort la goutte d'eau, soit à-peu-près horizontal, afin que la goutte reste suspendue à tous les points de ses bords, et qu'elle y forme un cercle entier de matière de stalactite. Au contraire, si l'orifice du canal est incliné, de façon que la goutte ne tienne qu'à la partie inférieure des bords de l'orifice, les molécules de matière solide, dont elle est chargée, ne peuvent s'attacher qu'à cet endroit ; alors la stalactite est solide : il arrive aussi par différentes circonstances, que le tuyau s'obstrue et se remplit en entier.

Des corps ainsi formés, sont sujets à de grandes variétés de figures ; les différences les plus remarquables, aux yeux des naturalistes, se trouvent à la surface des stalactites suspendues au plafond de la grotte en forme de cul-de-lampes. Les unes sont hérissées de tubercules, de pointes ou d'éminences taillées à facettes, tandis que les autres sont presque lisses, et à-peu-près unies dans leurs différens contours. La cause de cette variété de configuration vient de la qualité et de la combinaison des matières dont les stalactites sont formées, et de la quantité de l'eau qui a été l'agent de leur formation. Lorsqu'il se trouve plus de matière de spath que de matière pierreuse, c'est-à-dire plus de matière pure que de matière grossière, et que l'eau ne coule qu'en petite quantité, les parties du spath se cryse-

talissent en se réunissant en stalactites, et forment des espèces de crystaux sur la surface extérieure de chaque grouppe ; mais s'il y a plus de matière pierreuse que de spath, les molécules de spath sont retenues entre les particules de pierres ; elles ne peuvent s'approcher, ni s'arranger régulièrement. Si l'eau les apporte en trop grande quantité, et les amoncelle trop brusquement, elles restent en désordre parce qu'il n'y a pas assez de tems ni assez d'espace pour faire un arrangement régulier, et même du spath bien formé, est quelquefois recouvert par une matière terreuse ou pierreuse. Ainsi différentes stalactites s'unissent et se confondent ; c'est ce qui arrive le plus souvent, et ce qui doit nécessairement arriver, par la suite des tems, à toutes les stalactites des grottes qui se trouvent sous de grands rochers.

Stalactites en Nappes.

Ces stalactites sont appliquées contre les parois latérales des grottes, comme des nappes d'eau congelée. Elles adhèrent au rocher par l'une de leurs faces ; l'autre est ordinairement composée de petites stalactites saillantes et ondoyantes. L'eau, en coulant le long des parois latérales de la grotte, et en descendant jusque sur le sol, laisse dans sa route, et dépose dans le bas plusieurs couches de matière solide. Lorsque ces stalactites en nappes sont isolées au milieu d'une grotte, elles ont quelquefois si peu d'épaisseur, qu'elles ressemblent à une cloison. Tournefort a remarqué, dans la grotte d'Antiparos, « des

rideaux et des nappes qui s'étendaient en tout sens ; et qui formaient sur les côtés, des espèces de tours cannelées, vides pour la plûpart, comme autant de cabinets pratiqués autour de la grotte ».

L'aspect d'une grotte revêtue de stalactite, surprend tous ceux qui y entrent pour la première fois. De quelque côté que l'on jette les yeux, on apperçoit des grouppes figurés de tant de façons différentes, et distribués d'une manière si variée, que l'on imagine volontiers y trouver des ressemblances avec des choses connues, comme des sièges, des tables, des culs-de-lampes, des bornes, des tuyaux d'orgue, des colonnes, des draperies, des broderies, des figures d'hommes, de quadrupèdes, d'oiseaux, de poissons, de fleurs, de fruits, de plantes entières, etc. Aussi donne-t-on des noms particuliers aux principaux endroits des grottes les plus fameuses.

Stalactites façonnées en albâtre.

Les stalactites et les albâtres sont une même chose sous différens noms, lorsqu'elle est en différens états. C'est la même matière considérée en différens tems.

Lorsqu'elle se forme dans une grotte, on l'appelle stalactite ; lorsqu'on emploie la stalactite pour en faire des tables, des vases et d'autres ouvrages, on lui donne le nom d'albâtre. Ainsi l'albâtre est une stalactite sciée et polie ; et une grotte remplie de stalactites est une carrière d'albâtre.

Il se forme des stalactites en différens endroits d'une grotte, en même-tems, soit dans le milieu,

soit contre les parois : ces stalactites s'accroissent continuellement, ou au moins, tant que dure l'écoulement des eaux de la pluie. Ainsi il doit suinter de l'eau presqu'en tout tems dans les grottes qui sont situées à une grande profondeur. Quand même le cours de l'eau serait interrompu, il est certain qu'il se renouvellerait plusieurs fois chaque année. Par conséquent il doit arriver que les stalactites s'étendent au point de se toucher les unes les autres, et de remplir l'espace de la grotte en entier ; alors il se trouve une carrière d'albâtre à la place de la grotte. Le tems qui est nécessaire pour opérer ce changement, n'est peut être pas aussi long qu'on pourrait le croire. Quelques années d'observations sur l'accroissement des stalactites, pourraient nous mettre en état de le calculer. Je sais, que les stalactites qui se forment sous les voûtes, ou contre les murs bâtis avec du mortier de chaux et de sable, et qui sont composées de particules de chaux, s'accroissent bien plus promptement que les stalactites de spath qui viennent de la pierre ; la formation des stalactites de chaux, se fait aussi par la filtration de l'eau.

L'exposé de la formation de l'albâtre par les stalactites, fait voir pourquoi ses carrières ne sont pas disposées par bancs et par lits horizontaux, interrompus par des fentes verticales, comme celles de la pierre et du marbre ; et donne les moyens d'expliquer différens phénomènes que l'on remarque dans l'albâtre. Sa demi-transparence vient de celle du spath dont il est composé ; ses diverses couleurs sont produites par les différentes matières qui se mêlent au

spath ; les veines de l'albâtre, dirigées en cercles, en ondes, en lignes droites ou contournées de toutes manières, sont formées par les différentes couches des stalactites. On trouve quelquefois même des vides entre deux couches, parce que l'eau y passait en trop grande abondance, pour que les particules de matière qu'elle chariait, pussent s'attacher à la stalactite. Car l'eau qui est la principale cause de la formation de l'albâtre lorsqu'elle filtre en petite quantité, y oppose un obstacle insurmontable, lorsqu'elle coule en grand volume et avec rapidité.

Les albâtres sont ordinairement plus tendres, et prennent par conséquent moins de poli que les marbres. On reconnaît sur la plûpart des albâtres, les couches concentriques dont ils sont composés. On voit sur quelques grandes tables de cette pierre, une pièce qui a été rapportée au centre de ces couches pour remplir le vide du tuyau vertical qui était au milieu de la stalactite dont la table a été tirée.

Lorsqu'on scie une stalactite longitudinalement comme le tronc d'un arbre pour faire des planches, il ne paraît point de couches concentriques sur l'albâtre. Mais lorsque la stalactite a été sciée transversalement, toutes ces couches concentriques sont apparentes sur l'albâtre, comme les couches annuelles d'un arbre qui a été coupé horizontalement.

Incrustations.

Lorsqu'une eau chargée de molécules pierreuses séjourne ou passe lentement entre des plantes, des

racines, des branches, des feuillages, ou d'autres corps, ces molécules s'y attachent, et y forment une incrustation, qui prend une empreinte de la surface du corps qu'elle enveloppe. Si ce corps est creux au-dedans, et si l'eau pénètre dans sa cavité, les molécules incrustent ses parois, et ensuite la remplissent en entier. C'est ce qui arrive dans des roseaux. Comme ces plantes croissent près les unes des autres, leurs incrustations extérieures prennent avec le tems assez d'épaisseur pour se réunir toutes ensemble, et ne former qu'une seule masse.

Lorsqu'une plante légèrement incrustée périt, elle tombe bientôt en pourriture, et se réduit en une poussière qui sort de l'incrustation, dont elle était enveloppée; mais cette incrustation subsiste, et représente grossièrement la plante, tandis que l'espace que cette plante occupait reste vide.

On trouva, il y a plusieurs années, dans des fossés à Issy près de Paris, des incrustations qui avaient été formées sur des plantes aquatiques, nommées lustres-d'eau. Ces incrustations avaient la forme des tiges et des feuilles de ces plantes; mais, en les cassant, on trouvait les feuilles et les tiges de la plante au milieu de l'incrustation, où l'on voyait à leur place les cavités qu'elles avaient occupées.

Il y a des mousses dont toutes les parties inférieures sont revêtues d'une incrustation, tandis que les parties supérieures sont vertes et dans l'état naturel.

Lorsqu'il se trouve des plantes de diverses espèces incrustées dans le même lieu, les incrustations prennent

des formes très-différentes. Guettard (1) a observé sur les bords de la Louette, près d'Etampes, des tuyaux pierreux, qui ont depuis trois ou quatre pouces, jusqu'à un pied et demi et plus de longueur, et depuis deux lignes jusqu'à un pouce de diamètre. La plûpart sont cylindriques; les autres sont cannelés ou applatis. Plusieurs de ces tuyaux ont des couches concentriques et distinctes. Quelquefois la couche intérieure a la forme d'un prisme à trois faces. Il y a aussi de ces tuyaux qui sont coniques et même courbes. Leur surface interne est lisse et ordinairement polie; l'externe est tuberculeuse; ils sont blancs et quelques-uns ont une couleur roussâtre au dedans.

Ces tuyaux forment une grande masse, dans laquelle ils sont disposés en différens sens; mais on les distingue aisément les uns des autres, et il est aisé de les séparer.

Guettard explique la cause de toutes ces différentes formes, par celle des plantes qui se seront trouvées sur les bords de la Louette, et qui auront servi de moules à ces tuyaux qui sont des incrustations. Il s'est formé des cylindres sur les tiges rondes des joncs et des masses des prismes à trois pans sur les souchets etc.

Jacquin a fait des observations sur des incrustations de même genre, qui se trouvent dans le souterrain d'Albert, commune du département de la Somme, à cinq lieues d'Amiens. C'est un passage de plus de cent pieds de longueur, sur deux ou trois pieds de

(1) Recueil de l'académie des sciences, année 1754. mémoire sur l'ostéocolle.

largeur, pratiqué au milieu d'une masse composée d'incrustations.

Tous ces différens corps sont des incrustations formées sur des plantes aquatiques, sur des mousses, sur des souches et des racines d'arbres, etc.; ils sont de même nature et entièrement semblables à ceux auxquels on a donné le nom d'*ostéocolle*, et on a attribué tant de vertus.

La dénomination d'ostéocolle, signifie une colle pour les os. On croyait autrefois que cette substance, qui est une incrustation de craie ou de marne, avait la propriété de faciliter la production du cal des os rompus. Peut-être ce faux préjugé n'est-il venu que de la forme des prétendus ostéocolles, qui ressemblent à des os cassés, parce qu'ils sont creux et cylindriques. Leur substance n'a d'autre propriété, que celle d'une matière calcaire. Autrefois, on faisait venir de l'ostéocolle d'Allemagne pour les apothicaireries; à présent on en trouverait à Etampes, dans la grotte d'Albert, et par-tout où il y a des incrustations calcaires formées sur des plantes. Mais on sait, par expérience, que l'ostéocolle n'a pas la vertu désignée par sa dénomination, et j'espère qu'on oubliera jusqu'à son nom.

Lorsque le suc lapidifique passe à travers des tas de branchages et de feuilles, ses molécules les incrustent, remplissent tous les vides qui sont entr'eux et forment une masse pierreuse: elle est légère et peu compacte, et cependant assez solide pour entrer dans la construction des bâtimens. On la préfère, dans certain cas, pour faire des voûtes, à cause de sa légèreté. Lorqu'on casse cette pierre, on y voit

des empreintes des feuilles sur lesquelles l'incrustation s'est formée : on lui donne le nom de tuf. On a appelé du même nom un terrain solide qui se trouve en plusieurs pays sous la terre végétale, et que les racines des arbres ne peuvent percer. C'est un bon fond pour asseoir un bâtiment ; on le nomme aussi tufeau.

Les eaux chargées de molécules calcaires incrustent les tuyaux qui les conduisent et tous les corps qu'elles baignent. Une branche d'arbre jetée dans la fontaine d'Arcueil, y est bientôt enduite d'une écorce pierreuse. Cette incrustation se fait en moins de tems qu'il n'en faut pour déformer un raisin, puisqu'on trouve des incrustations qui en représentent les grains dans toute leur rondeur et tenans à la grappe ; mais l'espace qu'occupait le raisin est vide au dedans de l'incrustation.

Concrétions en sédimens.

Le suc lapidifique forme les stalactites en suintant à travers les parois supérieurs des cavités, et les stalactites en nappes, lorsqu'il coule lentement contre les parois latérales ; mais quand il séjourne sur le sol, ou lorsqu'il se filtre à travers, les molécules pierreuses se déposent sur le sol, et y forment des concrétions par sédimens. Si le suc lapidifique est tranquille, le sédiment se trouve disposé par lits égaux et parallèles à la surface du sol ; lorsque le suc lapidifique est agité, il donne différentes formes à son sédiment, et quelquefois il l'arrondit.

Sédimens horizontaux.

Les sédimens horizontaux sont plus ou moins épais; ils ont différens degrés de dureté. Il y en a qui sont demi-transparens, et dans lesquels on reconnaît une crystallisation confuse; ils sont tous composés de plusieurs couches formées successivement les unes sur les autres, et plus ou moins adhérentes; on les distingue par différentes teintes de leur couleur, qui est ordinairement roussâtre ou blanchâtre.

Il y a des sédimens de substance calcaire en assez grandes masses pour former des carrières; on trouve de ces pierres de sédiment qui sont dures, et que l'on emploie dans la construction des bâtimens. Le travertin est une des plus fameuses, parce qu'on s'en est servi pour bâtir les grands édifices du colisée et de la basilique de Saint-Pierre de Rome.

J'ai vu un échantillon de travertin; il avait une légère teinte de jaune; il était poreux, il avait même des trous assez grands; il était composé de différens lits plus ou moins compactes.

A Rome, et dans toute l'Italie, on donne le nom de travertino à la pierre calcaire poreuse; elle sert de pierre de taille et de moëllon. Mais la première qui ait eu ce nom, est celle que l'on tire des grandes collines, situées à trois lieues de Tivoli, au pied des montagnes calcaires de l'Apennin (1).

(1) Lettre sur la minéralogie; par M. Ferber, page 293.

Sédimens arrondis.

Il y a des pierres calcaires qui contiennent une très grande quantité de globules, et qui paraissent en être composées en entier; on trouve aussi des globules calcaires rassemblés en très-grand nombre dans le même lieu, mais séparés les uns des autres : ils sont de différentes grosseurs. Il y en a que l'on ne peut appercevoir qu'à l'aide d'une loupe. D'autres sont aussi petits que la graine de pavot ; c'est pourquoi on leur a donné le nom de méconites. On a appelés centrites les globules calcaires, qui ont la grosseur des grains du millet, pisolites ceux qui sont gros comme des pois, oolites ceux que l'on a comparés à des œufs. Il y en a qui sont aussi gros et plus gros que des noix. On leur a donné le nom de bezoart fossile ou minéral.

Toutes ces dénominations ne peuvent donner que de fausses idées sur la nature de la chose. Je ne les ai rapportées que pour épargner la peine d'en rechercher la signification, lorsqu'on les rencontrera dans les livres où elles ne sont que trop répétées.

Les globules calcaires ont différentes couleurs; il y en a de blancs, de gris, de jaunes, de rougeâtres et de bruns; on en trouve qui sont en partie blancs et en partie jaunes, et d'autres qui sont blancs à l'extérieur et jaunes en dedans.

Les uns sont composés de couches concentriques ; les autres n'ont point de couches distinctes. Tous ces globules sont plus ou moins arrondis; il y en a qui

semblent être parfaitement ronds ; on en trouve beaucoup dont les couches sont lisses et polies. Plusieurs de ces globules renferment à leur centre un noyau noirâtre ou d'autre couleur.

Les sédimens en globules se rencontrent près des eaux chaudes ; mais il y a aussi des collines et des montagnes entières qui semblent n'être composées que de ces globules avec des corps marins pétrifiés.

Il est probable que les globules ont été formés par le mouvement des eaux. Leur tournoiement peut rassembler au centre du cercle qu'elles décrivent, plusieurs molécules calcaires, les comprimer et les réunir, arrondir les petites masses qu'elles forment, polir sa surface par le frottement, et y ajouter successivement plusieurs couches en les roulant, en différens tems, sur le sédiment qui se trouve au fond des eaux chargées de molécules calcaires.

Le mouvement des eaux peut donner à leurs sédimens la forme cylindrique, comme la forme ronde. En effet, il y a des sédimens cylindriques ; on en trouve près de la ville de Dax, et sur un côteau nommé la Montagnette, et situé à une demi-lieue de Castres, vers l'Orient. Marcorelle a fait les observations suivantes sur ce côteau, et sur les pierres que l'on y trouve.

Il y a plusieurs fentes ou fondrières formées par la chûte des eaux ; le terrain est inculte sur la longueur de sept ou huit cents pas. C'est un rocher calcaire jaunâtre, dur, compacte, disposé par couches et parsemé de points brillans. On y trouve des pierres dont la plûpart ont une forme cylindrique, et qui sont

incrustées dans le rocher, et situées de différentes manières. La forme de ces pierres varie : on en voit qui sont arrondies par les deux bouts ; d'autres sont échancrées à l'une de leurs extrêmités. Il y en a qui sont plates par dessous, et relevées en bosse par dessus, divisées par une ligne bien marquée, en deux parties égales. Le volume de ces pierres varie depuis deux ou trois lignes de diamètre, jusqu'à la grosseur d'un melon.

Elles sont composées de plusieurs couches, qui ont une ou deux lignes d'épaisseur, et une couleur jaunâtre comme celle du rocher. Elles sont dures ; on ne les casse pas facilement ; mais leurs couches n'ont pas toutes la même dureté ; souvent la couche extérieure se détache au premier coup, sans que les couches intérieures soient cassées.

On distingue, sur la coupe transversale de ces pierres, les couches concentriques dont elles sont composées ; on voit au centre de la coupe un spath calcaire, qui s'étend comme un axe d'un bout à l'autre du cylindre. Il y a lieu de croire que dans le tems de la formation de ce sédiment cylindrique, il avait pour axe une substance ligneuse, qui s'est détruite, et que le suc lapidifique a déposé à sa place une matière spathique.

Essai sur la formation du Granitelle globuleux.

On a trouvé, il y a quelques années, dans l'île de Corse, sur le bord du Tanaro, au-dessous d'Olmetto, un bloc d'une très-belle pierre mêlangée de quartz et de schorl, comme le granitelle des Italiens, dont

elle ne différait qu'en ce qu'elle renfermait des globules d'environ deux pouces de diamètre, ce qui m'a déterminé à lui donner le nom de granitelle globuleux. La différence qui se trouve entre ces deux pierres n'est pas essentielle, puisqu'elles sont de même nature ; cette différence ne vient que des circonstances de leur formation.

Le granitelle simplement dit, a été formé par un mêlange confus de petits fragmens de quartz et de schorl, qui se sont agglutinés et qui ont pris une forte adhérence les uns avec les autres.

Le granitelle globuleux est aussi un mêlange de quartz et de schorl, mais ces deux substances sont disposées séparément et successivement par couches concentriques, qui forment plusieurs globules placés la plûpart les uns contre les autres, et tous réunis en masse et, pour ainsi dire, cimentés par un mêlange confus de schorl et de quartz, qui est du granitelle simple.

Il est certain que les globules du granitelle globuleux n'ont pu se former que dans des cavités du granitelle simple, ou avant la formation de ce granitelle. Je vais prouver que ces globules ne se sont pas formés dans des cavités.

Lorsqu'il y a dans une pierre une cavité qui se remplit d'eau chargée de molécules pierreuses, susceptibles de crystallisation, ces molécules s'attachent et se crystallisent contre les parois de la cavité. La couche extérieure des globules du granitelle globuleux est de quartz, qui est bien susceptible de crystallisation ; si cette couche s'était formée contre les parois d'une

cavité, sa surface intérieure serait hérissée de pointes de quartz pyramidal, ce qui n'est pas; donc cette couche ne s'est pas formée dans une cavité. Il en est de même des autres couches de quartz et des couches de schorl, dont les globules dont il s'agit sont composées.

Au contraire, si la formation de ces globes a commencé au milieu de l'eau par un noyau autour duquel il s'est formé plusieurs couches successives de schorl et de quartz, cette structure n'a pu se faire que par des mouvemens de rotation en différens sens, qui ont empêché toute crystallisation régulière, parce qu'elle ne peut se faire que dans un liquide en repos.

Il y a au centre des globules du granitelle globuleux un noyau de granitelle simple, et autour de ce noyau, des couches successives plus ou moins épaisses de schorl ou de quartz, ou mêlangées de ces deux substances en différentes proportions.

On peut, avec beaucoup de vraisemblance, se faire une idée des causes qui ont fourni ces deux substances, et qui les ont disposées par couches autour d'un noyau. L'eau mine les rochers et en détache des fragmens; elle brise ces fragmens en les charriant, et se charge de leurs molécules; dans cet état on lui donne la dénomination de suc lapidifique, parce qu'elle forme des pierres par le dépôt des molécules qu'elle tenait en suspension. Ces molécules s'insinuent entre les fragmens de pierres qui ont déjà été entraînés au fond de l'eau, s'y attachent, et en font des masses de pierres. Si ces fragmens et ces molécules sont de quartz, il y aura des carrières de quartz, si ces fragmens et ces

molécules sont de schorl, il y aura des carrières de schorl spathique ; si l'eau a charrié en même-tems des fragmens de quartz et de schorl, elle formera par le dépôt de ce mêlange une carrière de granitelle : on peut entendre de cette manière la formation des pierres mêlangées confusément, composées de plusieurs pierres de nature différentes. Mais comment les mêlanges réguliers peuvent-ils se faire par couches distinctes planes ou circulaires ?

Pour avoir une opinion vraisemblable sur ces deux objets, il faut considérer que les fragmens de pierre que l'eau entraîne, et les molécules qu'elle dépose, ne sont pas de même nature par-tout et en tout tems. Cette variété dépend de la nature des rivages que la mer entame, et des vents qui dirigent ses flots ; ainsi le flot qui viendra d'une rive formée par du quartz ou du schorl entraînera des fragmens de l'une ou de l'autre de ces pierres, et sera chargé de leurs molécules. Tant que le même vent durera, le dépôt des eaux de la mer sera le même dans les lieux où l'action de ce vent s'étendra ; mais dès qu'il s'élèvera un autre vent sur les mêmes eaux, leur cours changera, et leur dépôt se fera dans d'autres lieux, et sur des depôts d'autres substances qui l'auront précédé. Ainsi il y aura des couches de différentes substances pierreuses l'une sur l'autre ; elles seront planes, si la direction du flot est en ligne droite, ce qui se fait le plus souvent. Mais lorsque l'eau reçoit différentes impulsions, et que son mouvement est composé, son dépôt ne peut pas former des couches planes ; ses parties étant agitées

agitées en différens sens, sa surface est irrégulière, convexe ou concave en différens endroits. Un mouvement de l'eau circulaire et rapide doit faire rouler, tourner en rond et même soulever des corps pierreux, au fond des rivières ou de la mer. Si l'eau est chargée de molécules pierreuses, elles s'attacheront à ces corps solides, quoiqu'ils soient en mouvement, et formeront tout autour des couches additionnelles; je vais donner des preuves évidentes et palpables de cette assertion.

Il suffit de faire voir les incrustations qui se trouvent dans des conduites d'eau, sur le lit de certains ruisseaux, autour des plantes qui ont été submergées par une inondation, etc.; il est certain que ces incrustations se sont formées dans l'eau, et même dans l'eau courante. On a aussi la preuve, que plus le mouvement de l'eau a de force, plus ces incrustations ont de solidité et de dureté. Les eaux de la montagne de St.-Fiora en Toscane, près de Sienne, déposent des matières calcaires ou gypseuses dont elles sont chargées. On fait tomber ces eaux d'assez haut, sur un plan d'où elles rejaillissent de tous côtés, contre des modèles de médailles et de bas reliefs placés verticalement qu'elles incrustent; plus elles jaillissent avec force, plus la matière pierreuse qui s'attache aux modèles a de consistence, et mieux elle prend l'empreinte de ces moules: sans la force du jaillissement, la matière de l'incrustation resterait poreuse et friable. Ces faits prouvent que le mouvement de l'eau n'empêche pas qu'il ne se forme des incrustations au milieu de ce fluide.

Reste à prouver comment ces incrustations peuvent prendre des formes rondes ou arrondies, telles qu'on les voit sur les concrétions que l'on a appellées méconites, pisolites, dragées de Tivoli, etc. En effet, celles que les Italiens ont nommées *confetto di Tivoli* ressemblent si bien à des dragées, qu'on les prendrait pour des anis au premier coup-d'œil. Le procédé que suivent les confiseurs pour faire des anis dans un sirop de sucre, peut donner quelqu'idée de la manière dont les concrétions rondes se forment dans l'eau.

On met au fond d'une bassine des graines d'anis, de coriandre on de céleri; on verse dessus un sirop de sucre; on agite continuellement ces graines avec une spatule de bois, pour les empêcher de se coller les unes contre les autres. Le mouvement que la spatule imprime au sirop de sucre, suffit donc pour donner de la rondeur à la concrétion que le sucre forme autour des graines. Le mouvement circulaire de l'eau est encore plus favorable pour donner aussi une forme ronde aux concrétions pierreuses qui se forment autour des corps solides, que l'eau agite et soulève, comme il arrive dans les lieux où il y a un remoux.

Il se fait un remoux, lorsque, durant les marées, l'eau de la mer s'oppose au courant des fleuves à leur embouchure, ou lorsqu'une rivière entre dans une autre. Il y a aussi des remoux causés par d'autres obstacles qui détournent le cours de l'eau, tels qu'un angle rentrant dans le bord d'une rivière, une île au milieu de ses eaux, une baie dans le rivage de la mer, une île, la recontre des courans en diffé-

férentes directions, enfin toutes les circonstances qui contrarient ou qui augmentent le mouvement de l'eau; les détroits de la mer, les arches des ponts, entre leurs piles : le cours de l'eau est serré, et par conséquent accéléré ; au sortir de ce détroit, l'eau se porte de chaque côté, et fait un tournoiement dont le centre est marqué à la surface de l'eau par une concavité en forme d'entonnoir ou d'ombilic. Les tournoiemens qui se font dans la mer, doivent produire de très-grands-effets ; ils creusent des abîmes ; ils doivent soulever des corps solides, et les soutenir au centre de leur rotation.

Lorsque le noyau d'un globule de granitelle se trouve ainsi soulevé et au milieu d'une eau chargée de molécules de schorl ou de quartz, ces molécules s'attachent autour de ce noyau, et forment des couches successives, dont les surfaces doivent être polies par le frottement de l'eau. La substance des couches sera différente, lorsque l'eau leur fournira des molécules d'une autre nature ; ce changement doit arriver nécessairement toutes les fois que l'eau fouille un nouveau terrain dans l'abîme, ou dans les rives qu'elle entame, ou lorsque le vent l'amène d'un rivage dont le terrain est de nature différente. Il résulte de toutes ces causes, que les couches des globules du granitelle doivent être concentriques, et varier par la nature de leur substance et par leur épaisseur ; et de plus, la nature et l'épaisseur des couches doivent se correspondre dans les globules qui sont formées en même-tems et en même lieu : on reconnaît aisément tous ces caractères dans les globules de granitelle.

J'ai beaucoup insisté sur leur formation, parce que c'est une opération fréquente dans la nature, et qui produit de grandes masses. Il y a des carrières de pierre calcaire, composée de très-petits globules; il y en aussi de différentes grosseurs.

Les globules, après avoir été soutenus dans l'eau, pendant leur formation, au centre d'un mouvement de rotation, s'écartent de ce centre par différentes circonstances; alors ils tombent nécessairement au fond de la rivière ou de la mer, entrent dans le dépôt qui s'y trouve, en sont entourés, et s'y incorporent. Si ce dépôt est propre à faire du granitelle, et si les globules sont composés de couches de schoil spatique et de quartz, c'est un granitelle globuleux.

TRENTE-UNIÈME SÉANCE.

(*Premier Germinal.*).

MATHÉMATIQUES.

LAGRANGE, *Professeur.*

Citoyens, comme le tems destiné au cours entier de mathématiques est assez court; et comme d'ailleurs on a établi depuis peu sur les mathématiques des conférences particulières, on a désiré que celles qui devaient se tenir ici sur la même science fussent remplacées par des leçons, où l'on donnerait les développemens qui ne pourraient pas entrer dans le cours principal, et dans lesquelles on exposerait sur-tout la marche analytique des inventeurs, et les artifices qu'ils ont employés pour vaincre les difficultés qui pouvaient le

arrêter. Je continuerai donc à vous entretenir, comme je l'ai fait dans les dernières séances, et je parlerai aujourd'hui sur l'algèbre.

L'algèbre est une science presqu'entièrement due aux modernes. Je dis presqu'entièrement, car il nous reste un ouvrage grec, celui de *Diophante*, qui vivait dans le troisième siècle de l'ère chrétienne; cet ouvrage est le seul que nous devions aux anciens dans ce genre. Quand je parle d'anciens, je n'entends que les grecs; car les romains ne nous ont rien laissé sur les sciences : il paraît même qu'ils n'avaient rien fait pour elles.

Diophante peut être regardé comme l'inventeur de l'algèbre; en effet, par un mot de sa préface, ou plutôt de son épître d'envoi (car les anciens géomètres envoyaient leurs ouvrages à quelques-uns de leurs amis, comme on le voit aussi par les préfaces des ouvrages d'*Apollonius* et d'*Archimède*) par un mot, dis-je, de sa préface, on voit qu'il a été le premier à s'occuper de cette partie de l'arithmétique qui a été nommée depuis algèbre.

Son ouvrage contient les premiers élémens de cette science; il y emploie, pour exprimer la quantité inconnue, une lettre grecque qui répondait à l's *t*, et que dans la traduction on a remplacée par N : pour les quantités connues, il n'emploie que des nombres; car, pendant long-tems, l'algèbre n'a été destinée qu'à résoudre des questions numériques; mais on voit qu'il traite également les quantités connues et les inconnues pour former l'équation d'après les conditions du problème. Voilà ce qui constitue propre-

ment l'essence de l'algèbre : c'est d'employer des quantités inconnues, de les calculer comme les connues et d'en former une ou plusieurs équations, d'après lesquelles on puisse déterminer la valeur de ces inconnues. Quoique l'ouvrage de Diophante ne contienne presque que des questions indéterminées, dont on cherche une solution en nombres rationels, questions qu'on a nommées, d'après lui, questions de Diophante, on y trouve néanmoins la solution de quelques problêmes déterminés du premier degré, même à plusieurs inconnues. Mais l'auteur emploie toujours des artifices particuliers pour réduire la question à une seule inconnue, ce qui n'est pas difficile. Il y donne aussi la solution des équations du second degré ; mais il a l'art de les arranger de manière à ne pas tomber dans une équation composée, c'est-à-dire, qui contienne le quarré de l'inconnue avec sa première puissance.

Il se propose, par exemple, cette question, qui contient la théorie générale des équations du second degré : *Trouver deux nombres dont la somme et le produit soient donnés.* Si on fait la somme a et le produit b, d'après la théorie des équations qu'on vous a exposées, on a sur-le-champ l'équation $x^2 - ax + b = 0$.

Voici comment *Diophante* s'y prend ; la somme des deux nombres étant donnée, il en cherche la différence, et il prend cette différence pour l'inconnue. Il exprime ainsi les deux nombres, l'un par la moitié de la somme plus la moitié de la différence ; l'autre par la moitié de la somme moins la moitié de la différence, et il n'a plus qu'à satisfaire à l'autre condition, c'est-à-dire, à égaler leur produit au nombre donné.

Nommant a la somme donnée, x la différence inconnue, l'un des nombres sera $\frac{a+x}{2}$, et l'autre sera $\frac{a-x}{2}$ en les multipliant ensemble, on a $\frac{a^2-x^2}{4}$, de manière que le terme x disparait, et qu'en égalant cette quantité au produit donné b, on a l'équation simple $\frac{a^2-x^2}{4}=b$, d'où l'on tire $x^2=a^2-4b$, et de-là $x=\sqrt{a^2-4b}$. Diophante résout encore quelques autres questions du même genre : en employant à propos la somme ou la différence pour inconnue, il parvient toujours à une équation dans laquelle il n'a qu'à extraire une racine quarrée, pour avoir la solution de son problême.

Mais dans les livres qui nous sont restés (car tout l'ouvrage de *Diophante* ne nous est pas parvenu), il ne va pas au-delà des équations du second degré ; et nous ignorons si lui ou quelqu'un de ses successeurs, (car il ne nous est parvenu aucun ouvrage sur cette matière), a été au-delà des équations du second degré.

Je ferai encore une remarque à l'occasion de l'ouvrage de *Diophante* ; c'est qu'il établit en définition ce principe que + par — fait —, et — par — fait +. Mais je pense que c'est une faute des copistes, car il aurait dû plutôt l'établir comme un axiôme, ainsi qu'*Euclide* l'a fait à l'égard de quelques principes de géométrie : quoiqu'il en soit, on voit que Diophante regarde la règle des signes comme un principe évident par lui-même, et qui n'a pas besoin de démonstration. Cet ouvrage de Diophante est très-précieux, parce

qu'il contient les premiers germes d'une science, qui par les progrès immenses qu'elle a faits depuis, est devenue une de celles qui font le plus d'honneur à l'esprit humain. Il n'a été connu en Europe que vers la fin du seizième siècle ; on en a eu d'abord une traduction assez mauvaise faite par Xilander, vers le milieu du seizième siècle sur un manuscrit trouvé dans la bibliothèque *Vaticane*, où il avait été probablement apporté de Grèce, lorsque les turcs s'emparèrent de *Constantinople*.

Bachet de Meziriace, qui a été un des premiers membres de l'académie française, et qui était d'ailleurs assez bon géomètre pour son tems, en donna une nouvelle traduction, accompagnée de commentaires très-longs, qui à présent sont devenus inutiles. Mais cette édition a été ensuite réimprimée avec des observations et des notes de Fermat, un des plus célèbres géomètres de France, qui a vécu vers le milieu du dernier siècle, et dont on aura occasion de parler dans la suite, à cause des découvertes importantes qu'on lui doit dans l'analyse. Cette édition qui est de 1670, est la dernière qui ait été faite. Il serait à souhaiter qu'on fit passer dans la langue française par de bonnes traductions, non-seulement l'ouvrage de Diophante, mais encore le petit nombre d'ouvrages mathématiques que les grecs nous ont laissés.

Mais avant que l'ouvrage de *Diophante* fût connu en Europe, l'algèbre y avait déjà pénétré. En effet, il a paru vers la fin du quinzième siècle, à Venise, un ouvrage d'un cordelier italien, nommé Luc Pacciolo, sur l'arithmétique et la géométrie, où l'on trouve les

prèmières règles de l'algèbre ; c'est un des livres qui ont été imprimés dans les premiers tems de l'invention de l'imprimerie : le nom d'algèbre qu'on y donne à cette nouvelle science, indique assez qu'elle venait des Arabes. Il est vrai qu'on dispute encore sur la signification de ce mot arabe ; mais nous ne nous arrêterons pas à ces sortes de discussions qui nous sont étrangères ; il nous suffit que ce mot soit devenu le nom d'une science généralement connue, et qu'il n'y ait pas d'ambiguité à craindre, puisque jusqu'à présent, il n'a été employé à désigner aucune autre chose.

Nous ignorons, au reste, si les Arabes avaient inventé l'Algèbre d'eux-mêmes, ou s'ils l'avaient empruntée des Grecs : il y a apparence qu'ils avaient l'ouvrage de *Diophante ;* car après que les tems de barbarie et d'ignorance, qui suivirent leurs premières conquêtes, furent passés, ils commencèrent à s'adonner aux sciences, et à traduire en arabe tous les ouvrages grecs qui pouvaient y avoir rapport. Il est donc naturel de penser qu'ils avaient traduit aussi celui de *Diophante*, et c'est ce qui les aura engagés à pousser plus loin cette nouvelle science.

Quoiqu'il en soit, les Européens l'ayant reçue des Arabes, l'ont eue cent ans avant que l'ouvrage de *Diophante* leur fût connu ; mais elle n'allait pas au-delà des équations du premier et du second degré. Dans l'ouvrage de Pacciolo, dont nous avons parlé plus haut, on ne trouve pas la résolution générale des équations du second degré telle que nous l'avons ; mais on y trouve seulement des règles exprimées en mauvais vers latins, pour résoudre chaque cas parti-

culier suivant les différentes combinaisons des signes des termes de l'équation ; et ces règles même ne se rapportent qu'au cas où il y a des racines réelles et positives ; car on regardait encore les racines négatives comme insignifiantes et inutiles : c'est proprement la géométrie qui a fait connaître l'usage des quantités négatives, et c'est-là un des plus grands avantages qui soit résulté de l'application de l'algèbre à la géométrie, qu'on doit à Descartes.

On chercha ensuite la résolution des équations du troisième degré, et elle fut découverte par un géomètre de Bologne nommé Scipion Ferreo, mais seulement pour un cas particulier. Deux autres géomètres italiens, Tartalea et Cardan, la complétèrent ensuite et la rendirent générale pour toutes les équations de troisième degré ; car, à cette époque, l'Italie, qui avait été le berceau de l'algèbre en Europe, en était encore presque seule en possession. Ce ne fut que vers le milieu du seizième siècle, que des traités d'algèbre parurent en France, en Allemagne et ailleurs. Ceux de Lepelletier et de Buteon, imprimés, l'un en 1554, l'autre en 1559, sont les premiers que la France ait eus sur cette science.

Tartalea exposa sa solution en mauvais vers italiens, dans un ouvrage sur différentes questions et inventions, imprimé en 1546 ; ouvrage qui a aussi le mérite d'être un des premiers où l'on ait traité de la fortification moderne par bastions.

Cardan publia, dans le même tems, son traité *de Arte magnâ*, c'est à-dire, de l'algèbre, où il ne laisse presque rien à désirer sur la résolution des

équations du troisième degré. Cardan est encore le premier qui ait apperçu la multiplicité des racines des équations, et leur distinction en positives et négatives; mais il est sur-tout connu pour avoir le premier remarqué le cas qu'on appelle *irréductible*, et dans lequel l'expression des racines réelles est sous une forme imaginaire. Cardan se convainquit, par quelques cas particuliers, où l'équation a des diviseurs rationels, que cette expression n'empêchait pas que les racines n'eussent une valeur réelle; mais il restait à prouver que, non-seulement les racines sont réelles dans le cas irréductible, mais qu'elles ne peuvent même être toutes trois réelles que dans ce cas; c'est ce qu'a fait après lui Viète, et sur-tout Albert Girard, par la considération de la trisection de l'angle.

Nous reviendrons sur le cas irréductible des équations du troisième degré, non-seulement parce qu'il présente une nouvelle forme d'expressionsalgébriques, qui est devenue d'un usage très-étendu dans l'analyse, mais sur-tout parce qu'il donne encore lieu tous les jours à des recherches inutiles, pour réduire la forme imaginaire à une réelle, et qu'il offre ainsi en algèbre, un problême qu'on peut mettre sur la même ligne que les fameux problêmes de la duplication du cube, ou de la quadrature du cercle en géométrie.

Les mathématiciens de ce tems-là étaient dans l'usage de se proposer des problêmes à résoudre; c'étaient des défis publics qu'ils se faisaient, et qui servaient à exciter et à entretenir dans les esprits la fermentation nécessaire pour l'étude des sciences. Ces sortes de défis ont continué jusqu'au commencement

de ce siècle, entre les premiers géomètres de toute l'Europe ; et ils n'ont proprement cessé qu'à cau e des académies, qui remplissent le même but d'une manière encore plus avantageuse au progrès des sciences, soit par la réunion des connaissances des différens membres qui les composent, soit par les relations qu'elles entretiennent entr'elles. soit sur-tout par la publication de leurs mémoires, qui sert à répandre, parmi tous ceux qui s'intéressent aux sciences, les découvertes et les observations nouvelles.

Les défis dont nous venons de parler, suppléaient, en quelque sorte, au défaut des académies qui n'existaient pas encore, et on doit à ces défis plusieurs découvertes importantes d'analyse. Celle de la résolution des équations du quatrième degré, est de ce nombre.

On proposa ce problême :

Trouver trois nombres continuellement proportionnels, dont la somme soit 10, *et le produit des deux premiers soit* 6. Nommant pour plus de généralité a la somme des trois nombres, b le produit des deux premiers, et x, y ces deux nombres, on aura d'abord $xy = b$; ensuite le troisième nombre sera exprimé, à cause de la proportion continue, par $\frac{y^2}{x}$, de sorte que l'autre condition donnera $z + y + \frac{y^2}{x} = a$. De la première équation on tire $x = \frac{b}{y}$; cette valeur substituée dans la seconde, donnera $\frac{y\,b}{y} + y + \frac{y^3}{b} = a$; savoir, en faisant disparaître les fractions, et ordonnant

les termes, $y^4 + by^2 - aby + b^2 = 0$: équation du quatrième degré, sans le second terme.

Louis Ferrari de Bologne, au rapport de Bombelli, dont nous parlerons bientôt, parvint à la résoudre par une méthode ingénieuse, qui consiste à partager l'équation en deux parties, qui permettent l'extraction de la racine quarrée de part et d'autre : pour cela, il faut ajouter aux deux nombres des quantités, dont la détermination dépend d'une équation du troisième degré : de sorte que la résolution des équations du quatrième degré dépend de celle du troisième, et est sujette aux mêmes inconvéniens du cas irréductible.

L'algèbre de Bombelli, imprimée à Bologne, en 1579, en langue italienne, ne contient pas seulement la découverte de Ferrari, mais encore différentes remarques importantes sur les équations du second et du troisième degré, et sur-tout sur le calcul des radicaux, au moyen duquel l'auteur parvient, dans quelque cas, à tirer les racines cubes imaginaires des deux binomes de la formule du troisième degré dans le cas irréductible ; ce qui donne un résultat tout réel, et fournit la preuve la plus directe de la réalité de ces sortes d'expressions.

Voilà l'histoire succincte des premiers progrès de l'algèbre en Italie ; on parvint bientôt à résoudre les équations du troisième et du quatrième degré ; mais les efforts continus des géomètres, pendant près de deux siècles, n'ont pu entamer le cinquième degré.

Ils nous ont valu néanmoins tous les beaux théorèmes que vous avez vus sur la formation des équations

sur la nature et les signes des racines, sur la transformation d'une équation en d'autres, dont les racines soient composées, comme l'on voudra, des racines de la proposée ; enfin, sur la métaphysique même de la résolution des équations, d'où résulte la méthode la plus directe de parvenir à cette résolution, lorsqu'elle est possible ; c'est celle qui vous a été exposée dans les dernières leçons, et qui ne laisserait rien à desirer, si elle pouvait donner également la résolution des degrés supérieurs. Viète et Descartes en France, Harriot en Angleterre, Hudde en Hollande, ont été les premiers, après les Italiens dont nous venons de parler, à perfectionner la théorie des équations ; et depuis, il n'y a presque point eu de géomètre qui ne s'en soit occupé : de sorte que cette théorie, dans son état actuel, est le résultat de tant de recherches différentes, qu'il est très-difficile d'assigner l'auteur de chacune des découvertes qui la composent.

J'ai promis de revenir sur le cas irréductible. Pour cela il est nécessaire de rappeller la méthode qui paraît avoir servi à la première résolution des équations du troisième degré, et qui est encore employée dans la plûpart des élémens d'algèbre. Considérons l'équation générale du troisième degré, privée du second terme qu'on peut toujours faire disparaître, savoir ; $x^3 + px + q = 0$; qu'on suppose $x = y + z$, y et z étant deux nouvelles inconnues, dont une, par conséquent, sera à volonté, et pourra être déterminée de la manière qu'on jugera la plus convenable ; on aura, en substituant cette valeur, la transformée $y^3 + 3y^2z + 3yz^2 + z^3 + p(y+z) + q = 0$. Or, les deux

termes $3yz^2 + 3yz^2$ se réduisent à cette forme $3yz(y+z)$, de sorte qu'on peut écrire la transformée ainsi $y^3 + z^3 + (3yz + p)(y+z) + q = o$. Si maintenant on suppose égale à zéro la quantité qui multiplie $y + z$, ce qui est permis à cause des deux indéterminées, on aura d'un côté l'équation $3yz + p = o$, et de l'autre l'équation restante $y^3 + z^3 + q = o$, par lesquelles on pourra déterminer y et z. Le moyen qui se présente le plus naturellement pour cela est de tirer de la première la valeur de $z = -\frac{p}{3y}$, de la substituer dans la seconde, et de faire évanouir par la multiplication les fractions, ce qui donne cette équation en y du sixième degré qu'on appelle la réduite, $y^6 + qy^3 - \frac{p^3}{27} = o$, laquelle ne contenant que deux puissances de l'inconnue, dont l'une est le quarré de l'autre, est résoluble à la manière de celle du second degré, et donne sur-le-champ $y^3 = -\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}\right)}$ d'où, en extrayant la racine cubique on a $y = \sqrt[3]{\left(-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}\right)}\right)}$ et de-là $x = y + z = y - \frac{p}{3y}$. On rend cette expression de y plus simple, en remarquant que le produit de y par le radical $\sqrt[3]{\left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}\right)}\right)}$ est, en multipliant ensemble les quantités sous le signe, $\sqrt[3]{-\frac{p^3}{27}} = -\frac{p}{3}$; d'où il suit que le terme $\frac{p}{3y}$ devient

$-\sqrt[3]{(-\frac{q}{2}-\sqrt{(\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27})})}$; et que par conséquent on a $x=\sqrt[3]{(-\frac{q}{2}+\sqrt{(\frac{q^3}{4}+\frac{p^3}{27})})}+\sqrt[3]{(--\frac{q^2}{2}\sqrt{(\frac{q}{2}+\frac{p^3}{27})})}$ expression où l'on voit que le radical quarré, qui est sous le signe cubique, se trouve également en plus et en moins ; de sorte qu'il ne peut y avoir de ce côté-là aucune ambiguité. C'est l'expression connue sous le nom de formule de Cardan, et à laquelle toutes les méthodes qu'on a pu imaginer jusqu'ici pour les équations du troisième degré ont toujours conduit. Comme les radicaux cubes ne présentent naturellement qu'une seule valeur, on a été long-tems dans l'idée que cette formule ne pouvait donner qu'une des racines de l'équation, et pour trouver les deux autres, on revenait à l'équation primitive qu'on divisait par $x-a$, en supposant a la racine trouvée, et le quotient étant une équation du second degré, on la résolvait à la manière ordinaire. En effet, cette division est non-seulement toujours possible, mais même très-facile ; car dans le cas proposé, l'équation étant $x^3+px+q=0$, si a est une des racines, on aura $a^3+pa+q=0$; cette équation soustraite de la précédente, donnera $x^3-a^3+p(x-a)=0$, quantité divisible par $x-a$, et qui donnera pour quotient $x^2+ax+a^2+p=0$; de sorte que la nouvelle équation à résoudre, pour avoir les deux autres racines, sera $x^2+ax+a^2+p=0$; d'où il est aisé de tirer $x=-\frac{a}{2}+\sqrt{(-p-\frac{3a^2}{4})}$.

Je

Je vois par l'algèbre de Clairault, imprimée en 1746, et par l'article *cas irréductible* de d'Alembert, dans la première Encyclopédie, que cette idée subsistait encore à cette époque là ; mais c'est faire tort à l'algèbre que de l'accuser de ne pas donner des résultats aussi généraux que la question en est susceptible. Il ne s'agit que de savoir bien lire ce genre d'écriture et d'y voir tout ce qu'elle peut renfermer. En effet, dans le cas dont il s'agit, on ne faisait pas attention que toute racine cubique doit avoir une triple valeur, comme toute racine quarrée en aura une double, par la raison qu'extraire, par exemple, la racine cubique de a n'est autre chose que résoudre l'équation du troisième degré $x^3 - a = 0$; Cette équation, en faisant $x = y\sqrt[3]{a}$ se ramène à cette forme plus simple $y^3 - 1 = 0$ qui a d'abord la racine $y = 1$; ensuite en la divisant par $y - 1$, on a $y^2 + y + 1 = 0$, d'où l'on tire les deux autres racines $y = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$; ces trois racines sont donc les trois racines cubiques de l'unité, comme vous l'avez déjà vu, et donnent les trois racines cubiques de toute autre quantité comme a, en les multipliant par la racine cubique ordinaire de cette quantité. Il en est de même des racines quatrièmes, cinquièmes, etc.

Nommons, pour abréger, m et n les deux racines $\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$ et $\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$ qu'on voit bien être imaginaires quoique leur cube soit réel et égal à 1, comme on peut s'en convaincre par le calcul ; on

aura donc pour les trois

$m\sqrt[3]{a}, n\sqrt[3]{a}.$

Or, lorsque nous sommes parvenus ci-dessus dans la résolution de l'équation du troisième degré, à la réduite $y^3 = A$, en faisant pour abréger

$A = -\frac{q}{2} + \sqrt[3]{\left(\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}\right)}$, nous en avons déduit tout de suite $y = \sqrt[3]{A}$; mais par ce que nous venons de démontrer il est clair qu'on aura non-seulement $y = \sqrt[3]{A}$, mais encore $y = m\sqrt[3]{A}$; et $y = n\sqrt[3]{A}$. Donc la racine x de l'équation du troisième degré que nous avons trouvée $= y - \frac{p}{3y}$ aura aussi ces trois valeurs

$\sqrt[3]{A} - \frac{p}{3\sqrt[3]{A}}$, $m\sqrt[3]{A} - \frac{p}{3m\sqrt[3]{A}}$, et $n\sqrt[3]{A} - \frac{p}{3n\sqrt[3]{A}}$, qui seront par conséquent les trois racines de l'équation proposée. Mais en faisant

$$B = -\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}\right)}$$

il est clair que $AB = -\frac{p^3}{27}$; donc $\sqrt[3]{A} \times \sqrt[3]{B} = -\frac{p}{3}$; mettant donc $\sqrt[3]{B}$ à la place de $-\frac{p}{3\sqrt[3]{A}}$

remarquant de plus que $mn = 1$, et par conséquent $\frac{1}{m} = n$, $\frac{1}{n} = m$, les trois racines dont il s'agit seront exprimées ainsi : $x = \sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B}$, $x = m\sqrt[3]{A} + n\sqrt[3]{B}$, $x = n\sqrt[3]{A} = m\sqrt[3]{A}$.

On voit par-là que la méthode ordinaire, bien entendue, donne directement les trois racines, et n'en donne que trois ; j'ai cru ce petit détail nécessaire parce que si d'un côté on a long-tems accusé cette méthode de ne donner qu'une seule racine ; de l'autre, lorsqu'on eut apperçu qu'elle pouvait en donner trois, on crut qu'elle en devait donner six, en employant faussement toutes les combinaisons possibles des trois racines cubiques de l'unité 1, m, n, avec les deux radicaux cubiques $\sqrt[3]{A}$ et $\sqrt[3]{B}$.

On aurait pu parvenir directement aux résultats que nous venons de trouver, en remarquant que les deux équations $y^3 = z^3 + q + o$, et $3yz + p = o$, donnent $y^3 + z^3 = -q$ et $y^3 z^3 = -\frac{p^3}{27}$; d'où l'on voit sur le champ que y^3 et z^3 sont les racines d'une équation du second degré, dont le second terme sera q, et le troisième $-\frac{p^3}{27}$. Cette équation, qu'on appelle la réduite, sera donc $u^2 + qu - \frac{p^3}{27} = o$; et nommant A et B ses deux racines, on aura tout de suite $y = \sqrt[3]{A}$, $z = \sqrt[3]{B}$, où l'on observera qu'en

effet A et B auront les mêmes valeurs que nous avons assignées plus haut à ces mêmes lettres. Or, par ce que nous avons démontré ci-dessus, on aura également $y = m\sqrt[3]{A}$ ou $= n\sqrt[3]{A}$, et il en sera de même de la valeur de z ; mais l'équation $zy = -\frac{p}{3}$ dont nous n'avons employé que le cube, limite ces valeurs, et il est aisé de voir qu'elle exige que les trois valeurs correspondantes de z soient $\sqrt[3]{B}$, $n\sqrt[3]{B}$, et $m\sqrt[3]{B}$; d'où résulte, pour la valeur de x, qui est $+y = z$, les mêmes trois valeurs que nous avons trouvées.

Pour la forme de ces valeurs, il est visible d'abord qu'il ne peut y en avoir qu'une de réelle, tant que A et B seront des quantités réelles, puisque m et n sont des quantités imaginaires. Elles ne pourront donc être toutes les trois réelles que dans le cas où les racines A et B, de la réduite seront imaginaires, c'est-à-dire, lorsque la quantité $\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}$ qui se trouve sous le signe radical, sera négative ; ce qui n'a lieu que lorsque p est négatif, et plus grand que $3\sqrt[3]{\frac{q^2}{4}}$; c'est le cas qu'on appelle *irréductible*.

Puisque dans ce cas $\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}$ est une quantité négative, supposons-là égale à $-g^2$, g étant une quantité quelconque réelle, et faisant, pour plus de simplicité $-\frac{q}{2} = f$, les deux racines A et B de la

réduite prendront cette forme :

$$A = f + g\sqrt{-1},\ B = f - g\sqrt{-1}.$$

Or, je dis que si $\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B}$ qui est une des racines de l'équation du troisième degré, est réelle, les deux autres racines exprimées par $m\sqrt[3]{A} + n\sqrt[3]{B}$, et $n\sqrt[3]{A} + m\sqrt[3]{B}$ seront réelles aussi. En effet, supposons $\sqrt[3]{A} = t$, $\sqrt[3]{B} = u$, on aura d'abord $t + u = h$, h étant par l'hypothèse une quantité réelle ; or $tu = \sqrt[3]{AB}$, et $AB = f^2 + g^2$; donc $tu = \sqrt[3]{f^2 + g^2}$; l'équation précédente, étant élevée au quarré, donne $t^2 + 2tu + u^2 = h^2$; retranchant $4tu$, on aura $(t - u)^2 + h^2 - 4\sqrt[3]{f^2 + g^2}$; j'observe que cette quantité doit être nécessairement négative ; car, si elle était positive et $= k^2$, on aurait $(t - u)^2 = k^2$, donc $t - u = k$; donc puisque $t + u = h$, on aurait $t = \frac{h + k}{2}$ et $tu = \frac{h - k}{2}$, quantités réelles ; donc t^3 et u^3 seraient aussi des quantités réelles ; ce qui est contre l'hypothèse, puisque ces quantités sont égales à A et B, toutes deux imaginaires.

Donc la quantité $h^2 - 4\sqrt[3]{f^2 + g^2}$ sera essentiellement négative. Supposons-la égale à $-k^2$, donc

$(t-u)^2 = -k^2$, et tirant la racine quarrée $t-u = k\sqrt{-1}$, donc $t = \frac{h+k\sqrt{-1}}{2} = \sqrt[3]{A}$, $u = \frac{h-k\sqrt{-1}}{2} = \sqrt[3]{B}$.

Telle sera donc nécessairement la forme des deux radicaux cubes $\sqrt[3]{f+g\sqrt{-1}}$, et $\sqrt[3]{f-g\sqrt{-1}}$, forme à laquelle on parvient directement, en réduisant ces radicaux en série par le théorème de Newton, comme vous l'avez déjà vu dans les leçons du Cours principal. Mais comme les démonstrations par les séries peuvent laisser quelques nuages dans l'esprit, j'ai voulu en rendre la précédente tout-à-fait indépendante.

Si donc $\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} = h$ on aura $\sqrt[3]{A} = \frac{h+k\sqrt{-1}}{2}$. et $\sqrt[3]{B} = \frac{h-h\sqrt{-1}}{2}$; or on a trouvé plus haut $m + \frac{-1}{2} = \frac{\sqrt{-3}}{2}$, $n = \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$; donc multipliant ces quantités ensemble, on aura $m\sqrt[3]{A} + n\sqrt[3]{B} = \frac{-h+k\sqrt{3}}{2}$, et $n\sqrt[3]{A} + m\sqrt[3]{B} = \frac{-h-k\sqrt{3}}{2}$, quantités réelles. Ainsi donc si la racine h est réelle, les deux autres le seront aussi nécessairement dans le cas irréductible, et ne pourront l'être que dans ce cas, comme nous l'avons vu ci-

dessus. Mais la difficulté est toujours de démontrer directement que $\sqrt[3]{f-g\sqrt{-1}}+\sqrt[3]{f-g\sqrt{-1}}$ que nous avons supposé $=h$ est toujours une quantité réelle, quelles que soient les valeurs f et g. On y peut parvenir dans des cas particuliers, en extrayant la racine cubique, lorsque cette extraction peut se faire exactement. Par exemple, si $f=2$, $g=11$, on trouvera que la racine cubique de $2+11\sqrt{-1}$ sera $2+\sqrt{-1}$, et de même celle de $2-11\sqrt{-1}$ sera $2-\sqrt{-1}$; de sorte que la somme des deux radicaux sera égale à 4. On peut faire ainsi une infinité d'exemples, et c'est de cette manière que Bombelli s'est convaincu de la réalité de l'expression imaginaire de la formule du cas irréductible. Mais cette extraction n'étant possible en général que par les séries, l'on ne peut parvenir de cette manière à une démonstration générale et directe de la proposition dont il s'agit.

Il n'en est pas de même des radicaux quarrés et de tous ceux dont l'exposant est une puissance de 2. En effet, si on a la quantité $\sqrt{f+g\sqrt{-1}}+\sqrt{f-g\sqrt{-1}}$, composée de deux radicaux imaginaires, son quarré sera $2f+2\sqrt{f^2+g^2}$, quantité nécessairement positive; donc extrayant la même racine quarrée, on aura $\sqrt{2f+2\sqrt{f^2+g^2}}$ pour la valeur réelle de la quantité proposée. Mais, si au lieu de la somme, on avait la différence des mêmes radicaux, alors son quarré serait $2f-2\sqrt{f^2+g^2}$, quantité nécessairement négative; et tirant la racine

quarrée, on aurait l'expression imaginaire simple $\sqrt{2f-\sqrt{f^2+g^2}}$.

Si on avait la quantité $\sqrt[4]{f+g\sqrt{-1}}+\sqrt[4]{f+g\sqrt{-1}}$, on l'éleverait d'abord au quarré, ce qui donnerait $\sqrt{f+g\sqrt{-1}}+\sqrt{f-g\sqrt{-1}}+2\sqrt[4]{f^2+g^2}=\sqrt{2(f\quad\sqrt{f^2+g^2}}+2\sqrt[4]{f^2+g^2}$, quantité réelle et positive ; on aura donc aussi, en extrayant la racine quarrée, une valeur réelle pour la quantité proposée, et ainsi de suite. Mais si on voulait appliquer cette méthode aux radicaux cubiques, on retomberait dans une équation du troisième degré, dans le cas irréductible.

Soit en effet $\sqrt[3]{f+g\sqrt{-1}}+\sqrt[3]{f-g\sqrt{-1}}=x$ en élevant d'abord au cube, on aura $2f+3\sqrt[3]{f^2+g^2}+(\sqrt[3]{f+g\sqrt{-1}}+\sqrt[3]{f-g\sqrt{-1}})=x^3$, savoir $2f+3x\sqrt[3]{f^2+g^2}=x^3$, ou bien $x^3-3x\sqrt[3]{f^2+g^2}-2f=0$, formule générale du cas irréductible ; puisque $\frac{1}{4}(2f)^2+\frac{1}{27}(-3\sqrt[3]{f^2+g^2})^3=-g$, etc. Si $g=0$, on aura $x=2\sqrt[3]{f}$, il faudrait donc prouver que g ayant une valeur quelconque, x aura aussi une valeur cor-

respondante réelle. Or l'équation précédente donne $\sqrt[3]{f^2+g^2} = \frac{x^3-2f}{3x}$; et élevant au cube f^2+g^2 $= \frac{x^9-6x^6f+12x^3f^2-8f^3}{27x^3}$; d'où g^2 $= \frac{x^9-6x^6f-15x^3f^2-8f^3}{27x^3}$, équation qu'on peut mettre sous cette forme

$$g^2 = \frac{(x^3-8f)(x^3+f)^2}{27x^3}$$, ou bien sous celle-ci

$$g^2 = \frac{1}{27}\left(1-\frac{8f}{x^3}\right)(x^3+f)^2.$$

Cette dernière forme fait voir que g est nul, lorsque $x^3 = 8f$; qu'ensuite g augmente toujours son interruption, lorsque x augmentera; car le facteur $(x^3+f)^2$ augmentera toujours, et l'autre facteur $1-\frac{8f}{x^3}$ augmentera aussi, parce que le dénominateur x^3 augmentant, la partie négative $-\frac{8f}{x^3}$ qui est d'abord $=1$ deviendra toujours moindre que 1. Ainsi en faisant augmenter par degrés insensibles la valeur de x^3, depuis $8f$ jusqu'à l'infini, la valeur de g^2 augmentera aussi par degrés insensibles, et correspondans depuis zéro jusqu'à l'infini. Donc réciproquement à chaque valeur de g^2, depuis zéro jusqu'à l'infini, il répondra une valeur de x^2 comprise entre $8f$ et l'infini; et comme cela a lieu, quelle que soit la valeur de f, on en peut conclure légitimement que quelles que soient les valeurs de f et g, la valeur correspondante x^3, et par consé-

quent aussi de x sera toujours réelle. Mais comment assigner cette valeur ? il ne paraît pas qu'elle puisse être représentée autrement que par l'expression imaginaire, ou par l'expression en série, qui en est le développement. Aussi doit-on regarder ces sortes d'expressions imaginaires, qui répondent à des quantités réelles, comme formant une nouvelle classe d'expressions algébriques, qui quoiqu'elles n'aient pas, comme les autres expressions, l'avantage de pouvoir être évaluées en nombres dans l'état où elles sont, ont néanmoins celui qui est le seul nécessaire aux opérations algébriques, de pouvoir être employées dans ces opérations, comme si elles ne contenaient point d'imaginaires. Elles ont de plus l'avantage de pouvoir servir aux constructions géométriques, comme on le verra dans la théorie des sections argulaires ; de sorte qu'elles peuvent toujours être représentées exactement par des lignes ; et quant à leur valeur numérique, on pourra toujours la trouver à très-peu près, et aussi exactement qu'on voudra par la résolution approchée de l'équation d'où elles dépendent, ou bien par les tables trigonométriques connues. En effet, on démontre en géométrie, que si dans un cercle dont le rayon est r, on prend un arc dont la corde soit c, et qu'on nomme x la corde de l'arc, qui sera le tiers de celui-là, on a pour la détermination de x l'équation du troisième degré $x^3 - 3r^2x + r^2c = \rho$, équation qui tombe dans le cas irréductible, puisque c est toujours nécessairement moindre que $2r$; et qui à cause des deux arbitraires r et t, peut représenter toutes les équations de ce genre ; car en la comparant avec l'équation générale

$x^3 + p\,x + q = o$, on aura $r = \sqrt{-\frac{p}{3}}$, et $c = -\frac{3q}{p}$. De sorte qu'on aura tout de suite par la trisection de l'arc qui répond à la corde c dans un cercle de rayon r, la valeur d'une racine x, qui sera la corde de la troisième partie de cet arc ; or par la nature du cercle, une même corde c répond non-seulement à l'arc s, mais encore (en nommant la circonférence entière u) aux arcs $u - s$, $2u + s$, $3u - s$ etc. les arcs $u + s$, $2u - s$, $3u + s$, etc. ont aussi la même corde, mais prise négativement, parce que les cordes au bout d'une circonférence, deviennent zèro, et ensuite négatives ; et ne redeviennent positives qu'au bout de deux circonférences, etc., comme vous pouvez le voir aisément. Donc les valeurs de x, seront non-seulement la corde de l'arc $\frac{s}{3}$, mais encore celles des arcs $\frac{u-s}{3}$, $\frac{2u+s}{3}$ et ce seront là les trois racines de l'équation donnée. Si on voulait employer encore les arcs suivans qui ont la même corde c, on ne ferait que retrouver les mêmes racines ; car l'arc $3u - s$ donnerait la corde de $\frac{3u-s}{3}$ savoir de $u - \frac{s}{3}$, qu'on a déjà vu être la même, que celle de $\frac{s}{3}$ et ainsi des autres.

Comme dans le cas irréductible le coëfficient p est nécessairement négatif, la valeur de la corde donnée c sera positive ou négative, suivant que q sera positif ou négatif. Dans le premier cas, on prendra pour s l'arc sous-entendu par la corde positive $c = -\frac{3p}{q}$;

le second cas se réduit au premier, en faisant x négatif, ce qui fait changer de signe au dernier terme : de sorte qu'en prenant de même pour s l'arc sous-entendu par la corde positive $\frac{3p}{q}$, on n'aura qu'à changer le signe des trois racines.

Quoique tout ce que nous venons de dire puisse suffire pour ne laisser aucun doute sur la nature des racines des équations du troisième degré, nous allons y ajouter encore quelques réflexions sur la méthode même par laquelle on trouve ces racines. Celle qu'on a exposée plus haut, et qu'on appelle communément la méthode de Cardan, quoiqu'il me semble que c'est de Hudde que nous la tenons, a souvent été accusée, et elle peut encore l'être tous les jours, de ne donner dans le cas irréductible, les racines sous une forme imaginaire, que parce qu'on y fait une supposition qui est contradictoire avec l'état même de l'équation. En effet, l'esprit de cette méthode consiste à supposer l'inconnue égale à deux indéterminées $y + z$, pour pouvoir ensuite séparer l'équation résultante $y^3 + z^3 + (3yz + p)(y + z) + q = 0$ en ces deux-ci $3yz + p = 0$, et $y^3 + z^3 + q = 0$: or en mettant la première sous cette forme $y^3 z^3 = -\frac{p^3}{27}$, il est visible que la question se réduit à trouver deux nombres y^3 et z^3, dont la somme soit $-q$ et le produit $-\frac{p^3}{27}$; ce qui est impossible, à moins que le quarré de la demi-somme ne surpasse le produit, puisque la différence de ces deux quantités

est égale au quarré de la demi-différence des nombres cherchés.

On conclud de-là qu'il n'est pas étonnant qu'en faisant une supposition impossible à réaliser en nombres, on tombe dans des expressions imaginaires, et on est induit à croire qu'en s'y prenant autrement on pourrait éviter ces expressions, et n'en avoir que de toutes réelles.

Comme on pourrait faire à-peu-près le même reproche aux autres méthodes qui ont été trouvées depuis, et qui sont toutes plus ou moins fondées sur la méthode des indéterminées, c'est-à-dire, sur l'introduction de quelques quantités arbitraires qu'on détermine, de manière à satisfaire à des conditions supposées, nous allons considérer la question en elle-même, et indépendamment d'aucune supposition. Reprenons pour cela l'équation $x^3 + p\,x^3 + q = 0$, et supposons que ces trois racines soient a, b, c.

Par la théorie des équations, le premier nombre sera formé du produit des trois quantités $x - a$, $x - b$, $x - c$, qui est $x^3 - (a + b + c)\,x^2 + (a\,b + a\,c + b\,c)\,x - a\,b\,c$; de sorte la comparaison des termes donnera $a + b\,c = 0$, $a\,b + a\,c + b\,c = p$, $a\,b\,c = -q$. Comme l'équation est d'un degré impair, on est assuré, ainsi que vous l'avez déjà vu, et que vous le verrez encore dans la leçon qui suivra celle-ci, qu'elle a nécessairement une racine réelle. Soit c cette racine, la première des trois équations qu'on vient de trouver donnera $c = -a - b$, d'où l'on voit d'abord que $a + b$ sera nécessairement aussi une quantité réelle; cette valeur de c substituée dans la seconde et la troisième don[illegible]

$ab - a^2 - ab - ab - b^2 = p$, $ab(a+b) = -q$, savoir $a^2 + ab + b^2 = -p$, $ab(ab) = q$; d'où il faudrait tirer a et b; la dernière donne $ab = \frac{q}{a+b}$, d'où je couclus que ab sera nécessairement aussi une quantité réelle. Considérons maintenant la quantité $\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}$; ou bien en faisant disparaître les fractions, la quantité $27q^2 + 4p^3$ du signe de laquelle dépend le cas irréductible; en y substituant pour p et q leurs valeurs ci-dessus en a et b, on trouvera après les réductions que cette quantité devient égale au quarré de $2a^3 - 2b^3 + 3a^2b - 3ab^2$ pris négativement; de sorte qu'en changeant les signes, et extrayant la racine quarrée, on aura $2a^3 - 2b^3 + 3a^2b - 3ab^2 = \sqrt{-27q^2 - 4p^3}$; d'où il est d'abord aisé de conclure que les deux racines a et b ne sauraient être réelles, à moins que la quantité $27q^2 + 4p^3$ ne soit négative : mais je vais démontrer que dans ce cas qui est, comme l'on voit le cas irréductible, les deux racines a et b seront nécessairement réelles; car la quantité $2a^3 - 2b^3 + 3a^2b - 3ab^2$, se réduit à cette forme $(a-b)(2a^2 + 2b^2 + 5ab)$, comme il est aisé de s'en assurer par la multiplication actuelle : or, nous avons déjà vu que les deux quantités $a+b$ et ab sont nécessairement réelles, d'où $2a^2 + 2b^2 + 5ab = 2(a+b)^2 + ab$ sera aussi nécessairement une quantité réelle; donc l'autre facteur $a - b$ sera réel aussi, lorsque le radical $\sqrt{-27q^2 + 4p^3}$ est réel; donc

$a + b$ et $a - b$ étant des quantités réelles, il s'ensuit que a et b seront l'une et l'autre réelle. Nous avions déjà démontré plus haut ces théorèmes d'après la forme même des racines ; mais la démonstration présente est à quelques égards plus générale et plus directe, étant tirée des principes de la chose. On n'a rien supposé, et la condition du cas irréductible n'a point introduit d'imaginaires ; mais il faut trouver les valeurs de a et b, au moyen des équations ci-dessus. Pour cela, j'observe que le premier membre de l'équation $a^3 - b^3 + \frac{1}{2}(a^2 b - a b^2) = \frac{1}{2}\sqrt{-27 q^2 - 4 p^3}$ peut devenir un cube parfait, en y ajoutant le premier membre de l'équation $a b (a + c) = -q$ multiplié par $3\sqrt{-3}$, et la racine de ce cube sera $\frac{1 - \sqrt{-3}}{2} b - \frac{1 + \sqrt{-3}}{2} a$; de sorte qu'extrayant la racine cubique de part et d'autre, on aura la quantité $\frac{1 - \sqrt{-3}}{2} b - \frac{1 + \sqrt{-3}}{2} a$ exprimée en quantités connues, et comme le radical $\sqrt{-3}$ peut aussi être pris en $-$, on aura aussi la quantité $\frac{1 + \sqrt{-3}}{3} b - \frac{1 - \sqrt{-3}}{2} a$ exprimée en quantités connues ; d'où l'on tirera les valeurs de a et b. Mais ces valeurs contiendront la quantité imaginaire $\sqrt{-3}$ qui a été introduite pat la multiplication, et se réduiront à la même forme que les deux racines $m\sqrt[3]{A} + n\sqrt[3]{B}$ et $n\sqrt[3]{A} + m\sqrt[3]{B}$ que nous avons trouvées

plus haut ; ensuite la troisième racine $c = -a - b$ deviendra $\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B}$. Dans cette méthode on voit que la quantité imaginaire n'est employée que pour faire réussir l'extraction de la racine cubique, sans laquelle on ne pourrait déterminer séparément les valeurs a et b ; et comme il paraît impossible d'y parvenir autrement, on peut regarder comme une vérité démontrée, que l'expression générale des racines de l'équation du troisième degré dans le cas irréductible, ne saurait être indépendante des imaginaires.

Passons aux équations du quatrième degré. Nous avons déjà dit que l'artifice qui avait servi d'abord à résoudre ces équations consistait à les préparer, de manière qu'on pût extraire la racine quarrée des deux membres, ce qui les abaissait au second degré. Voici comment : soit $x^4 + p x^2 + q x + r = o$ l'équation générale du quatrième degré, privée de son second terme, ce qui est toujours possible, comme vous le savez, en augmentant ou diminuant les racines d'une quantité convenable ; qu'on la mette sous cette forme $x^4 = -p x^2 - q x - r$, et qu'on y ajoute de part et d'autre les termes $2 x^2 y + y^2$ qui contiennent une nouvelle indéterminée y, et qui n'empêchent pas que le premier membre ne soit encore un quarré, on aura $(x^2 + y) = (2y - p) x^2 - q x + y^2 - r$. Faisons maintenant en sorte que le second membre soit aussi un quarré, il faudra pour cela que l'on ait $4(2y - p)(y^2 - r) = q^2$, et alors la racine du quarré sera $x\sqrt{2y - p} - \frac{q}{2\sqrt{2y - p}}$.

Ainsi pourvu que la quantité y satisfasse à l'équation

tion précédente, qui devient par le développement $y^3 - \frac{py^2}{2} - ry + \frac{pr}{2} - \frac{q^2}{8} = o$, et qui n'est comme l'on voit que du troisième degré, la proposée se réduira par l'extraction de la racine quarrée à celle-ci $x^2 + y = \sqrt{2y - p} - \frac{q}{\sqrt{2y - p}}$, où l'on peut prendre le radical $\sqrt{2y - p}$ en plus et en moins: de sorte qu'on aura proprement deux équations du second degré dans lesquelles la proposée se trouvera décomposée, et dont les racines donneront les quatre racines de la proposée; ce qui fournit le premier exemple de la décomposition des équations en d'autres degrés intérieurs.

La méthode de Descartes, qu'on suit communément dans les élémens de l'algèbre, est fondée sur le même principe, et consiste à supposer immédiatement que la proposée soit produite par la multiplication de deux équations du second degré, telles que $x^2 - ux + s = o$ et $x^2 + ux + t = o$, u, s, t étant des coëfficiens indéterminés; en les multipliant l'une par l'autre, on a $x^4 + (s + t - u^2)x^2 + (s - t)ux + st = r$, dont la comparaison avec la proposée, donne $s + t - u^2 = p$, $(s - t)u = q$ et $st = r$; les deux premières équations donnent $2s = p + u^2 + \frac{q}{u}$, $2t = p + u^2 - \frac{q}{u}$; ces valeurs étant substituées dans la dernière $st = r$, on aura une équation en u du sixième degré, mais qui ne contenant que les puissances paires de u, sera résoluble comme celles du

troisième. Au reste, si dans cette équation on substitue $2y - p$ pour u^2, on aura la même réduite en y que nous avons trouvée ci-dessus par l'ancienne méthode.

Ayant ainsi la valeur u^2, on aura celles de s et t, et la proposée se trouvera décomposée en deux équations du second degré, qui donneront les quatre racines cherchées. Cette méthode, ainsi que la précédente, donne lieu à un doute qui vient de ce que la réduite en u^2 ou en y étant du troisième degré, doit avoir trois racines ; de sorte qu'on pourrait être incertain, laquelle de ces trois racines il faudrait employer. Cette difficulté se trouve bien résolue dans l'algèbre de Clairault, où l'on fait voir d'une manière directe que l'on a toujours les mêmes quatre racines ou valeurs de x, laquelle des trois racines de la réduite on y emploie. Mais cette généralité inutile nuit à la simplicité qu'on peut desirer dans l'expression des racines de l'équation proposée, et l'on doit préférer les formules que l'on vous a données dans le cours principal, et où les trois racines de la réduite entrent également. Voici encore une manière de parvenir à ces mêmes formules, moins directe que celle qui vous a déjà été exposée, mais qui, d'un autre côté, a l'avantage d'être analogue à celle de Cardan, pour les équations du troisième degré.

Je reprends l'équation $x^4 + px^2 + qx + r = 0$, et j'y suppose $x = y + z + t$, j'aurai d'abord $x^2 = y^2 + z^2 + t^2 + 2(yt + zt)$, ensuite quarrant de nouveau, j'ai $x^4 = (y^2 + z^2 + t^2)^2 + 4(y^2 + z^2 + t^2)(yz + yt + zt) + 4(yz + yt + zt)^2$;

or $(yz+yt+zt)^2 = y^2z^2+y^2t^2+z^2t^2+2y^2zt+2yz^2t+2yzt^2 = y^2z^2+y^2t^2+z^2t^2+2yzt(y+z+t)$. Je substitue ces valeurs de x, x^2, x^4 dans la proposée, et je mets ensemble les termes qui se trouvent multipliés par $y+z+t$, ainsi que par $yz+yt+zt$; j'ai la transformée $(y^2+z^2+t^2)^2+p(y^2+z^2+t^2)+(4(y^2+z^2+t^2)+2p(yz+yt+zt)+4(y^2z^2+y^2t^2+z^2t^2)+(8yzt+p)(y+z+t)+r=0$. Maintenant, comme pour les équations du troisième degré, nous avons fait évanouir les termes qui contenaient $y+z$, nous ferons de même disparaître ici les termes qui contiennent $y+z+t$ et $yz+yt+yz$; ce qui nous donnera les deux équations de condition $8yzt+q=0$, et $4(y^2+z^2+z^2)+2p=0$; il restera alors l'équation $(y^2+z^2+t^2)z+p(y^2+z^2+t^2)+4(y^2z^2+y^2t^2+z^2t^2)+r=0$; et ces trois équations détermineront les trois quantités y, z, t. La seconde donne d'abord $y^2+z^2+t^2=-\frac{p}{2}$; et cette valeur étant substituée dans la troisième, on aura $y^2z^2+y^2t^2+z^2t^2=\frac{p^2}{16}-\frac{r}{4}$. De plus la première étant élevée au quarré, donne $y^2z^2t^2=\frac{q^2}{64}$.

Donc par la théorie générale de la formation des équations, les trois quantités y^2, z^2, t^2, seront les racines d'une équation du troisième degré de la forme $u^3+\frac{p}{2}u^2+\left(\frac{p^2}{16}-\frac{r}{2}\right)u-\frac{q^2}{64}=0$; de sorte que si on nomme a, b, c, les trois racines de cette équa-

tion, que nous nommerons la *réduite*, on aura $y=\sqrt{a}$, $z=\sqrt{b}$, $t=\sqrt{c}$; et la valeur de x sera exprimée par $\sqrt{a}+\sqrt{b}\sqrt{c}$. Comme les trois radicaux peuvent être pris chacun avec le signe plus ou moins, on aurait, en faisant toutes les combinaisons possibles, huit valeurs différentes de x ; mais il faut observer que, dans l'analyse précédente, nous avons employé l'équation $y^2 z^2 t^2 = \frac{q^2}{64}$, tandis que l'équation donnée immédiatement est $y\ z\ t = -\frac{q}{8}$, ainsi il faudra que le produit des trois quantités x, y, z, c'est-à-dire, des trois radicaux $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$, soit de signe contraire à celui de la quantité q. D'où il suit 1°. que, q étant une quantité négative, il devra y avoir dans l'expression de y ou trois radicaux positifs, ou un positif et deux négatifs. On n'aura donc que ces quatre combinaisons $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$, $\sqrt{a}-\sqrt{b}-\sqrt{c}$, $-\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}$, $-\sqrt{a}-\sqrt{b}+\sqrt{c}$, qui seront par conséquent les quatre racines de la proposée du quatrième degré ; 2°. si q est une quantité positive, alors il devra y avoir dans l'expression de x ou trois radicaux négatifs, ou un négatif et deux positifs, ce qui donnera ces quatre autres combinaisons $-\sqrt{a}-\sqrt{b}-\sqrt{c}$, $-\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$, $\sqrt{a}-\sqrt{b}+\sqrt{c}$, $\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}$, qui seront les quatre racines de la proposée.

Maintenant si les trois racines a, b, c, de la réduite du troisième degré sont toutes réelles et positives, il est visible que les quatre racines précédentes seront

toutes réelles aussi ; mais si parmi les trois racines réelles a, b, c, il y en a de négatives, les quatre racines de la proposée seront évidemment imaginaires. Ainsi, outre la condition de la réalité des trois racines de la réduite, il faudra encore, pour le premier cas, suivant la règle de Descartes que vous connaissez, que les coëfficiens des termes de cette réduite soient alternativement positifs et négatifs, et que, par conséquent, on ait p négatif et $\frac{p^2}{16} - \frac{r}{4}$, positif, savoir : $p^2 > 4r$. Si une de ces conditions manque, la proposée du quatrième degré ne pourra pas avoir ses quatre racines réelles. Si la réduite n'a au contraire qu'une seule racine réelle, on observera d'abord qu'à cause du dernier terme négatif de cette réduite, la racine réelle sera nécessairement positive ; ensuite il est aisé de voir par les expressions générales que nous avons données des racines de l'équation du troisième degré, privée de son second terme, forme à laquelle il est aisé de ramener la réduite en u, en augmentant simplement toutes les racines de la quantité $\frac{p}{6}$, il est aisé, dis-je, de voir que les deux racines imaginaires de cette réduite seront de la forme $f + g\sqrt{-1}$, et $f - g\sqrt{-1}$. Donc prenant a pour la racine réelle, et b, c, pour les deux imaginaires, $\sqrt{a}$ sera une quantité réelle, et $\sqrt{b} + \sqrt{c}$ sera réelle aussi, par ce que nous avons démontré plus haut ; et au contraire $\sqrt{b} - \sqrt{c}$ sera une quantité imaginaire. D'où l'on peut conclure que des quatre racines trouvées pour l'équation proposée du quatrième degré,

les deux premières seront réelles et les deux autres imaginaires.

Au reste, si dans la réduite en u on fait $u = s - \frac{p}{6}$ pour en faire disparaître le second terme et le ramener à la forme que nous avons examinée, on aura cette transformée en s, $s^3 - (\frac{p^2}{48} + \frac{r}{4})\, s - \frac{p^3}{864} + \frac{pr}{24} - \frac{q^2}{64} = 0$; de sorte que la condition de la réalité des trois racines de la réduite sera $4\,(\frac{p^2}{48} + \frac{r}{4})^3 > 27\,(\frac{p^3}{864} - \frac{pr}{24} + \frac{q^2}{64})^2$.

PHYSIQUE.

HAUY, *Professeur.*

LA mécanique pendant long-tems n'avait employé l'eau comme force motrice, qu'en profitant du cours naturel de ce liquide, ou en lui ménageant une chûte, pour lui soumettre le jeu des machines qu'il dirigeait par une impulsion toujours renaissante. Les expériences entreprises sur la force de l'eau réduite en vapeurs, firent naître l'idée de l'appliquer avec d'autant plus d'avantage au même objet, qu'indépendamment de sa grande énergie, elle peut être transportée par-tout où l'appelleront les besoins du commerce et des arts.

L'exécution des machines à vapeur a eu, comme celle de toutes les autres machines, ses différentes époques, auxquelles répondent successivement de nouveaux degrés de perfection. Diminuer, autant qu'il est possible, la quantité de la voporisation nécessaire à l'effet qu'on a en vue, et par-là ménager le combustible; joindre à cette première économie celle de la matière et de la main-d'œuvre, en resserrant les dimensions des pièces, sans nuire aux résultats; prévenir les explosions, par de sages précautions prises contre un agent dont la puissance devient destructive, quand elle n'est pas limitée : tels sont en général les objets qui ont fixé l'attention des constructeurs, et excité entr'eux une sorte de rivalité pour les remplir plus complettement. Nous nous bornerons aux moyens de perfection qui marquent le plus, et nous n'entrerons dans la description des machines, qu'autant qu'elle sera nécessaire pour l'intelligence de l'effet principal. Ceux qui voudront avoir sur ce sujet intéressant tous les détails que l'on peut desirer, les trouveront exposés avec beaucoup de méthode et de clarté, dans l'architecture hydraulique du cit. Prony, et sur-tout dans le second volume qui est sur le point de paraître.

Tous les mouvemens de la machine à vapeur tirent leur origine du jeu d'un piston qui s'élève et s'abaisse alternativement dans un tuyau cylindrique, en communication avec une chaudière où la vapeur se forme par l'action du feu que l'on entretient en dessous. La manière dont la vapeur contribue au jeu du piston varie suivant les différentes méthodes; et notre objet

est sur-tout de comparer ces méthodes, et de faire voir les nouveaux avantages qu'elles amenaient avec elles, à mesure qu'elles se succédaient l'une à l'autre.

La première méthode dont le succès se soit annoncé par un empressement général à l'imiter, est celle qu'on attribue communément à un anglais nommé Savery, mais dont l'invention est due à deux autres anglais, dont l'un s'appelait Newcomen, et l'autre Jean Cawley. La machine qui appartient réellement à Savery, n'était qu'une espèce de fontaine de compression, dans laquelle l'auteur substituait l'action de l'eau en vapeur à celle de l'air comprimé. Savery, en s'associant Newcomen, s'empara de sa découverte, et son ambition éclipsa bientôt l'homme simple et modeste qui bornait la sienne à bien faire.

Pour concevoir le jeu de la machine dont il s'agit ici, supposons que le piston soit descendu au point le plus bas de sa course; à l'instant la communication s'ouvre entre la chaudière et le fond du cylindre par un mouvement de côté qui fait un cercle nommé régulateur, qui, auparavant, fermait cette communication; la vapeur s'introduit en dessous du piston, et le pousse de bas en haut, par la force expansive: lorsqu'il a fini de monter, le régulateur se remet à sa place; et au moyen d'un robinet qui s'ouvre à l'instant, un jet d'eau froide sort d'un tuyau abouché au cylindre, et va frapper la base inférieure du piston, d'où retombant sous la forme d'une pluie, il condense la vapeur, et en détruit l'effet. Alors l'air atmosphérique qui agit par progression sur la base supérieure du piston, le détermine à descendre; après

quoi l'émission de la vapeur et les autres effets se succèdent de nouveau, de manière à perpétuer les mouvemens alternatifs du piston.

Le haut de la tige du piston est attaché à l'une des extrêmités d'un balancier, dont l'extrêmité opposée fait mouvoir, en sens contraire, la tige d'un second piston adapté à une véritable pompe, dans laquelle l'eau s'élève à l'ordinaire.

Cette machine avait sur-tout deux inconvéniens, dont on ne tarda pas à s'appercevoir. D'une part, l'injection d'eau froide, en se faisant dans le cylindre même en refroidissait les parois ; d'une autre part, on était obligé de tenir la base supérieure du cylindre toujours couverte d'eau, tant pour empêcher le dessèchement des cuirs, que pour fermer tout accès à l'air, dans la partie inférieure du cylindre, où s'introduisait la vapeur ; d'où il arrivait que le piston, pendant sa descente, humectait à son tour les parois du cylindre. Pour compenser l'effet du refroidissement produit par les deux causes dont nous venons de parler, il fallait fournir une plus grande quantité de vapeurs ; d'où résultait un double défaut d'économie, et dans l'emploi du métal dont on faisait la chaudière qui devait avoir une plus grande capacité, et dans la consommation du combustible.

Ces inconvéniens disparaissent dans la machine imaginée par un artiste anglais, nommé Wats, et qui a servi de modèle à celle que les cit. Perrier ont exécutée à Chaillot. Ce qui distingue principalement celle-ci, est le double emploi de la vapeur dont une partie s'introduit en dessous du piston, comme dans la machine at-

tribuée à Savery, et l'autre en dessus du même piston; en sorte que l'intérieur du cylindre n'a aucune communication avec l'air atmosphérique, qui n'entre pour rien dans le jeu de la machine. De plus, l'extrêmité du balancier, opposée à celle qui conduit le piston du cylindre à vapeur, est chargée d'un contre-poids, dont nous verrons l'usage dans un instant. Enfin, le bas du cylindre cômmunique avec un tuyau nommé *condenseur*, qui est placé de côté, et dans lequel s'opère la condensation.

Supposons maintenant le piston arrivé au point le plus haut de sa course, en sorte qu'il y ait un vide dans toute la partie du cylindre situé en dessous, et que le piston ne soit retenu dans sa position que par l'action du contrepoids dont nous avons parlé. Dans cet état de choses, la vapeur entre par-dessus le piston, et sa force prépondérante à l'égard de celle du contrepoids, détermine le piston à descendre jusqu'à ce qu'il ait terminé son jeu. A l'instant une nouvelle vapeur s'introduit sous la base intérieure du piston, et le force de monter, jusqu'à ce qu'il se trouve en équilibre entre les deux vapeurs. Alors il continue de s'élever, par l'action du contrepoids que rien n'empêche plus d'obéir à la pesanteur. A mesure que le piston monte, il refoule la vapeur qui est en dessus, et qui va se rendre sous sa base inférieure, pour remplir l'espace qu'il laisse vide par son ascension. Ce mouvement terminé, le condenseur s'ouvre, et permet à la vapeur de s'introduire dans sa cavité, où elle est condensée par une injection d'eau froide. Le piston redescent ensuite, et remonte alternati-

vement, en vertu d'une combinaison semblable des différentes actions produites par les deux vapeurs et par le contrepoids.

On voit aisément que cette construction est beaucoup mieux ordonnée que la précédente, pour prévenir la dépense superflue de vapeur et de combustible, occasionnée par le refroidissement du cylindre. La machine de Chaillot, dans laquelle on l'a employée, a pour objet, comme l'on sait, d'élever l'eau d'un puisard qui communique avec la Seine, pour la distribuer ensuite en différens quartiers de Paris. Suivant le prospectus publié par les citoyens Perrier, cette machine peut fournir environ quatre cent mille pieds cubes d'eau, en vingt quatre heures.

On ne connaissait encore ici rien de plus parfait en ce genre, lorsqu'en 1788, le citoyen Betancourt ayant fait un voyage à Loudres, y vit une nouvelle machine à feu, imaginée par Watz et Bolton. On se contenta de lui dire que cette machine avait beaucoup d'avantages sur les autres ; mais du reste on lui fit mystère du mécanisme, et le secret était bien gardé par la machine elle-même, pour un observateur qui ne faisait guères que passer devant un ensemble de pièces, les unes tout-à-fait intérieures, les autres masquées en partie par la disposition du bâtiment. Cependant Betancourt devina le principe ; et de retour à Paris, il construisit un modèle, où il fit l'application de ce principe par des moyens si ingénieux et si simples, qu'il paraissait à souhaiter pour les inventeurs eux-mêmes, qu'il eût tout deviné.

Dans cette nouvelle machine, la vapeur s'introduit

aussi en-dessous et en-dessus du piston. Mais la perfection du mécanisme consiste en ce que l'injection d'eau froide se répète des deux côtés, en sorte qu'elle condense tout-à-tour la vapeur supérieure, en laissant à celle qui agit par-dessous toute sa force pour élever le piston, et la vapeur inférieure, pour donner lieu à celle qui passe dans le haut du cylindre d'exercer de même tout son effort sur la base supérieure du piston. Il en résulte que le piston est poussé avec la même force en montant et en descendant, et de-là naissent plusieurs avantages très-marqués.

D'abord le contrepoids se trouve supprimé, et c'est une surcharge de moins pour la machine. Ensuite l'égalité d'impulsion qui a lieu dans quelque sens que se meuve le piston, permet de l'appliquer comme une puissance uniforme à un mouvement de rotation qui agit sans interruption pour produire l'effet que l'on a en vue. Ainsi, au lieu que dans la première machine, le piston ne contribue à l'effet principal que quand il s'abaisse, ici le piston, soit en montant, soit en descendant, agit toujours efficacement. Supposons que celui de la première machine ait une base double de celle du piston de la seconde. La colonne de vapeur, qui presse sur la base de celui-là, exercera, toutes choses égales d'ailleurs, une pression double de celle qu'éprouve la base de l'autre. Mais dans les deux mouvemens du premier, il y en a un qui n'est que de renvoi; d'où il suit que si le second piston, qui travaille sans cesse utilement, agit sur un levier double, il fera en deux tems ce que l'autre ne produit que pendant sa descente.

De-là résulte d'abord une épargne sur la matière du cylindre, et ensuite sur celle des pièces qui en dépendent. De plus on peut diminuer la capacité et l'épaisseur de la chaudière, parce que la vapeur n'a pas besoin de s'y accumuler comme dans l'autre, d'où elle ne sort que par intervalles. Enfin, la surface de l'eau, encore liquide dans la chaudière, y étant moins comprimée par la vapeur qui se forme au-dessus, cette eau se vaporise à son tour par un moindre degré de chaleur; ce qui, joint aux autres causes, procure une grande économie de combustible.

On voit à Paris, dans l'île des Cygnes, une machine construite d'après le principe que nous venons d'exposer, et qui est employée à faire mouvoir des moulins à bled.

Nous n'avons pu qu'ébaucher la description de cette machine, ainsi que des précédentes. Nous passerions les bornes que nous sommes obligés de nous prescrire, si nous entreprenions de parcourir tous les différens accessoires employés à introduire ou à condenser la vapeur, et de faire connaître les moyens qui ont été pris pour entretenir l'uniformité du mouvement, pour prévenir les accidens que pourrait occasionner une trop forte condensation, etc. Nous devons observer, à ce sujet, que dans les premiers essais de la machine à feu, il fallait des hommes spécialement chargés de tourner à chaque instant les robinets qui donnent passage à la vapeur ou à l'injection d'eau froide. Aujourd'hui tout se réduit à la surveillance de celui qui entretient le feu. Le reste marche de soi-même. La force de la vapeur, qui anime le corps de

la machine, se transmet aux différentes pièces qui lui tiennent lieu de bras et de mains ; et le même génie qui a su convertir un peu d'eau, pénétrée de chaleur, en un agent capable de produire les mouvemens qui exigent de puissans efforts, est parvenu encore à pouvoir s'en reposer sur cette cause aveugle, de ceux même qui semblent demander une attention vigilante et des soins assidus.

Le retour ou le passage de certains corps à l'état de solidité, présente des phénomènes qui vont maintenant fixer notre attention.

Un de ces phénomènes est la crystallisation des métaux par le refroidissement. Le calorique agit ici par rapport à un métal fondu, comme les liquides ordinaires à l'égard d'un sel qu'ils tiennent à l'état de solution. Dans l'un et l'autre cas, c'est la retraite de la substance d'abord interposée entre les molécules métalliques ou salines, qui leur permet de se rapprocher et de s'unir sous des formes régulières, lorsqu'elle se fait assez lentement pour leur donner le loisir de prendre l'arrangement qui s'accorde avec les lois de la crystallisation.

Les premiers indices que l'on a observés de ces phénomènes paraissent avoir été ces espèces d'étoiles branchues qui se forment sur la surface de l'antimoine. Ce fut aux yeux des alchimistes qu'elles se présentèrent d'abord, et ils expliquèrent le fait en alchimistes. C'était une étoile d'heureux présage, qui leur promettait la métamorphose de l'antimoine en or.

On est parvenu depuis à obtenir l'antimoine, et une grande partie des métaux, sous la forme de crystaux

saillans, par un procédé semblable à celui que Rouelle avait employé par rapport au souffre ; et qui consiste à laisser d'abord figer la surface du métal, puis à percer cette espèce de croûte et à survider le creuset. Lorsqu'on brise ensuite ce creuset, après l'entier refroidissement, on en trouve la cavité toute tapissée de crystaux, qui présentent, suivant les circonstances, des grouppes d'octaèdres ou de cubes disposés sur des lignes perpendiculaires entr'elles, et rentrantes comme les contours d'une volute.

On a cru que le vide, laissé par le métal qui était sorti du creuset, en donnant accès à l'air, favorisait la production des crystaux. La vérité est que ces crystaux se forment au milieu même du métal encore en fusion, par le rapprochement des parties qui se refroidissent les premières. Il en est de ce métal, à-peu-près comme de l'eau qui se congèle au milieu de l'eau même encore fluide. On ne fait autre chose, en survidant le creuset, que mettre à nu les crystaux déjà formés, et les dégager de la matière métallique enveloppante, avec laquelle ils ne feraient bientôt plus qu'une même masse solide après le refroidissement. C'est ce dont on peut s'assurer en cernant, avec la pointe d'un canif, la croûte qui s'est formée à la surface; on retirera cette croûte couverte en dessous de crystallisations semblables à celles que nous avons décrites. La fonte du bismuth est une de celles qui se prête le plus facilement à cette observation.

Un autre phénomène d'une existence plus générale et plus faite pour nous intéresser, est la conversion de l'eau en glace. Lorsqu'une masse de ce liquide, expo-

sée dans un vase à une température convenable, passe à ce nouvel état, et que la congélation n'est pas trop hâtée, on voit d'abord se former à la surface de petites aiguilles triangulaires, dont une des faces est de niveau avec l'eau. A mesure que ces aiguilles se multiplient, elles s'insèrent les unes sur les autres ; et les interstices qu'elles laissent, se trouvant occupés successivement par de nouvelles aiguilles, tout cet assemblage finit par ne plus former qu'un même corps.

Dans le cas d'une congélation très-lente, les aiguilles ont des espèces de dentelures, et imitent par leur assortiment, les crystallisations ébauchées, que le refroidissement qui succède à la fusion, fait naître sur la surface de la plûpart des métaux, et que l'on a comparées à des rameaux de fougère. On observe aussi de ces congélations ramifiées à la surface des vîtres, pendant les tems de gelée.

Une circonstance remarquable de ces mêmes assortimens, est la tendance des aiguilles à se réunir sous l'angle de 120 degrés, ou de 60 degrés. Cette disposition se montre avec un caractère particulier de symétrie, dans la neige qui tombe assez souvent en forme de petites étoiles à six rayons, exactement situés comme ceux d'un hexagone régulier.

Descartes, pour expliquer ce phénomène, pensait que les molécules de l'eau étant sphériques, six globules de cette eau s'arrangeaient d'abord autour d'un septième, et servaient ensuite comme de points d'attache à des files de globules semblables, dirigées suivant des lignes qui passaient par les centres des premiers et par celui du globule du milieu, mais cette explication

explication ressemblait à beaucoup d'autres, qui amènent le fait à elles, au lieu d'être amenées par le fait lui-même.

Mairan, dans sa dissertation sur la glace, où l'on trouve une suite d'observations très-soignées, réunie à ce que la théorie pouvait alors dire de mieux, se borne à regarder la disposition angulaire dont il s'agit, comme l'effet d'une certaine tendance qui dépend de la figure des molécules, qu'il présume être de petites aiguilles; et il cite entr'autres exemples qui viennent à l'appui de son opinion, celui de la pyrite cubique, dont les faces sont situées alternativement dans trois directions perpendiculaires l'une à l'autre. Cette pyrite n'est, selon lui, qu'un assemblage d'aiguilles déterminées par elles-mêmes, à affecter constamment ces directions croisées; mais on a prouvé depuis, que la pyrite striée était, comme les autres, un assemblage de molécules cubiques, et devait être regardée comme une crystallisation ébranchée du dodécaèdre à plans pentagones.

On pourrait plutôt présumer, que les molécules de la glace sont des tétraèdres réguliers, composant des octaèdres, par un assortiment semblable à celui qui a lieu pour le fluate calcaire ou spath fluor, puisque les congélations qui offrent des indices de formes régulières, ont un rapport marqué avec les dendrites métalliques, que nous savons être des assemblages d'octaèdres implantés, dont la structure ressemble à celle du spath dont il s'agit. Ce sont les mêmes traits de part et d'autre, les mêmes dentelures, les mêmes apparences de triangles équilatéraux aux extrémités.

Or telle est la structure de l'octaèdre régulier, que si on le coupe parallèlement à deux de ses faces opposées, et à égale distance entre l'une et l'autre, on mettra à découvert un hexagone régulier, et que de plus six des tétraèdres qui le composent, auront chacun une de leurs faces situées sur le plan de cet hexagone. Si donc on suppose des files de petits crystaux implantés, qui, en partant des différens côtés de l'hexagone, aient leurs faces analogues de niveau avec lui, ce qui n'est autre chose qu'une continuation d'un effet qui est dans le sens de la structure, ces files formeront nécessairement entr'elles des angles de 60 degrés ou de 120 degrés, suivant qu'elles naîtront des côtés adjacens de l'hexagone, ou des côtés pris de deux en deux. On peut même supposer que le crystal situé à l'origine de ces différentes files, soit une portion d'octaèdre terminée par un hexagone. Il n'est pas rare de rencontrer de ces portions d'octaèdre, même parmi les crystaux isolés. Au reste, ce n'est ici qu'une hypothèse, à laquelle nous n'attachons que le degré de valeur qu'elle nous paraît avoir, comme étant puisée dans l'analogie et indiquée par l'observation.

Nous avons parlé plusieurs fois du degré de la congélation, et nous avons désigné par-là le terme où, soit que la glace commence à se fondre, soit que l'eau liquide commence à se glacer, la liqueur du thermomètre répond à zéro; c'est effectivement ce qui a toujours lieu. Mais il ne s'en suit pas que la température de l'eau ne puisse descendre au-dessous de zéro, sans que cette eau ne se congèle. Farenheit observa le premier, et ce ne fut pas sans surprise, que l'eau contenue

dans un matras de verre, dont le tube était fermé par le haut, conservait encore sa fluidité, après avoir été exposée pendant un jour et une nuit à un froid de 15 degrés de son thermomètre, qui répond environ à 11 degrés du nôtre. Ayant cassé la pointe du tube, il vit à l'instant une multitude de petits glaçons se former au milieu de l'eau, et il attribua d'abord cet effet au contact de l'air. Mais une autre fois qu'il portait un semblable matras, où l'eau était encore liquide, il fut tiré d'erreur par un accident assez singulier, en faisant un faux pas, qui produisit dans l'eau une agitation suivie d'une congélation subite.

Cet effet est analogue à ce qui se passe dans la crystallisation des sels. Un mouvement léger imprimé au vase, dans lequel est contenue une dissolution saline, où l'on ne voyait encore rien paraître, quoiqu'elle eût déjà passé le point de saturation, suffit pour déterminer tout à-coup la naissance d'une multitude de petits crystaux.

On peut concevoir que dans ce cas, l'agitation du liquide, en même-tems qu'elle aide les molécules salines à se dégager d'entre les molécules aqueuses, qui opposent encore un petit obstacle à leur réunion, occasionne dans les premiers une multitude de mouvemens divers, d'où résultent pour un certain nombre d'entr'elles, les positions qui donnent le plus d'avantage à l'affinité.

On a remarqué aussi qu'un petit crystal de sel, placé dans une dissolution du même sel, favorisait la crystallisation, parce que les molécules qui com-

posent ce crystal ayant déjà les positions respectives qu'exige l'affinité pour être satisfaite, sollicitent ensuite leurs voisines aux mouvemens les plus favorables à l'action de la même force, et cette disposition se communique de proche en proche à toutes celles qui n'attendent que l'instant de crystalliser. La présence d'un petit glaçon que l'on place de même dans une eau qui est déjà au-dessous du degré de congélation, devient comme le signe de ralliement de toutes les molécules qui ont une tendance prochaine à se réunir.

Pour completter le tableau de toutes les circonstances relatives à cet objet, nous remarquerons qu'il y a ici deux effets distincts qui dépendent du calorique. D'abord la température du liquide s'abaisse au-dessous de zéro, parce que les corps environnans, qui sont plus froids que l'eau, lui enlèvent le calorique, par leur affinité prépondérante pour ce fluide; mais dès qu'une fois l'eau est déterminée à se congeler, en vertu d'une cause quelconque, il se fait un dégagement particulier de la quantité de calorique qui doit se développer, pour que la congélation ait lieu.

On sait que l'eau congelée absorbe, en se fondant, 60 d. de chaleur, et c'est pour cette raison que si l'on mêle ensemble une livre d'eau à 60 d. et une livre de glace à zéro, toute la chaleur de l'eau sera employée à fondre la glace; par un effet contraire, une masse d'eau qui se congèle, développe 60 degrés de chaleur.

D'après cela, on peut expliquer pourquoi l'eau, dont la température descend au-dessous de zéro, reste liquide. Car le calorique qui se développerait par la congélation, ne pouvant se communiquer que lentement aux corps environnans, cette lenteur est une difficulté qui s'oppose à la congélation, parce que plus la portion du calorique développé, qui tend à rester dans la masse, est considérable, et plus elle contrarie une des conditions nécessaires à la congélation, savoir que la température ne s'élève pas au-dessus de zéro, puisqu'à ce terme la glace commence à se fondre.

Cet obstacle que la transmission lente du calorique forme à la congélation, est tel, que si l'on suppose l'eau exactement renfermée dans un vase non conducteur du calorique, elle ne pourra se congeler toute entière, dans cette hypothèse mathématique, qu'à une température au moins de 66 d. $\frac{2}{3}$ au-dessous de zéro, ainsi qu'on le prouve par le calcul, d'après le rapport entre les capacités de chaleur de la glace et de l'eau, qui est celui de 9 à 10.

Si dans la même hypothèse, la température était plus voisine de zéro, une partie de l'eau pourrait encore se congeler, et l'on aurait une infinité de cas possibles d'équilibre, en supposant que tout ce qui serait susceptible de congélation se congelât en effet : en sorte que l'on pourrait déterminer, à l'aide d'un calcul simple, la partie qui se congelerait par chaque degré de température. Mais ces circonstances n'ont point lieu dans la nature, parce que les corps environnans prennent toujours leur part du

calorique développé. On peut consulter sur ce sujet intéressant, un mémoire des citoyens Laplace et Lavoisier, faisant partie de ceux de l'académie des sciences pour l'année 1780, et dont l'objet principal est la description et l'usage du calorimètre.

Pendant que l'eau passe à l'état de glace, son volume subit différentes variations, dont la marche mérite d'être suivie avec attention. Si on expose à la gelée un matras rempli d'eau médiocrement froide, jusque vers le milieu de sa hauteur, on verra cette eau descendre d'abord à mesure qu'elle se refroidira. Arrivée à un certain terme, elle y restera stationnaire pendant quelques instans, puis elle commencera à remonter; ensorte qu'au moment de sa congélation, elle se trouvera au-dessus de son premier niveau.

On voit par-là que le volume de l'eau congelée est plus grand que n'était celui de la même eau à l'état de liquidité. Il en résulte que la pesanteur spécifique de l'eau diminue par la congélation, ce qui est d'ailleurs prouvé par la propriété qu'ont les glaçons de surnager l'eau qui les charrie.

Mais il paraît de plus que l'instant où l'eau passe du degré de sa plus grande contraction à cette dilatation de volume, est antérieur à celui de sa congélation.

On pourrait croire cependant qu'il y a ici un effet qui n'est qu'apparent, et qui provient de ce que le verre se condensant en même tems que l'eau, à mesure qu'il se réfroidit, éprouve, aux approches du terme où l'eau se congèle, une contraction qui est plus grande à proportion que celle de ce liquide. C'est

ainsi que le fait est expliqué par plusieurs physiciens qui pensent que dans ce cas l'extension de volume que l'eau semble acquérir, est due à l'excès de la contraction du verre sur celle de l'eau elle-même.

Mais les expériences qui ont été faites avec le cylindre que vous avez vu, et dont on s'était déjà servi pour déterminer l'unité des poids républicains, tendent à prouver que la dilatation dont il s'agit est réelle.

On a vissé au milieu de la base supérieure de ce cylindre un tube de cuivre, qui communiquait avec sa cavité; puis on a plongé le cylindre dans l'eau par une température élevée seulement de quelques degrés au-dessus de celle de la congélation; et en le lestant avec des grains de plomb, que l'on insérait à travers le tube, on l'a fait descendre jusqu'à ce qu'une petite marque, tracée vers le milieu de ce tube, se trouvât à fleur-d'eau. On était alors dans l'hyver; et la température ayant varié au-dessus et au-dessous de zéro, on a observé les degrés d'enfoncement du tube qui répondaient à ceux de la température, en tenant compte du changement de volume que subissait en même tems le cylindre. Cette observation faite en grand, devait rendre presqu'insensible l'effet de la contraction du vase qui renfermait l'eau; et le résultat est que le terme où l'eau cesse de se contracter, répond à la température d'environ deux degrés et demi au-dessus de zéro, dans le thermomètre de Réaumur.

A l'égard de la contraction du verre, on peut la rendre très-visible, en plongeant la boule d'un ther-

momètre dans la neige. A ce premier instant où l'effet du refroidissement se porte d'abord tout entier sur le verre, la boule en se resserrant fait monter sensiblement la liqueur. Le contraire a lieu, lorsque l'on plonge dans l'eau bouillante un tube de verre occupé par un liquide. La dilatation du tube saisi par la chaleur, produit dans le liquide un abaissement instantané.

La marche ordinaire du thermomètre est toujours un peu compliquée du double effet de la température, pour dilater ou resserrer en même tems le liquide et le verre qui le contient; ensorte que la variation du mercure paraît moindre qu'elle n'est réellement: mais cette différence n'influe pas sur les résultats des observations ordinaires, parce qu'on suppose qu'entre les deux termes fixes, auxquels se rapporte la construction du thermomètre, les degrés de dilatation ou de contraction du mercure et du verre suivent sensiblement le même rapport.

Une circonstance remarquable, qui accompagne la formation de la glace, est le dégagement de l'air renfermé dans l'eau. Cet air s'échappe sous la forme de petites bulles qui se réunissent plusieurs ensemble, pour former des bulles plus considérables, dont le diamètre a quelquefois jusqu'à six lignes ou même un pouce de longueur.

Quelquefois les bulles ont la forme de petits tubes plus ou moins inclinés, par rapport à l'axe du vase où s'opère la congélation : c'est ce qu'on observe en particulier dans l'eau distillée qui passe à l'état de glace.

L'augmentation de volume que subit cette glace, peut être attribuée en partie au dégagement de l'air. Il en serait ici de l'eau et de l'air, comme de certaines substances qui paraissent se pénétrer en se mêlant; de manière que la somme de leurs volumes, prise séparément, était plus grande avant le mêlange.

Mais l'eau que l'on a purgée d'air le plus exactement qu'il a été possible, avant de la faire congeler, ne laisse pas d'augmenter sensiblement de volume; et cet effet dépend en grande partie du nouvel arrangement que prennent entr'elles les molécules intégrantes du liquide, en se réunissant par leur force d'affinité. On sait qu'il n'est point particulier à l'eau. Reaumur a observé que le fer acquérait un volume plus considérable, par le refroidissement qui suit la fusion de ce métal et qui le congèle, tandis qu'au contraire le mercure, dans le même cas, se contracte d'une quantité très-sensible.

Mairan attribue la dilatation de l'eau congelée à une espèce de désordre produit par le mouvement plus ou moins rapide qui agite les molécules, tandis qu'elles se réunissent. Il en résulte, selon lui, qu'elles se croisent et s'embarassent mutuellement, par une infinité de positions différentes, en laissant de petits vides entr'elles; ce qui tend à leur faire occuper un plus grand espace, que dans l'état de simple liquidité.

On conçoit effectivement, que toutes choses égales d'ailleurs, une crystallisation confuse, en donnant lieu à une multitude de petits insterstices qui auraient été remplis, dans le cas d'une crystallisation plus lente et mieux graduée, puisse tendre à augmenter le vo-

lume de la masse solide produite par cette opération. Mais il paraît que l'acte seul de la crystallisation, est par lui-même, au moins relativement à certaines substances, et en particulier à l'égard de l'eau, une cause immédiate d'augmentation de volume. Telle est, dans ces sortes de cas, la figure des molécules, jointe aux autres circonstances, qu'un arrangement déterminé et pour ainsi dire plus compassé que celui qu'elles avaient dans l'état de liquidité, donne à toute la masse une configuration générale qui répond à un espace plus étendu.

Mairan ayant cherché la pesanteur spécifique de la glace, au moyen de la balance hydrostatique, a trouvé que le volume de l'eau augmentait d'environ $\frac{1}{14}$, par la congélation. Mais cet effet varie suivant les circonstances; et comme il provient en général d'un arrangement particulier que prennent tout-à-coup les molécules de l'eau, en vertu de l'affinité qui dans ce cas agit très puissamment, pour les fixer dans leurs nouvelles positions respectives, on entrevoit comment il peut en résulter dans la glace une force expansive considérable. Delà les efforts qu'elle exerce contre les parois des différens corps qui la contiennent, en brisant tous ces vases dont le dégel présente de toutes parts les nombreux débris.

Plusieurs physiciens ont desiré d'éprouver jusqu'où pourrait aller cette force d'expansion. Un canon de fer, épais d'un doigt, rempli d'eau et fermé exactement, ayant été exposé par Buot, à une forte gélée, se trouva cassé en deux endroits au bout de douze heures. Les philosophes de Florence firent crever,

par la même cause, une sphère de cuivre très-épaisse; et Muschenbrock ayant calculé l'effort qui avait dû occasionner la rupture, a trouvé qu'il aurait été capable de soulever un poids de 27,720 livres. La gelée fait périr les plantes, sur-tout lorsqu'elle les a saisies à la suite d'un dégel, où leurs racines se sont imbibées d'eau, en détruisant l'organisation de ces parties, par l'écartement qu'elle produit entre leurs fibres. Les pierres qui ont été mouillées avant la gélée s'exfolient; les marbres que l'on a fait sauter au moyen de la poudre à canon, et où il s'est formé des gerçures, par l'ébranlement qu'ils ont éprouvé, sont sujets dans le même cas à éclater en divers endroits. Il est bon que les artistes connaissent la cause de ces accidens, pour être à portée de les prévenir.

Ainsi en comparant les effets de l'eau dans ses deux états extrêmes, on voit avec une double surprise, la grande énergie qu'elle déploie pour rompre ses barrières, soit lorsque ses molécules sont comme lancées par la force qui tend à les séparer, soit lorsqu'elles restent abandonnées à la force qui agit pour les enchaîner.

GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE.

MONGE, *Professeur.*

Application de la méthode de construire les intersections des surfaces courbes à la solution de diverses questions.

DANS la leçon précédente, nous avons donné la méthode de construire les projections de l'intersection de deux surfaces courbes définies de formes et de positions; et nous l'avons fait d'une manière abstraite, c'est-à-dire, sans nous occuper de la nature des questions qui pourraient rendre nécessaires de pareilles recherches. L'exposition de cette méthode considérée d'une manière abstraite, serait suffisante pour le plus grand nombre des arts; car, si l'on prend pour exemples l'art de la coupe des pierres et celui de la charpenterie, les surfaces courbes que l'on y considère, et dont on peut avoir besoin de construire les intersections, forment ordinairement l'objet principal dont on s'occupe, et elles se présentent naturellement. Mais la géométrie descriptive devant devenir un jour une des parties principales de l'éducation nationale, parce que les méthodes qu'elle donne, sont aussi nécessaires aux artistes que le sont la lecture, l'écriture et l'arithmétique; nous croyons qu'il est utile de faire voir par quelques exemples, comment elle peut suppléer l'analyse pour la solution d'un grand nombre de questions qui, au premier apperçu, ne paraissent pas de nature à devoir être traitées de cette manière. Nous commencerons d'abord par des exemples, qui n'exi-

gent que les intersections de plans ; nous passerons ensuite à ceux pour lesquels les intersections de surfaces courbes, sont nécessaires.

La première question qui frappe d'une manière remarquable ceux qui apprennent les élémens de géométrie ordinaire, est la recherche du centre du cercle dont la circonférence passe par trois points placés arbitrairement sur un plan. La détermination de ce centre par l'intersection de deux lignes droites, sur chacune desquelles il doit se trouver nécessairement, frappe les élèves, et par sa généralité, et parce qu'elle donne un moyen d'exécution. Si toute la géométrie était traitée de cette manière, ce qui est possible, elle conviendrait à un plus grand nombre d'esprits ; elle serait cultivée et pratiquée par un plus grand nombre d'hommes ; l'instruction moyenne de la nation serait plus avancée, et la science elle-même serait poussée plus loin. Il existe dans les trois dimensions, une question analogue à celle que nous venons de citer, et c'est par elle que nous allons commencer.

Première Question.

Trouver le centre et le rayon d'une sphère dont la surface passe par quatre points donnés arbitrairement dans l'espace.

Solution. Les quatre points étant donnés par leurs projections horizontale et verticale, on concevra par l'un d'eux des droites menées à chacun des trois autres, et l'on tracera les projections horizontale et verticale

de ces trois droites. Puis considérant la première de ces droites, il est évident que le centre demandé devant être à égales distances de ses deux extrêmités, il doit se trouver sur le plan perpendiculaire à cette droite, et mené par son milieu. Si donc on divise en parties égales les projections de la droite, ce qui donnera les projections de son milieu, et si l'on construit les traces du plan mené par le point perpendiculairement à la droite, ce que nous savons faire, on aura les traces d'un plan sur lequel le centre demandé doit se trouver. Considérant ensuite les deux autres droites, et faisant successivement pour chacune d'elles la même opération, on aura les traces des trois plans différens, sur chacun desquels doit se trouver le centre demandé. Or, tant que le centre doit être sur le premier de ces plans et sur le second, il doit être sur la droite de leur intersection: donc si l'on construit les projections de cette intersection, on aura sur chaque plan de projection, une droite qui contiendra la projection du centre. Par la même raison, si l'on construit les projections de l'intersection du premier plan et du troisième, on aura encore sur chaque plan de projection une autre droite qui contiendra la projection du centre. Donc sur chaque plan de projections, on aura deux droites, qui par leur intersection, détermineront la projection demandée du centre de la sphère.

Si l'on employait l'intersection du second plan et du troisième, on aurait une troisième droite qui passerait par le centre, et dont les projections passeraient

encore par les projections demandées, ce qui fournit un moyen de vérification.

Quant au rayon, il est évident que si par la projection du centre et par celle d'un des points donnés on mène une droite, elle sera sa projection ; on pourra donc avoir la projection horizontale et la projection verticale du rayon ; et parconséquent sa grandeur.

Si l'on est libre de choisir la position des plans de projections, la méthode précédente peut-être considérablement simplifiée. En effet, supposons que celui de ces plans que nous regardons comme horizontal, fig. 38, passe par trois des points donnés, de manière que des projections données A, B, C, D des quatre points, les trois premières se confondent avec leurs points respectifs ; puis, après avoir mené les trois droites AB, AC, AD, supposons que le plan vertical soit parallèle à AD, c'est-à-dire, que les droites LM et AD soient parallèles entr'elles; les projections verticales des trois premiers points, seront sur LM en des points a, b, c, et celle du quatrième sera donnée quelque part en un point d de la droite Dd perpendiculaire à LM. Cela posé, la droite menée du point A au point B étant horizontale, tout plan qui lui sera perpendiculaire, sera vertical, et aura pour projection horizontale, une droite perpendiculaire à AB ; il en est de même pour la droite menée du point A au point C. Donc, si sur le milieu de AB on lui mène la perpendiculaire indéfinie Ee, cette perpendiculaire sera la projection horizontale d'un plan vertical qui passe par le centre de la sphère ; donc la projection horizontale du centre, sera quelque part sur la droite Ee.

De même si sur le milieu de AC on lui mène la perpendiculaire indéfinie F*f*, cette perpendiculaire sera la projection d'un second plan vertical qui passe par le centre de la sphère, et la projection horizontale de ce centre, sera quelque part sur un point de la droite F*f*; donc le point G d'intersection des deux droites E*e*, F*f*, sera la projection horizontale du centre de la sphère, dont la projection verticale sera parconséquent sur la droite indéfinie de projection G*g g*.

La droite menée du point A au quatrième point étant parallèle à sa projection verticale *a d*, tout plan qui lui sera perpendiculaire, sera aussi perpendiculaire au plan vertical de projection, et aura pour projection verticale, une droite perpendiculaire à *a b*. Donc, si sur le milieu de *a b*, on lui mène une perpendiculaire indéfinie H*h*, on aura la projection d'un troisième plan qui passe par le centre de la sphère; donc la projection verticale de ce centre, devant se trouver en même-tems et sur G*g* et sur H*h*, sera au point K d'intersection de ces deux droites.

Enfin, si l'on mène les deux droites AG, *a* K, on aura évidemment les deux projections d'un même rayon de la sphère; donc si l'on porte AG sur LM de *g* en J, la droite JK sera la grandeur du rayon demandé.

DEUXIÈME QUESTION.

Inscrire une sphère dans une pyramide triangulaire donnée;

donnée, c'est-à dire, trouver la position du centre de la sphère et la grandeur de son rayon.

Solution. La surface de la sphère inscrite, devant toucher les quatre faces de la pyramide, il est évident que si, par le centre de la sphère et par chacune de six arêtes, on conçoit un plan, ce plan partagera en deux parties égales l'angle que forment entr'elles les deux faces qui passent par la même arête. Si donc, parmi les six arêtes, on en choisit trois qui ne passent pas toutes par le même sommet d'angle solide, et si, par chacune de ces arêtes, on fait passer un plan qui partage en deux parties égales l'angle formé par les deux faces correspondantes, on aura trois plans, sur chacun desquels le centre de la sphère demandée doit se trouver, et qui par leur intersection commune, doivent déterminer la position de ce centre.

Pour simplifier la construction, nous supposerons dans la fig. 39, que les plans de projection aient été choisis de manière que celui que nous regarderons comme horizontal, soit le même qu'une des faces de la pyramide.

Soient donc A, B, C, D les projections horizontales, données des sommets de quatre angles solides de la pyramide, et a, b, c, d' leurs projections verticales; par le sommet de la pyramide, on concevra des plans perpendiculaires aux trois côtés de la base; ces plans seront verticaux, et leurs projections horizontales seront les droites DE, DF, DG, abaissées perpendiculairement du point D sur les

côtés AC, CB, BA de la base. Chacun de ces plans coupera la base de la pyramide et la face qui passe par l'arête, en deux droites qui comprendront entr'elles un angle égal à celui que la face forme avec la base ; si donc on porte sur LM les droites DE, DF, DG, à partir de la verticale Ddd', de d en e, f, g ; et si par le sommet d', on mène les droites d'e, d'f, d'g, ces droites formeront, avec LM, des angles égaux à ceux que les faces correspondantes de la pyramide forment avec la base ; et si l'on partage chacun de ces trois angles en deux parties égales par les droites ee', ff', gg', les angles que ces dernières droites formeront avec LM, seront égaux à ceux que formeraient avec la base les faces d'une seconde pyramide qui aurait même base que la pyramide donnée, et dont le sommet serait au centre de la sphère demandée.

Pour trouver le sommet de cette seconde pyramide, on la coupera par un plan horizontal, mené à une hauteur arbitraire, et dont on aura la projection verticale, en menant une horizontale quelconque $p\,n$. Cette droite coupera ee', ff', gg' en des points h', i', k', desquels on abaissera sur LM les verticales $h'\,h$, $i'\,i$, $k'\,k$; et si l'on porte les trois distances $h\,e$, $i\,f$, $k\,g$ sur les perpendiculaires respectives de E en H, de F en J et de G en K, on aura en H, J, K les projections horizontales de points pris dans les trois faces de la seconde pyramide, et qui se trouvent sur le plan horizontal arbitraire. Donc si, par points H, J, H, on mène aux côtés respectifs de la base des parallèles PN, NO, OP,

ces droites seront les projections des sections des trois faces de la seconde pyramide, par le même plan horizontal ; elles se couperont en des points N, O, P, qui seront les projections d'autant de points des trois arêtes de la seconde pyramide ; et si, par ces points, on mène aux sommets des angles respectifs de la base des droites indéfinies AP, BO, CN, ces droites seront les projections des arêtes ; enfin le point unique Q, dans lequel elles se rencontreront toutes trois, sera la projection horizontale du sommet de la seconde pyramide, et par conséquent du centre de la sphère demandée.

Pour avoir la projection verticale de ce centre, on menera d'abord la droite indéfinie de projection, Qqq', sur laquelle elle doit se trouver ; puis on projetera les trois points N, O, P sur l'horizontale np en n, o, p ; par les projections a, b, c des sommets des angles respectifs de la base, on mènera les droites ap, bo, cn, qui seront les projections verticales des trois arêtes ; et le point unique q', dans lequel ces trois dernières droites se couperont, et qui sera en même tems sur la droite Qqq', sera la projection verticale du centre de la sphère.

Enfin, la verticale qq', sera évidemment égale au rayon de la sphère inscrite, et les points Q, q seront les projections du point de contact de la surface de la sphère avec le plan de la base.

Dans la première leçon, nous avons fait voir par quelles considérations on pouvait déterminer la position d'un point, connaissant ses distances à trois

points connus de position ; nous allons actuellement donner la construction de cette question.

TROISIÈME QUESTION.

Construire les projections d'un point dont on connaît les distances, à trois autres points donnés dans l'espace.

Solution. Nous supposerons les plans de projections choisis, de manière que celui que nous regarderons comme horizontal, passe par les trois points donnés, et que l'autre soit perpendiculaire à la droite qui joint deux de ces points. D'après cela, soient A, B, C, (fig. 40) les trois points donnés, A', B', C', les distances données de ces points au point demandé. On joindra deux des points par la droite AB, perpendiculairement à laquelle on mènera la droite LM qui détermine la position du plan vertical de projection. Puis, des points A, B, C, comme centre, et avec des rayons égaux aux distances respectives A', B', C', on décrira trois arcs de cercles qui se couperont deux à deux en des points D, E; F, J; P, Q; par les points d'intersection de ces arcs, considérés deux à deux, on mènera les droites DE, FJ, PQ, qui seront les projections horizontales des circonférences de cercles, dans lesquels les trois sphères se coupent; et le point unique N, dans lequel ces trois droites se rencontreront, sera évidemment la projection horizontale du point demandé.

Pour avoir la projection verticale du même point,

on mènera la ligne de projection indéfinie N n n', puis observant que le cercle projeté en DE, est parallèle au plan vertical, et que sa projection sur ce plan doit être un cercle du même rayon, on projetera la droite AB sur LM au point r, duquel, comme centre, et avec un intervalle égal à DR, ou à la moitié de DE, on décrira le cercle $d\,n\,e\,n'$; et la circonférence de ce cercle coupera la droite N n n' en deux points n n', qui seront indifféremment la projection verticale du point demandé.

Ce sera d'après les autres circonstances de la question, qu'on déterminera si les deux points n et n', doivent être tous deux employés, et dans le cas où il n'y en aurait qu'un de nécessaire, quel est celui qui doit être rejeté.

Nous nous proposions aussi de donner la construction des projections d'un point dont on connaît les distances à trois droites données; mais la figure, qui ne peut être faite que sur une échelle assez grande, est trop compliquée pour le petit format des planches du journal. Au reste, comme cette question se construit par les intersections de trois surfaces cylindriques à bases circulaires, ce que nous avons dit sur les intersections des surfaces cylindriques, peut suffire, pourvu que l'on construise les traces horizontales de ces trois surfaces, traces qui sont des ellipses. Mais il est possible de construire les intersections des trois surfaces, sans avoir recours aux traces elliptiques, et en n'employant que les bases circulaires. Dans nos conférences de la maison Sorbonne, nous donnerons les détails que nous sommes forcés d'omettre ici.

QUATRIÈME QUESTION.

Un ingénieur parcourant un pays de montagnes, soit pour étudier la forme du terrain, soit pour faire le projet de travaux publics qui dépendent de cette forme, est muni d'une carte topographique, dans laquelle non-seulement les projections des différens points du terrain sont exactes, mais encore les hauteurs de tous ces points au-dessus d'une même surface de niveau sont indiquées par des nombres placés à côté des points respectifs, et auxquels on a coutume de donner le nom de *cottes*. Il rencontre un point remarquable qui n'est pas placé sur la carte, soit parce qu'il a été omis, soit parce qu'il a été rendu remarquable depuis la confection de la carte. L'ingénieur ne porte avec lui d'autre instrument d'observation, qu'un graphomètre propre à mesurer les angles, et cet instrument est garni d'un fil-à-plomb.

On demande que, sans quitter la station, il construise sur la carte la position du point où il est, et qu'il trouve la cotte qui convient à ce point, c'est à-dire, sa hauteur au-dessus de la surface de niveau.

Moyen de solution. Parmi les points du terrain marqués d'une manière précise sur la carte, et qui seront les plus voisins, l'ingénieur en distinguera trois, dont deux au moins ne soient pas à même hauteur que lui ; puis il observera les angles formés par la verticale et les rayons visuels dirigés à ces trois points, et d'après cette seule observation, il pourra résoudre la question.

En effet, nommons A, B, C les trois points observés

dont il a les projections horizontales sur la carte, et dont il pourra construire les projections verticales au moyen de leurs cottes. Puisqu'il connaît l'angle formé par la verticale et par le rayon visuel dirigé au point A, il connaît aussi l'angle formé par le même rayon et par la verticale élevée au point A ; car en négligeant la courbure de la terre, ce qui est convenable, ces deux angles sont alternes internes, et par conséquent égaux. Si donc il conçoit une surface conique à base circulaire, dont le sommet soit au point A, dont l'axe soit vertical, et dont l'angle, formé par l'axe et par la droite génératrice, soit égal à l'angle observé, ce qui détermine complettement cette surface, elle passera par le rayon visuel dirigé au point A, et par conséquent par le point de la station ; ainsi il aura une prémière surface courbe déterminée sur laquelle se trouvera le point demandé. En raisonnant pour les deux autres points B, C, comme pour le premier, le point demandé se trouvera encore sur deux autres surfaces coniques à bases circulaires, dont les axes seront verticaux, dont les sommets seront au point B, C, et pour chacune desquelles l'angle formé par l'axe et par la génératrice, sera égal à l'angle formé par la verticale et par le rayon visuel correspondant. Le point demandé sera donc en même tems sur trois surfaces coniques déterminées de forme et de position ; et par conséquent dans leur intersection commune. Il ne s'agit donc plus que de construire, d'après les données de la question, les projections horizontales et verticales des intersections de ces trois surfaces considérées deux à deux ; les intersections de ces projec-

tions donneront les projections horizontale et verticale du point demandé, et par conséquent la position de ce point sur la carte et sa hauteur au-dessus ou au-dessous des points observés, ce qui déterminera sa cotte.

Cette solution doit en général produire huit points qui satisfont à la question ; mais il sera facile à l'observateur de distinguer parmi ces huit points, celui qui coïncide avec le point de la station. D'abord il pourra toujours s'assurer si le point de la station est au-dessus ou au-dessous du plan qui passe par les trois points observés. Supposons que ce point soit au-dessus du plan des sommets des cônes ; il sera autorisé à négliger les branches des intersections des surfaces coniques qui existent au-dessous de ce plan ; par là le nombre des points possibles sera réduit à quatre ; ce serait la même chose si le point de la station était au contraire placé au-dessous du plan. Ensuite, parmi ces quatre points, s'ils existent tous, il reconnaîtra facilement celui dont la position, par rapport aux trois sommets, est la même que celle du point de la station, par rapport aux points observés.

Construction. Soient A B, C, *fig.* 41, les projections horizontales des trois points observés, prises sur la carte ; *a*, *b*, *c*, les projections verticales des mêmes points, construits en portant sur les verticales B *b*, C *c*, à partir de l'horizontale L M, qui passe par le point *a*, la différence des cottes des deux points ; et soient A', B', C' les angles observés que les rayons visuels, dirigés aux points respectifs A, B, C, forment avec la verticale.

On mènera les verticales indéfinies aa', bb', cc', qui seront les projections verticales des axes des trois cônes, par les trois points a, b, c, on mènera les droites al, bm, cn, qui formeront avec ces verticales des angles respectivement égaux aux angles donnés A', B', C'; et ces droites seront chacune la projection verticale d'un des deux côtés extrêmes de la surface conique correspondante.

Cela fait, on mènera dans la projection verticale, tant de droites horizontales ee' qu'on voudra; on les regardera comme les projections d'autant de plans horizontaux; et, pour chacune d'elles, on fera l'opération que nous allons décrire pour celle d'entr'elles qui est indiquée par EE'.

Cette droite coupera les projections des axes des trois cônes, en des points f, g, h, qui seront les projections verticales des centres des cercles, suivant lesquels le plan horizontal correspondant coupe les trois surfaces coniques; et elle coupera les côtés extrêmes des cônes al, bm, cn en des points f', g', h', tels que les distances ff', gg', hh', seront les rayons de ces mêmes cercles. Des points A, B, C, pris successivement pour centres, et avec les rayons respectivement égaux à ff', gg', hh', on décrira des cercles, dont les circonférences seront les projections horizontales des sections faites dans les trois surfaces coniques par le même plan EE'; ces circonférences se couperont deux à deux dans des points D, D', K, K', J, J', qui seront les projections d'autant de points des trois intersections des surfaces coniques considérées deux à deux; et en projetant ces points sur EE' en

d,*d*' *k*,*k*', *i*,*i*', on aura les projections verticales des mêmes points des trois intersections.

En opérant ensuite de même pour les autres droites *ee*' on trouvera pour chacune d'elles de nouveaux points D,D',K,K',JJ' dans la projection horizontale ; et de nouveaux point *d*,*d*',*k*,*k*',*i*,*i*' dans la projection verticale ; puis par tous les points D , D' , on fera passer une courbe DPD', qui sera la projection horizontale de l'intersection de la première surface conique avec la seconde ; par tous les points K,K' on en fera passer une autre KPK' qui sera la projection de l'intersection de la seconde surface et de la troisième ; et par tous les points J J' , on en fera passer une dernière JPJ', qui sera la projection de l'intersection de la troisième surface et de la première. Tous les points P , dans lesquels ces courbes se couperont toutes trois, seront les projections horizontales d'autant de points qui satisfont à la question.

De même dans la projection verticale , par tous les points *d*,*d*', on fera passer une première courbe ; par tous les points *k*,*k*' uue seconde , et par tous les points *i*,*i*' une troisième. Ces courbes seront les projections verticales des intersections des trois surfaces considérées deux à deux ; et tous les points *p* , dans lesquels ces courbes se couperont toutes trois seront les projections verticales de tous les points qui satisfont à la question.

Les projections P , *p* d'un même point seront dans une même perpendiculaire à LM.

L'observateur , après avoir reconnu parmi tous les points P , celui qui appartient au point de la station ;

aura la projection horizontale de cette station, et par conséquent sa position sur la carte ; puis au moyen de la hauteur du point correspondant p au-dessus de la droite LM, il aura l'élévation du point de la station au-dessus du point observé A, et par conséquent il trouvera la cotte qui convient à la station.

Dans cette solution nous avons construit les projections des trois intersections des surfaces, tandis que deux auraient suffi. Nous conseillons d'agir toujours de même, parce que les projections des deux courbes à double courbure peuvent se couper en des points qui ne correspondent pas à des points d'intersections ; et que pour reconnaître les projections des points d'intersections, il faut suivre les branches des deux courbes qui sont sur la même nappe d'une des surfaces ; ce qui exige une attention pénible, dont on est presque toujours dispensé en construisant les trois courbes ; les points où elles se coupent toutes trois, sont de véritables points d'intersections.

CINQUIÈME QUESTION.

Les circonstances étant les mêmes que dans la question précédente, avec cette seule différence que l'instrument n'est pas garni de fil-à plomb, de manière que les angles, avec la verticale, ne puissent pas être mesurés ; on demande encore que l'ingénieur, sans quitter la station, détermine sur la carte la position du point où il est, et qu'il trouve la cotte de ce point, c'est-à-dire son élévation au-dessus de la surface de

niveau, à laquelle tous les points de la carte sont rapportés.

Moyen de solution. Après avoir choisi trois points du terrain qui soient marqués d'une manière précise sur la carte, et tels que le point de station ne soit pas avec eux dans le même plan ; l'ingénieur mesurera les trois angles que forment entr'eux les rayons visuels dirigés à ces trois points ; et au moyen de cette seule observation, il sera en état de résoudre la question.

En effet, si nous nommons A, B, C les trois points observés, et si on les suppose joints par les trois droites AB, BC, CA, l'ingénieur aura les projections horizontales de ces droites tracées sur la carte ; de plus, au moyen des cottes des trois points, il aura les différences de hauteurs des extrêmités de ces droites ; il pourra donc avoir la grandeur de chacune d'elles.

Cela posé, si dans un plan quelconque mené par AB, on conçoit un triangle rectangle BAD, fig. 42, construit sur AB, comme base, et, et dont l'angle en B soit le complément de l'angle sous lequel le côté AB a été observé ; l'angle en D sera égal à l'angle observé, et la circonférence du cercle décrite par les trois points ABD jouira de la propriété : que si, d'un point quelconque E de l'arc ADB, on mène deux droites aux points A et B, l'angle en E qu'elles comprendront entr'elles sera égal à l'angle observé. Si donc on conçoit que le plan du cercle tourne autour de AB, comme charnière, l'arc ADB engendrera une surface de révolution, dont tous les points jouiront de la même propriété, c'est-à-dire, que si, d'un point quelconque de la surface, on mène deux droites aux points A et B, ces droites formeront

entr'elles un angle égal à l'angle observé. Or, il est évident que les points de cette surface de révolution sont les seuls qui jouissent de cette propriété; donc la surface passera par le point de la station. Si on raisonne de la même manière pour les deux autres droites BC, CA, on aura deux autres surfaces de révolution, sur chacune desquelles se trouvera le point de la station; ce point sera donc en même-tems sur trois surfaces de révolution différentes, déterminées de formes et de position; il sera donc un point de leur intersection commune. Ainsi, en construisant les projections horizontale et verticale des intersections de ces trois surfaces considérées deux à deux, les points où les projections se couperont elles-mêmes toutes trois, seront les projections du point qui satisfait à la question. La projection horizontale donnera la position du point sur la carte, et la projection verticale donnera l'élévation de ce point au-dessus ou au dessous des points observés.

Si cette question était traitée par l'analyse, elle conduirait généralement à une équation du soixante-quatrième degré; car chacune des surfaces de révolution a quatre nappes distinctes, dont deux sont engendrées par l'arc de cercle ADB, et dont les deux autres sont engendrées par l'arc AFB. Chacune des nappes de la première pouvant être coupée par toutes celles de la seconde, il peut en résulter seize branches dans la courbe d'intersection; et les seize branches pouvant être coupées par les quatre nappes de la troisième surface, il peut en résulter soixante-quatre points d'intersection des trois surfaces; mais ces points

ne satisferaient pas tous à la question. En effet, si d'un point quelconque F de l'arc AFB, on mène des droites aux extrêmités de AB, l'angle AFB qu'elles comprendront ne sera pas égal à l'angle observé ; il en sera le supplément. Les nappes engendrées par l'arc AFB, et les nappes analogues dans les autres surfaces de la révolution, ne peuvent donc servir à résoudre la question ; et tous les points d'intersection qui appartiennent à quelques unes de ces nappes, sont des points étrangers au problême.

Dans la géométrie descriptive on peut et l'on doit exclure l'arc ARB et ses analogues dans les deux autres surfaces ; chacune de ces surfaces n'a plus alors que deux nappes ; et le nombre de leurs points d'intersection possibles se réduit à huit. De ces huit points, quatre sont d'un côté du plan qui passe par les trois axes de révolution, et quatre sont de l'autre. L'observateur connaissant toujours de quel côté il est placé par rapport à ce plan, il ne construira pas les intersections qui sont placées de l'autre côté, et le nombre des points qu'il pourra trouver est réduit à quatre. Enfin parmi ces quatre points S', ils existent tous ; il reconnaîtra facilement celui qui sera placé par rapport aux points A, B, C, de la même manière que celui de la station l'est par rapport aux trois points de terrain qu'il a observés.

Construction. On choisira la position des deux plans de projections, de manière que celui que nous regardons comme horizontal passe par les trois points observés, et que l'autre soit perpendiculaire à la droite menée par deux de ces trois points. Soit donc ABC *fig*

43 ; le triangle formé par les points observés, considéré dans son plan ; et A',B',C', les trois angles donnés par l'observation. On menera perpendiculairement au côté AB la droite LM qui indiquera la position du plan vertical de projection ; et l'on construira, comme nous venons de l'indiquer *fig.* 42, les arcs de cercles générateurs AEDC, BGC, CFA, des trois surfaces de révolution dont les côtés AB, BC, AC sont les axes. Cela fait, du point A comme centre on décrira tant d'arcs de cercles EOF que l'on voudra, et qui couperont les génératrices, dont les axes se rencontrent en A, dans des points E, F, desquels on abaissera sur les axes respectifs les perpendiculaires indéfinies EE', FF' ; ces perpendiculaires se couperont quelque part en un point H qui sera la projection horizontale d'un point de l'intersection des deux surfaces dont les les axes sont AB et AC ; et la courbe AHP menée par tous les points H trouvés de cette manière sera la projection horizontale de cette intersection. Puis, après avoir projeté l'axe AB en *a*, on décrira du point *a* comme centre, et avec des rayons successivement égaux aux perpendiculaires EE', des arcs des cercles *d d'*, sur chacun desquels projetant le point H correspondant en *h*, on aura la projection verticale d'un point de l'intersection des deux mêmes surfaces de révolution ; et la courbe *a h p* menée par tous les points *h* construits de cette manière sera la projection verticale de cette intersection.

On opérera de même pour les deux surfaces de révolution autour des axes A B, B C. C'est-à-dire du point B de rencontre des deux axes, comme centre,

on décrira tant d'arcs de cercles DKG que l'on voudra, ces arcs couperont les deux génératrices en des points D, G, desquels on abaissera sur les axes respectifs, les perpendiculaires indéfinies DD', GG'; ces perpendiculaires se couperont en un point J; et la courbe BJP menée par tous les points J sera la projection horizontale de l'intersection de la première et de la troisième surface de révolution. Du point *a* comme centre, et avec des rayons successivement égaux aux perpendiculaires DD', on décrira des arcs de cercles *did'*, sur lesquels on projetera en *i* les points J correspondans; et la courbe *aip* menée par tous les points *i*, sera la projection verticale de la même intersection.

Cela fait, tous les points P dans lesquels les deux courbes AHP, BJP se couperont, seront les projections horizontales d'autant de points qui satisfont à la question; et tous les points *p*, dans lesquels se couperont les courbes *ahp*, *aip*, seront les projections verticales des mêmes points.

Les projections ainsi trouvées ne donneront pas immédiatement la position du point de station sur la carte, ni sa hauteur, parce que le plan horizontal de projection n'est pas celui de la carte; mais il sera facile de les rapporter sur les véritables plans de projections.

SIXIÈME QUESTION.

Le général d'une des armées de la république, en face de l'ennemi, n'a pas la carte du pays occupé par celui-ci, et il en a besoin pour faire le plan d'une attaque

attaque qu'il médite. Il a un aërostat. Il charge un ingénieur de s'élever avec l'aëostat, et de prendre toutes les mesures nécessaires pour faire la carte, et pour en donner un nivellement approché; mais il a lieu de croire que si l'aërostat changeait de station sur le terrain, l'ennemi s'appercevrait de son dessein : en conséquence il permet à l'ingénieur de s'élever à différentes hauteurs dans l'atmosphère, si cela est nécessaire; mais il lui défend de changer de station à terre. L'ingénieur est muni d'un instrument propre à mesurer les angles, et cet instrument est garni d'un fil-à-plomb: on demande comment l'ingénieur pourra exécuter les ordres du général.

Moyen de solution. L'ingénieur fera deux stations dans la même verticale, et il connaîtra leur distance en faisant mesurer la corde que l'on aura filée pour l'élever de l'une à l'autre. Dans l'une des stations, par exemple, dans celle qui est inférieure, il mesurera les angles que fait la verticale avec les rayons visuels dirigés aux points dont il veut déterminer la position sur la carte; puis, parmi tous ces points, il en choisira un qu'il regardera comme premier, et que nous nommerons A, et il mesurera de plus successivement les angles formés par le rayon visuel dirigé au point A, et ceux qui sont dirigés à tous les autres. Dans l'autre station, il mesurera les angles formés par la verticale, et les rayons visuels dirigés à tous les points du terrain. D'après ces observations, il sera en état de construire la carte demandée.

En effet, puisque l'on connaît les angles formés par la verticale, et les deux rayons visuels dirigés des deux

stations au même point, ce point se trouve en même-tems sur deux surfaces coniques déterminées et connues ; car ces surfaces sont à bases circulaires : elles ont leurs axes dans la même verticale ; la distance de leurs sommets est égale à la différence des hauteurs des deux stations, et les angles, que leurs génératrices forment avec l'axe commun, sont égaux aux angles observés. De plus, puisque l'on connaît l'angle formé par le rayon visuel dirigé de la première station à ce point, et par celui qui est dirigé au point A; le point que l'on considère sera donc encore sur une troisième surface conique à base circulaire, dont l'axe incliné sera le rayon visuel dirigé de la première station au point A; donc le sommet sera à la première station, et donc l'angle, formé par l'axe et la génératrice, sera égal à l'angle observé. Le point que l'on considère se trouvera donc en même-tems sur des surfaces coniques à bases circulaires connues de formes et de positions ; il sera donc au point de leur intersection commune ; et en construisant les projections horizontale et verticale de cette intersection, on aura la position du point sur la carte, et son élévation au-dessus ou au-dessous des autres.

Sans changer de considérations, la construction peut devenir plus simple, au moyen de quelques-unes des méthodes que nous avons déjà exposées dans les leçons précédentes. Car, connaissant les angles formés à la première station par le rayon visuel dirigé au point A, et par les rayons visuels dirigés à tous les autres points, et connaissant, pour chacun de ces angles, les angles que ces côtés forment avec la verticale, il sera facile de

les réduire à l'horizon, c'est-à-dire, de construire leurs projections horizontales. Si donc on prend sur la carte un point arbitraire pour représenter la projection de la verticale de l'aërostat; et si par ce point on mène une droite arbitraire qui doive représenter la projection du rayon visuel dirigé au point A; enfin, si par le même point on mène des droites qui fassent, avec le rayon du point A, des angles égaux aux angles réduits à l'horizon, il est évident que chacune de ces droites devra contenir la projection horizontale du point du terrain qui lui correspond. Il ne s'agira donc plus que de trouver la distance de ce point du terrain à la verticale. Or si, dans la projection verticale, et sur la projection de la verticale de l'aërostat, on prend deux points qui, en parties de l'échelle, soient distans l'un de l'autre d'une quantité égale à la distance mesurée des deux stations; et si par ces points on mène des droites qui fassent avec la verticale des angles égaux à ceux qui ont été observés pour un même point du terrain, ces droites se couperont en un point dont la distance à la verticale sera la distance demandée. Portant donc cette distance sur le rayon correspondant, à partir de la projection de l'aërostat, on aura sur la carte la position du point du terrain. Les deux mêmes droites, dans la projection verticale, déterminent, par leur intersection, la hauteur du point du terrain: prenant donc sur la projection verticale les hauteurs de tous les points du terrain au-dessus d'un même plan horizontal, on déterminera les cottes qui conviendront à tous les points de la carte, et on aura le nivellement du terrain.

Cette construction est assez simple pour ne pas avoir besoin de figure.

La droite menée de la projection de la verticale de l'aërostat à celle du premier point A observé, ayant été tracée d'abord arbitrairement sur la carte, il s'ensuit que la carte n'est point orientée; et, en effet, dans les observations que nous avons indiquées, il n'y a rien qui puisse déterminer la position des objets par rapport aux quatre points cardinaux de l'horizon. Mais si l'ingénieur observe à terre l'angle que fait avec la méridienne un rayon visuel horizontal dirigé du pied de la verticale à un des points placés sur la carte, et s'il rapporte cet angle sur sa projection, il aura la direction de la méridienne, et la carte sera orientée.

TRENTE-DEUXIÈME SÉANCE.

(2 *Germinal.*)

CHIMIE.

BERTHOLLET, *Professeur.*

Nous avons considéré la combinaison du carbone et de l'hydrogène avec l'oxigène, et le dégagement du calorique qui prend dans leur combustion l'état de chaleur ou la forme de lumière; nous allons examiner les propriétés des combustibles, et tâcher d'appliquer les acquisitions de la science à nos usages domestiques.

Les combustibles doivent leurs qualités, non-seulement à la quantité de carbone et d'hydrogène qu'ils contiennent, et à la proportion de ces principes, mais à l'état où ils se trouvent, et à l'action des autres principes qui sont combinés avec eux.

Ainsi l'hydrogène, sous forme de gaz, contribue plus à la production de la chaleur, que lorsqu'il est privé de l'élasticité; et comme il conserve plus ou moins de calorique selon l'état de combinaison où il se trouve, il contribue diversement à l'effet des combustibles.

Mais l'oxigène qui est en plus ou moins grande quantité, sur-tout dans les substances végétales et qui, dans cet état est plus ou moins dépourvu de calorique, peut former une combinaison plus intime, soit avec le carbone, soit avec l'hydrogène, sans qu'il en résulte presqu'un dégagement de chaleur; de sorte que celui qui se trouve dans les substances combustibles, diminue l'effet que le carbone et l'hydrogène auraient produit, en brûlant avec le gaz oxigène de l'atmosphère.

Soit que l'hydrogène se trouve dans l'état gazeux, soit qu'il entre en une combinaison liquide ou solide, l'expérience prouve que sa combinaison avec l'oxigène produit beaucoup plus de chaleur qu'un poids égal de charbon; 1°. parce que pour se brûler il consomme plus de gaz oxigène que le charbon : nous avons vu que 24 parties en poids de charbon exigeaient 76 parties de gaz oxigène; mais pour 24 parties d'hydrogène, il faudrait 136 parties d'oxigène; 2°. parce que l'acide carbonique résultant de la première combinaison retient plus de calorique, que l'eau qui est produite dans la

seconde. Outre cela, il se combine à une température moins élevée que le charbon.

Il résulte de-là, que les corps qui contiennent beaucoup d'hydrogène, doivent être très-combustibles; qu'ils exigent une quantité d'air plus grande pour produire leur effet que les substances charbonneuses, et qu'ils n'ont pas besoin d'une température aussi élevée pour s'enflammer, sur-tout lorsque l'hydrogène n'y est pas fortement combiné.

Il suit encore de-là que si un corps contient de l'hydrogène et du charbon, l'inflammation doit commencer par l'hydrogène; et que si la température ne s'élève pas assez haut, l'un pourra brûler sans l'autre; alors le corps reste noir et charbonné.

Les huiles, les résines, la cire, les graisses, les charbons de terre contiennent beaucoup d'hydrogène. Son existence dans l'alcohol, a été rendue sensible par une expérience directe de Lavoisier et Meusnier.

Une lampe à esprit-de-vin est disposée comme celles qui sont connues sous le nom de quinquet, et placée sous une petite cheminée circulaire de cuivre de deux pieds de haut environ; cette cheminée s'adapte par sa partie supérieure à un serpentin ordinaire, dont le tuyau doit fournir un développement de quinze à dix-huit pieds : le sceau du serpentin doit être rempli d'eau qu'on ramène continuellement à la température de l'atmosphère, en y ajoutant un peu de glace à mesure qu'elle s'échauffe.

Les parois de la cheminée prennent, pendant que l'alcohol brûle, une chaleur considérable : pour que cette chaleur se conserve plus long-tems, on la revêt

d'une seconde enveloppe, et on en remplit l'intervalle avec du sable; le charbon en poudre serait plus propre à cet objet. Il résulte de cette disposition, qne l'eau qui est produite par la combustion de l'alcohol se conserve dans l'état de vapeur dans toute l'étendue de la cheminée; mais que lorsque cette même vapeur est engagée dans le tuyau du serpentin, elle se condense par le refroidissement qu'elle éprouve, et coule dans le vase destiné à la recevoir. Une livre d'alcohol brûlée dans cet appareil, donne plus de dix-huit onces d'eau, dont une grande partie ne peut provenir que de la combinaison de l'hydrogène avec l'oxigène.

L'alcohol donne aussi, en brûlant, beaucoup d'acide carbonique, et Lavoisier conclud des expériences qu'il a faites sur cet objet, qu'il contient presque quatre fois plus de carbone que d'hydrogène; il a retiré une quantité d'eau plus considérable encore de la combustion de l'huile: la cire lui en a donné à-peu-près autant que l'alcohol; mais l'une et l'autre beaucoup plus d'acide carbonique.

Il se forme donc dans la combustion des combinaisons, qui, par l'accession de l'oxigène, pèsent beaucoup plus que ne pesait le corps combustible: mais dans les calculs qu'on a établis, il reste une incertitude assez grande, parce qu'on a supposé que les substances combustibles ne contenaient point d'oxigène; que l'acide carbonique était dû en entier à l'air dans lequel se faisait la combustion, et que l'huile, la cire, etc. n'étaient composées que d'hydrogène et de carbone; supposition contraire aux faits,

puisque ces substances donnnent même à un faible degré de chaleur beaucoup d'acide carbonique dans la distillation, et que l'existence de l'oxigène y est prouvée par d'autres expériences. Il paraît donc que la quantité de l'hydrogène y est beaucoup plus considérable qu'on ne l'a pensé; mais sa proportion et le mode de sa combinaison ne sont pas encore connus.

La flamme qui accompagne la combustion, varie par ses caractères; mais le charbon qui a été poussé à un grand feu pour en dissiper l'humidité, et en chasser l'hydrogène, brûlé à-peu-près sans flamme: d'où l'on doit conclure qu'elle est due sur-tout à l'hydrogène.

Si la substance combustible se dissout dans l'air avant de brûler, alors la flamme est séparée du volume de cette substance, par un intervalle assez grand, et elle donne peu de chaleur, comme on l'observe dans l'alcohol, qui est à une température peu élevée. Dans d'autres circonstances, la combustion s'établit dans la substance liquide réduite en vapeur; la flamme est alors beaucoup plus vive, et la chaleur plus considérable; c'est ainsi que l'huile brûle ordinairement: la flamme est quelquefois due entièrement au gaz hydrogène carbonné, qui est dégagé par la chaleur; ainsi, lorsque le charbon est humide, et qu'il est échauffé assez brusquement pour que l'eau se décompose avant d'être réduite en vapeur, il se forme immédiatement de l'acide carbonique, et le gaz inflammable se dégage et donne de la flamme. L'eau tenue en dissolution dans l'air lui-même qui passe à travers le charbon embrâsé, ou qui lui est

appliqué par l'action d'un soufflet . est décomposée.

Lorsque la quantité d'air atmosphérique qui passe à travers un fourneau , n'est pas assez considérable pour consumer le gaz hydrogène carbonné qui se dégage, celui-ci ne s'enflamme qu'à une certaine élévation , où il se trouve environné d'air atmosphérique avec lequel il peut brûler.

Quelle que soit la substance combustible , si la chaleur est vive , et le courant d'air suffisant, il n'y a point de fumée ; il ne se forme point de suie , parce que tout ce qui est combustible se consume.

Dans l'inflammation du bois et de la plûpart des combustibles , les effets dont nous venons de parler se compliquent selon les circonstances ; si l'on expose du bois verd à une température qui ne soit pas assez élevée , l'eau qu'il contient se réduit en vapeur , et absorbe la chaleur ; le gaz hydrogène se dégage même sans s'enflammer , le bois devient noir et se charbonne sans brûler : mais si on le place tout de suite dans un brâsier assez chaud , tout ce qu'il y a de combustible se brûle , et il procure autant de chaleur que s'il eût été séché.

On a cherché un moyen usuel d'évaluer , avec une précision suffisante , la qualité combustible des substances qui sont employées à entretenir le feu.

Ce moyen consiste à établir une chaudière sur un fourneau , qui soit construit de manière à rendre la combustion facile et complette , et à perdre peu de chaleur : on remplit d'eau la chaudière jusqu'à un certain point : alors on entretient son ébullition avec la substance combustible qu'on éprouve et qu'on veut

comparer à une autre. On fait une opération pareille avec celle-ci; et des poids de combustibles nécessaires pour évaporer une même quantité d'eau, ou des poids d'eau évaporée par une même quantité de combustibles, on conclud le rapport des qualités combustibles. Pour rendre l'effet uniforme, il est bon d'établir, sur la chaudière, un filet d'eau qui coule d'une mesure connue dans la chaudière, où l'eau doit être maintenue pendant l'opération à une même hauteur.

Après avoir déterminé le rapport entre les propriétés combustibles, on n'a plus qu'à comparer leur valeur numéraire, et l'on trouve, selon les circonstances locales, qu'il est quelquefois plus avantageux d'employer le charbon de terre, d'autre fois la tourbe, ou le bois, pourvu que l'emploi n'exige pas une de ces substances préférablement aux autres; car les circonstances des opérations, auxquelles le combustible est destiné, peuvent exiger quelques propriétés particulières : ainsi le charbon de terre doit être collant pour servir à la forge, et celui qui donne beaucoup de flamme, est plus propre aux fourneaux à réverbère.

Si l'on veut rendre les corps incombustibles, il faut enduire leur surface d'une substance qui ne puisse brûler elle-même, et qui empêche le contact de l'air atmosphérique, sans lequel la combustion ne peut s'opérer; tels sont la plûpart des sels, mais sur-tout l'alun. Il ne faut cependant pas exagérer les effets de ces moyens; car lorsqu'une chaleur élevée ne peut pas produire l'inflammation d'un corps, celui-ci éprouve les effets de la distillation, et il se charbonne.

Lorsque l'air n'est pas renouvellé, et que le gaz

oxigène se trouve épuisé par la formation de l'acide carbonique et de l'eau, le feu s'éteint : ainsi l'on étouffe le feu d'une cheminée en empêchant l'air d'y pénétrer; et lorsque l'architecture aura, dans ses constructions, prévu les accidens du feu, on pourra, par ce moyen, limiter ses progrès dans les parties d'un édifice.

L'eau qu'on jette sur le feu agit en empêchant, par son interposition, le contact de l'air, et en baissant la température nécessaire à la combustion, par la chaleur qu'elle absorbe en se vaporisant. On peut, si les circonstances le permettent, augmenter son action, en y mêlant de la cendre, dont elle dissout promptement l'alkali, qui, restant appliqué au bois, intercepte le contact de l'air.

Lorsqu'un corps composé de différens principes qui se dilatent inégalement par la chaleur, est exposé à son action, ces principes se séparent ou forment d'autres combinaisons, selon leur nature et selon les circonstances : de-là dépendent les différens produits des distillations.

Lors donc que ce corps est dans un vaisseau distillatoire dans lequel on accumule le calorique, la tendance à l'élasticité, qui, comme nous l'avons dit, est une force opposée à l'attraction qui unit les principes entr'eux, s'accroît d'une manière inégale : de-là l'oxigène et l'hydrogène qui se trouvent retenus tendent à se dégager des principes plus fixes, et forment de l'eau qui se vaporise, et qui reprend la forme liquide dans un vaisseau contigu dont la température est beaucoup plus basse. A une température plus élevée, l'eau même qui vient de se former sera décomposée par le charbon.

L'hydrogène tend avec force à prendre l'état de gaz; mais il peut entrer en combinaison volatile avec une portion de carbone et d'oxigène, et former de l'huile; à une température plus élevée cette huile sera décomposée : si l'oxigène se trouve prédominant dans cette combinaison, au lieu d'huile on aura un acide ; ou bien ces effets se compliquent, et l'on a l'un et l'autre produits.

Dans cette opération, la plus grande partie du charbon est abandonnée des autres principes, qui sont volatils, et reste dans la cornue. Si la chaleur est très-forte, l'huile, l'acide et l'eau sont décomposés ou même ne se forment pas ; le gaz hydrogène se sépare en retenant une portion du charbon, l'oxigène forme l'acide carbonique avec une autre partie de charbon ; de-là vient que Priestley obtenait beaucoup plus de gaz inflammable en exposant des substances combustibles renfermées dans un tube de fer, à une chaleur prompte qu'à une chaleur lente.

Ainsi les produits des distillations ne sont point, comme on l'a cru pendant long-tems, une simple séparation des principes qui existaient dans une substance ; mais ils sont un résultat très-variable, selon les circonstances, de l'action expansive du calorique et des affinités des principes, qui, par leur réunion, constituaient cette substance.

Une attention que l'on ne doit jamais perdre de vue dans un cours élémentaire, dans lequel on expose successivement l'analyse des différentes espèces de substances, c'est de distinguer les produits réels des produits factices ; c'est de faire sentir l'influence des cir-

constances d'une expérience sur la variation des produits ; c'est de déduire des résultats de l'opération, la composition préexistente.

Le diamant exposé à une haute chaleur et avec le concours de l'air se détruit, brûle et disparaît, phénomène constaté par d'Arcet et Rouelle. Des expériences faites à Vienne prouvent qu'il se forme de l'acide carbonique dans cette combustion. Serait-ce le carbone pur et crystallisé ? ou bien serait-il combiné avec quelqu'autre principe ? Des expériences plus complettes, mais que leur prix réserve à un petit nombre de chimistes, nous en instruiront facilement.

L'analogie nous conduit à un phénomène duquel dépend la vie de presque tous les animaux, c'est la respiration et la chaleur animale qui en est le résultat.

Depuis que les médecins s'étaient occupés de l'organisation animale, on avait cherché à expliquer les effets de la respiration ; mais les systêmes se sont succédés inutilement pour la science, jusqu'à ce que Mayow et Hales aient fait voir que, dans la respiration, l'air éprouvait une altération semblable à celle qui est produite par la combustion : ils crurent que cette altération consistait dans la perte de l'élasticité ; mais à la naissance de la chimie pneumatique il fut bientôt constaté que l'acide carbonique est un produit de la respiration, comme il l'est de la combustion ; et Lavoisier établit l'identité des deux phénomènes, par des expériences où toutes les quantités furent déterminées avec précision.

En effet, lorsqu'un animal respire dans un volume déterminé d'air atmosphérique, cet air éprouve d'abord

une légère dilatation par l'effet de la chaleur animale ; mais lorsque l'animal est retiré, et que la première température est rétablie, le volume se trouve un peu diminué ; et par l'action de l'alkali caustique, on absorbe une quantité d'acide carbonique, qui correspond à la quantité du gaz oxigène, qui est devenue impropre à la respiration.

Si on laisse l'animal sans renouveller l'air, il expire avant que le gaz oxigène soit épuisé : l'air est à-peu-près dans le même état où le laisse une lumière lorsqu'elle s'éteint ; son altération est même poussée un peu plus loin, de sorte qu'on peut encore respirer dans un air qui ne peut plus entretenir une lumière.

Si l'on absorbe, par le moyen d'un alkali, le gaz acide carbonique, à mesure qu'il se forme, l'animal peut respirer beaucoup plus long-tems dans le même volume d'air ; et si l'épreuve se fait dans l'air vital, il peut être épuisé presqu'en entier, pourvu qu'on absorbe l'acide carbonique à mesure qu'il se forme.

L'animal placé dans le calorimètre fond une quantité de glace à-peu-près égale à celle que fond le charbon en se combinant avec l'oxigène, et en produisant une quantité pareille d'acide carbonique ; de sorte que ces deux phénomènes sont accompagnés des mêmes effets.

J'ai dit une quantité à-peu-près égale, car quoiqu'on n'ait pu parvenir à une extrême précision, les expériences de Laplace, de Lavoisier, de Crawford, prouvent cependant qu'il y a un peu plus de chaleur produite par la respiration des animaux ; ce qui dépend de ce qu'il se forme probablement un peu plus d'eau par la respiration, et de ce qu'une partie de la chaleur

animale est due à la digestion et aux autres combinaisons qui s'opèrent dans l'économie animale, partie qui peut varier considérablement dans l'état de maladie. Nous envisagerons, dans ce qui va suivre principalement, les effets de la formation de l'acide carbonique.

Les animaux qui ont des poumons jouissent toujours d'une température plus élevée que celle de l'atmosphère, du moins les exceptions sont rares : leur chaleur est d'autant plus grande, que leurs poumons ont plus de volume et qu'ils consomment plus d'air. Ainsi les oiseaux, dont les poumons se prolongent dans les cavités des os, ont plus de chaleur que les autres animaux ; ils ont besoin de la liberté des airs, ils jouissent plus de l'action vitale, ils périssent bientôt dans un espace trop renfermé.

Les insectes eux-mêmes, au lieu de poumons, ont à la surface de leur corps de petites ouvertures, auxquelles les entomologistes ont donné le nom de stigmates, et par lesquelles ils agissent sur l'air et produisent de l'acide carbonique, ainsi que l'a prouvé Vauquelin : ils ont donc aussi un degré de chaleur animale proportionné à la production du gaz acide carbonique. Quoique les expériences qui ont été faites sur les vers-luisans paraissent contradictoires, il est cependant très-probable qu'ils décomposent aussi le gaz oxigène, et que le calorique qui s'en dégage prend l'état de lumière, au lieu de donner de la chaleur.

Un homme robuste absorbe, selon les observations de Mentzies, conformes aux évaluations de Jurin, quarante pouces cubiques d'air à chaque inspiration ;

il a dix-huit inspirations par minute ; un vingtième de l'air atmosphérique se trouve changé en acide carbonique : il se forme donc, dans chaque minute, trente-six pouces cubiques de gaz acide carbonique, ou 51840 par jour, ce qui fait en poids plus de soixante-dix onces, dont à-peu-près dix-sept sont dues au carbone fourni par l'homme qui respire. Or dix-sept onces de carbone auraient fondu, en se combinant avec le gaz oxigène, à-peu-près 101 livres de glaces.

Toute la chaleur, qui est produite par la respiration, est employée à entretenir l'élévation de température dont jouissent les animaux, à échauffer l'air qui est expiré; et l'eau dont il s'est chargé, à réparer la perte qui se fait par le contact des corps froids, et par la dissolution de la transpiration dans l'air.

Sanctorius, comme un cénobite de la philosophie, s'était soumis à un régime pénible, pour déterminer à une balance la partie de nos alimens qui forme nos excrétions, et celle dont le poids disparaît par l'action vitale : il avait attribué toute cette perte à la transpiration, par laquelle il croyait que $\frac{5}{8}$ de nos alimens et de nos boissons se dissipaient. Il ne pouvait soupçonner que la plus grande partie était due à l'acide carbonique, et à l'eau qui est dissoute, soit par cet acide, soit par l'air chaud qui est expiré.

Armand Seguin, fort de ses talens et de la chimie moderne, et secondé de Lavoisier, a repris ces recherches laborieuses : il a séparé les effets de la transpiration de ceux de la respiration ; il a déterminé l'influence des circonstances qui font varier l'une et l'autre ; les mémoires qu'il a lus à l'académie des sciences

sciences sur son déclin et qu'il va publier, seront une acquisition précieuse pour la chimie.

Dans la respiration ordinaire, celle qui est éloignée des repas, il a formé beaucoup moins d'acide carbonique que la quantité que j'ai désignée ; mais la digestion et le mouvement ont fort augmenté cette production, et lorsqu'il exerçait ses forces à élever un poids, il formait plus d'acide carbonique que l'homme employé dans les expériences de Mentzies.

D'autres circonstances influent encore sur la production de l'acide carbonique : ainsi Crawford a observé que, lorsque l'air est à une température élevée, il est moins altéré par la respiration, c'est-à-dire, qu'il se forme moins d'acide carbonique dans un tems donné, que lorsqu'il est froid ; observation confirmée avec plus de précision par Seguin. Crawford a encore reconnu que l'air échauffé ne pouvait être amené par la repiration au même degré de détérioration que l'air froid ; de sorte qu'il ne peut servir à la respiration au degré eudiométrique, auquel il est encore bon dans une température froide.

Considérons la part active que le sang prend dans les effets de la respiration.

Tous les chimistes paraissent convenir à présent que dans la respiration, le sang produit les effets des corps combustibles qui donnent naissance à l'acide carbonique : mais les uns pensent que cette combustion s'opère immédiatement dans le poumon ; d'autres croient, avec Crawford, que la chaleur se dégage dans le cours de la circulation, par l'effet d'une combinaison lente et successive, qu'on explique de différentes manières.

Le sang, tiré d'une veine et exposé à l'air, se coagule bientôt, et se sépare en deux parties, la sérosité et le coagulum ou caillot : ce dernier est composé de deux substances, qu'on peut séparer par le lavage sur un tamis serré, ou sur une toile : l'une est formée de globules rouges, qui sont entraînés par l'eau ; l'autre qui reste sur le tissu, est blanche, a une consistance solide et l'apparence fibreuse : je l'appellerai ici lymphe ou partie lymphatique.

Le sang avait d'abord une couleur foncée; mais au contact de l'air, le caillot, qui s'est formé, prend à sa surface une couleur vermeille ; les anciens physiologistes ont cru que cette exaltation de couleur était due à ce que les globules s'accumulaient par leur pesanteur dans la partie inférieure du caillot. Cigna a fait voir qu'elle n'était due qu'à l'action de l'air.

Le sang, ramené au cœur des différentes parties du corps par la veine cave, a pris une couleur foncée ; mais dans les artères et les veines pulmonaires, il reprend la couleur vermeille.

Il me paraît incontestable, d'après la considération du changement progressif qu'éprouve le sang, et celle de la dissémination à peu-près uniforme de la chaleur dans les différentes parties du corps, que l'effet se produit successivement, et qu'on ne doit pas regarder la chaleur animale comme le résultat d'une combustion qui s'opère dans le poumon seul ; mais comme celui d'une combustion lente qui se fait dans le cours de la circulation.

Il paraît que l'oxigène est d'abord faiblement combiné, avec les globules rouges, et qu'il suffit de dimi-

nuer la compression de l'atmosphère pour en dégager une partie; car Priestley a observé que le caillot, rendu vermeil, donnait au gaz azote et au gaz inflammable la propriété de produire une diminution de volume avec le gaz nitreux, ce qui indique un dégagement de gaz oxigène : et je crois qu'il aura eu lieu, parce que le vase dans lequel il aura fait l'expérience, aura contenu une colonne d'eau au-dessus du niveau du bain, d'où résulte une diminution de pression égale à la hauteur de la colonne.

Le même physicien a éprouvé qu'une vessie n'interceptait pas entièrement l'action de l'air sur le sang, de sorte qu'il y devenait vermeil dans toute sa circonférence; or le sang se divise dans une infinité de petits vaisseaux qui se distribuent sur les vésicules pulmonaires, lesquelles forment dans un poumon de veau, selon le calcul de Hales, une surface de 280 pieds quarrés. Il n'est donc pas surprenant que l'air puisse exercer une action puissante sur le sang qui circule dans le poumon.

Les globules rouges se conduisent avec l'oxigène, comme nous observons que le font plusieurs couleurs végétales : ils l'absorbent d'abord par une affinité collective; ensuite dans le cours de la circulation, l'action de la chaleur et du frottement, l'effet continué de l'affinité déterminent les principes qui se trouvent le plus disposés à se combiner avec l'oxigène, à agir sur lui d'une manière isolée. L'acide carbonique, qui s'est formé, prend l'état élastique, et s'exhale dans le poumon. Une observation de Macbride paraît prouver que le sang, tiré d'une veine, en contient:

la transpiration une vaporisation, et par-là, une perte de chaleur qui est beaucoup plus considérable que dans l'air froid : au contraire, beaucoup plus de chaleur animale se produit dans celui-ci ; de sorte que l'effet de la chaleur animale et celui de la chaleur atmosphérique, se compensent à-peu près.

Nous avons dit que la combinaison du gaz oxigène continuait à s'opérer dans la circulation ; si donc le jeu des artères devient plus actif dans une partie du corps, si le frottement et la pression y deviennent plus grands, il s'y dégage plus de chaleur que dans les autres.

Jusqu'à présent, je n'ai parlé que des globules rouges, relativement aux effets de la respiration ; mais il est une autre partie du sang qui paraît y participer immédiatement, c'est celle que j'ai appelée partie lymphatique.

Lorsque le sang exposé à l'air se coagule, cet effet est dû en grande partie à l'action de l'air ; car le sang intercepté par des ligatures dans un vaisseau sanguin, ne se coagule que beaucoup plus tard et beaucoup plus faiblement, ainsi que l'a observé Hewson : lorsque le caillot se forme, et que la sérosité se sépare, les globules restent unis à la partie lymphatique sans se dissoudre dans la sérosité, quoique de leur nature ils soient solubles dans les liquides aqueux : il y a donc dans cet état quelqu'affinité qui réunit ensemble la partie rouge et la partie lymphatique ; mais dans les maladies inflammatoires, ou lorsqu'une ligature, ou tout autre obstacle a retenu long-tems le sang dans le vaisseau d'où on le tire, il présente une autre appa-

rence : il reste fluide beaucoup plus long-tems, la sérosité quelquefois abondante se sépare, la partie lymphatique prend l'apparence d'une huile qui surnage en grande partie le caillot, et quelque tems après elle forme à sa surface une pellicule plus ou moins épaisse, et connue sous le nom de couenne pleurétique ; au-dessous de celle-ci, se trouve avec un portion de la lymphe, la partie colorante, qui est alors noirâtre.

Mais la couenne pleuritique tenue long-tems à une chaleur d'une certaine élévation, prend selon les expériences de Gaber, les propriétés du pus.

Il paraît donc que dans les maladies inflammatoires une combustion trop forte, due à une exagération des effets de la respiration et à une action trop vive des vaisseaux, diminue l'affinité de la partie lymphatique pour les globules, dont la constitution la plus avantageuse est changée ; que les globules peuvent être pressés dans les vaisseaux qui ne leur étaient pas destinés, et que la partie lymphatique devenue plus fluide, peut s'épancher dans le tissu cellulaire, et y former du pus, sur-tout dans les parties où les effets de l'inflammation sont particulièrement déterminés par des circonstances locales.

Dans l'inflammation et dans les différentes espèces de fièvres, la digestion est suspendue, la graisse déposée dans le tissu cellulaire reflue dans le sang, et sert à l'entretenir ; on peut soupçonner qu'alors il se consume une plus grande proportion d'hydrogène que dans l'état de santé, et que l'excès de chaleur qui accompagne ces maladies, est dû en partie à cet effet.

Quoiqu'il en soit, l'augmentation de chaleur, la respiration plus précipitée, font que l'air expiré, emporte beaucoup plus d'humidité, et dessèche le malade.

Alors un air un peu chaud et humide me paraît convenable, parce qu'il se fait moins de combustion qu'avec un air froid, et qu'éprouvant moins de changement dans la température qu'il acquiert, il ne peut enlever que peu d'humidité; mais la chaleur qui est brûlante dans les parties du corps, peut-être tempérée par le bain et par l'évaporation.

On avait cru que le gaz oxigène pur agirait sur l'animal qui respire, comme sur les corps qui brûlent; c'est-à-dire, qu'il produirait beaucoup plus d'acide carbonique, et par là plus de chaleur que l'air atmosphérique dans un même espace de tems: mais les expériences de Lavoisier et de Seguin, nous ont détrompés; elles nous ont appris qu'il ne se forme pas une plus grande quantité d'acide carbonique par la respiration dans l'un de ces gaz que dans l'autre: cependant il est très-vraisemblable que dans les embarras de la respiration, l'usage de l'air vital serait avantageux; effectivement un animal asphixié qu'on plonge soudainement dans l'air vital, est plus sûrement et plus promptement rappelé à la vie que dans l'air atmosphérique. Ainsi dans le frisson des fièvres, dans l'asthme suffocant, dans quelques maladies spasmodiques où le pouls est faible, la respiration très-petite ou plutôt très-embarrassée, et la chaleur diminuée, il serait probablement avantageux de faire respirer du gaz oxigène.

On n'a point encore éprouvé l'effet de la compres-

sion de l'air sur la respiration : il me paraît probable que l'air comprimé, produit plus d'acide carbonique, dégage plus de chaleur, restaure plus l'action vitale ; et que de-là, vient qu'on se fatigue très-promptement, et qu'on a besoin de repos fréquens sur les hautes montagnes, comme l'a éprouvé Saussure dans son voyage au Mont-Blanc.

Je me suis abandonné à des conjectures éloignées de la sévérité que nous devons apporter dans les sciences, parce que j'ai espéré que les idées que je vous présente, pourraient vous inspirer des recherches utiles, et qu'elles pourraient être modifiées par l'expérience et l'observation, et devenir plus conformes à l'action de la nature.

Nous nous occuperons dans la première séance de la combinaison de l'oxigène avec l'azote, ou de l'acide nitrique.

ART DE LA PAROLE.

SICARD, *Professeur.*

Nos séances précédentes ont été consacrées à vous donner l'idée de nos premiers moyens de communication avec les sourds muets, et vous avez vu comment ils acquièrent les premières notions grammaticales absolument nécessaires à l'expression de la proposition, réduite au plus petit nombre de ses élémens;

il nous restera à développer, dans la suite, ces premières notions, à y ajouter le tableau de toute la phrase, à vous faire connaître la théorie de l'article, du pronom, de la conjugaison, et de la phrase composée.

Mais, pour vous rassurer, avant tout, sur la certitude de cette méthode, j'ai cru devoir la soumettre auparavant à des épreuves qui levassent tous les doutes. Ces épreuves ont été de quatre sortes; la première a été de dicter à mon élève des phrases dont vous avez fait choix; la seconde de vous proposer de faire vous-mêmes des questions, sur lesquelles l'élève n'eût pu être préparé; la troisième de lui faire écrire des actions qui se sont faites devant vous: tout cela a été exécuté, sans que j'y aie eu aucune part. Nous ne pouvons plus douter que, par le moyen de cette sorte d'enseignement, le sourd muet ne soit rétabli dans tous les droits de la société, et que d'homme de la nature, et sans aucune civilisation, il ne soit devenu homme civilisé, et qu'il n'obtienne enfin de rentrer dans la plénitude de ses droits. Toutefois ne reste-t-il plus de doutes sur le degré de son instruction? Le sourd muet peut-il être en état de lire nos livres? connaît-il tous les mots abstraits et métaphysiques? Comment nous satisfaire sur ce point essentiel? sera-ce en dictant au sourd muet des mots de cette espèce, et en les lui faisant écrire? Mais, comment les lui dicter? On dira que c'est par signes: comment des signes pourront-ils rendre des idées purement métaphysiques? Nous ne pouvons avoir que des signes matériels, Ici, citoyens, il faut vous rappeler ce

qui a été écrit par un de vous au sujet des idées et de la classification que je vous en avais moi-même proposée.

Il y a trois sortes d'idées : les idées d'objets matériels, les idées qui appartiennent aux passions de l'homme, et des idées qui appartiennent à l'entendement, considéré comme pure intelligence. Toutes ces idées sont des images, des représentations d'objets. Ces objets ont des caractères distinctifs, ou par leurs formes extérieures, ou par leurs effets, ou par leurs relations avec d'autres objets. C'est alors leur figure, ou leur forme, que l'on peint; et le geste qui figure leur forme, est précisément le signe qui les rappelle à l'esprit : c'est le nom que leur donne le sourd-muet. Or, ce sont des qualités actives, et c'est encore en les figurant qu'il les peint.

Les idées de la seconde classe appartiennent aux passions qui ont entr'elles une sorte de filiation, qui les lie et les fait naître toutes d'une première réduite à sa plus grande simplicité. Il s'agit de savoir remonter jusqu'à ce premier élément, et de bien connaître cette intéressante série.

Les idées de la troisième classe appartiennent à l'intelligence pure. Condillac établit, pour point de départ, l'attention qu'il considère comme le premier chaînon, jusqu'à l'entendement qu'il considère comme le dernier.

J'avais à annoncer ce grand mystère d'opérations intellectuelles à des hommes qui en sont bien plus loin que nous; j'ai donc été forcé de remonter plus haut, et de commencer par quelque chose de plus

simple que la série de Condillac. Cette chose simple, c'est l'idée. Si toutes les opérations de l'entendement se composent de l'idée, et ne sont proprement que l'idée plus ou moins prononcée, plus ou moins combinée, plus ou moins réfléchie, tout doit être connu, quand nous serons parvenus à en comprendre parfaitement la nature.

Voilà, citoyens, le but vers lequel j'ai tourné tous mes efforts; et voici comment je m'y suis pris : j'ai commencé par me dire à moi-même, que je ne pourrais espérer de faire distinguer les opérations de l'esprit, sans m'assurer que le sourd-muet était bien convaincu de son existence. En conséquence, j'ai procédé à cette démonstration de la manière que je vais exposer.

De toutes les leçons, c'est celle qui demande le plus d'attention, comme vous allez en juger.

Je pense : il y a donc en moi un principe simple comme la *pensée*, immatériel comme elle, indestructible de sa nature, et par cela même, immatériel. C'est ce principe qui fait le privilège de l'homme; son caractère distinctif, la dignité de son être, et qui l'élève au-dessus de tout ce qui existe autour de lui, en le plaçant à une distance immense de la brute. Il faut sans doute révéler ce mystère au sourd-muet; car c'en est un pour lui, et un bien grand, et le consoler de sa dégradation par la vue des avantages qui lui restent. Mais comment aborder cette question avec des hommes qui, n'ayant jamais reçu que des impressions physiques, sont si loin d'imaginer qu'il puisse y en avoir qui ne soient ni matérielles ni sensibles ? Com-

ment l'initier au grand secret de l'influence continuelle de la matière sur l'esprit, et de l'esprit sur la matière ?

Je vais rendre compte des procédés que j'ai suivis et des succès que j'ai obtenus. Voici un des premiers moyens que j'ai employés, et qui m'a parfaitement réussi.

C'est d'abord l'œil du corps que j'ai choisi pour comparer à quelque chose de sensible cet œil intérieur, dont les opérations intellectuelles semblent se rapprocher si fort de cet organe de la vue. J'ai sous les yeux le portrait de mon élève, et je procède ainsi : Je montre MASSIEU à tous ses compagnons sourds muets ; j'avais amené deux sourds-muets à qui cette leçon n'a pas encore été donnée ; je n'espère pas pouvoir la donner aujourd'hui, le tems sera trop court.

Je montre donc MASSIEU à tous ses compagnons, muets comme lui ; je le leur fais regarder, en observant que ce corps est animé, sensible et respirant, et j'écris sur la planche de nos exercices, les mots suivans : *Corps respirant*, *corps vrai de Massieu.* Je fais sortir l'élève, et alors je présente son portrait ; je le montre à ses compagnons, et j'écris : *corps faux*, *corps peint de Massieu.*

Je fais rentrer l'élève, je retouche son corps, et je recommence à dire *corps vrai et corps faux* ; je dis que l'un est long, large et profond, et que l'autre n'a uniquement que la surface, qu'il est long et large, sans être profond. C'est ainsi que, successivement, je prépare mes élèves à savoir qu'il y a un corps de Massieu qui n'a aucune des trois dimensions : ainsi

nous avons eu, comme vous voyez, un corps qui avait les trois dimensions, nous finirons par les exclure toutes ; c'est-là que je veux les amener.

Je fais sortir Massieu, je fais ôter aussi son corps faux, je ferme les yeux. Comme le portrait de Massieu m'est resté dans l'esprit, je figure Massieu avec mes gestes, et je dis *corps idéé* (1) ou *imaginé*, cela nous donne trois corps : *corps physique*, *réel et vrai*, *corps faux* ou *figuré*, *corps idéé* ou *pensé* ou *vu intérieurement*.

Ainsi voilà nos trois corps. Pour preuve que je vois le troisième, comme j'ai vu le second, comme j'ai touché le premier ; j'en dessine en l'air la figure en présence de mes élèves : ils voient bien que l'image m'est restée dans l'esprit ; c'est ce que je veux faire imaginer.

C'est alors que je puis dire sans danger, qu'il y a en nous une sorte d'œil intérieur qui voit les objets, quand les yeux du corps sont fermés ; que cette vue est comme la vue ordinaire, plus ou moins prononcée ; que cet œil intérieur s'ouvre, en quelque sorte, aussitôt qu'un des organes est frappé, et que le sens qui y est renfermé est réveillé ; que de même que la première opération de l'œil sensible est de voir, la première opération de cet autre œil est d'*idéer* ; que comme le *voir* devient le *regarder*, quand le *voir* est voulu, l'*idéer* devient le *penser*, quand l'*idéer* est également voulu, etc. C'est ainsi que nous parcourons la chaîne de toutes les opérations intellectuelles.

(1) Ces mots *idéé* et *idéer* inusités dans notre langue, sont de l'invention de *Massieu*, et m'ont paru dignes d'être conservés.

La première opération de l'œil physique est nécessaire ; la première opération de l'œil intérieur est nécessaire aussi. Il y a donc, comme vous voyez, de l'analogie, et une analogie aussi parfaite qu'il est possible, entre ces deux yeux, entre l'œil physique et l'œil intérieur, qui bientôt aura un autre nom. Ainsi le premier mouvement de l'œil, c'est de voir ; le premier mouvement de l'esprit, c'est d'idéer. Le premier mouvement du cœur, c'est de vouloir ; le premier mouvement est de l'animal ; le second mouvement est de l'esprit. Le second se compose du premier, c'est-à-dire, que deux fois *voir* sera *regarder*, que deux fois *idéer* sera *penser*, deux fois *penser* sera *réfléchir*, deux fois *vouloir* sera *desirer*. La première de ces opérations est involontaire, à la seconde commence l'intention. On regarde, parce qu'on veut ; on pense, parce qu'on veut ; on desire, parce qu'on veut. Ces analogies sont extrêmement faciles, extrêmement commodes.

Ainsi je vois Massieu ;
J'idéée Massieu ;
Je veux Massieu :
Voilà ces trois opérations
De l'homme organique,
De l'homme intellectuel,
De l'homme moral.

Le *voir* est donc le premier chaînon des opérations qui peuvent se rapporter à l'organe de la vue ; l'*idéer*, le premier chaînon des opérations intellectuelles ; et le simple *vouloir*, le vouloir élémentaire, le vouloir que j'appellerais presqu'involontaire, si, comme je

l'ai déjà dit, ces deux mots ne s'excluaient pas, est la première opération du cœur.

Tout l'homme est dans *voir*, *idéer* et *vouloir*. Cet œil physique, cet œil intérieur, et cette flamme cachée font de l'homme, dont le moi est un et simple, un être multiple en quelque sorte. Le sourd-muet va de l'un à l'autre, sans effort; on lui dit : Tout ce qui est susceptible d'augmentation et diminution appartient à l'homme, comme animal; tout ce qui ne peut ni se diviser ni se mesurer appartient à l'homme comme esprit.

Après avoir obtenu tous ces résultats, et bien fixé mes élèves sur les idées qu'ils renferment, je peux entrer avec eux dans de nouveaux détails, et approfondir davantage cette matière. Je leur dis donc :

Toutes les parties de mon corps sont destinées à des fonctions qui leur sont propres, dont les unes ne peuvent remplacer les autres. Les yeux sont exclusivement destinés pour voir, les oreilles pour entendre, le goût pour les saveurs, et on les nomme organes : dans chacun de ces organes, quand il n'est pas vicié, se trouve la faculté de distinguer les objets propres à ces organes; la lumière et les couleurs par les yeux, les sons par les oreilles, les saveurs par le goût, les odeurs par l'odorat, les dimensions du corps par le tact. On les nomme les SENS, ils sont au nombre de cinq. C'est par eux, dis-je aux sourds-muets, que nous recevons les images, ou les perceptions des objets, et que nous appelons ces images IDÉES. Ici, je demande à mes élèves : Les idées des objets, où sont-elles ? que sont-elles ? peut-on dire qu'elles ressemblent

ressemblent aux opérations de chacun de nos membres ? Faisons-en la comparaison. Je frappe un objet ; le coup frappé et l'objet lui-même peuvent se mesurer. Je vois un objet : je puis mesurer la distance que parcourent les rayons de la lumière qui viennent de cet objet à mon œil ; mais je ne vois plus cet objet, et je sens néanmoins que je pourrais le dessiner ; les formes en sont demeurées comme empreintes en moi. Je leur demande encore une fois où sont ces formes : sont-elles dans mon œil, dans mon cerveau, dans mes mains ? J'ai beau chercher ; cette copie n'occupe en moi aucune place ; je ne peux en imaginer le lieu ; cependant rien n'est plus réel que cette image ; puisqu'au besoin elle servirait de modèle à la copie que j'en voudrais faire. J'ai pu partager ou diviser toutes les opérations de chaque membre de mon corps ; je ne peux partager cette image. C'est, leur dis-je, parce que l'effet est toujours de même nature que sa cause. Alors nous comparons des effets de tous les genres avec leur cause, et nous y remarquons toujours une analogie parfaite. Si ces effets sont étendus et divisibles, nous voyons que leur cause aussi est étendue et divisible ; de même, quand nous remarquons des effets sans étendue, et que nous ne pouvons mesurer, nous assurons que la cause n'est pas plus mesurable que ces effets ; et nous concluons que l'étendue ne pouvant mesurer l'étendue, dès qu'il y a en nous une faculté qui mesure les trois dimensions des corps, cette faculté mesurante ne peut être mesurable, et par conséquent avoir les dimensions qu'elle mesure.

Nous revenons à ces souvenirs dont nous parlions tout-à l'heure, à ces effets de la mémoire, à ces restes précieux dont nous cherchions la place, et qui font de notre esprit qui les conserve, comme une galerie de tableaux. Tout cela ne nous dit-il pas clairement et d'une voix que nous ne pouvons méconnaître : « nous n'appartenons à rien de ce que vous voyez ; » nous sommes les effets d'une cause invisible comme » nous, et aussi simple que nous. Cette cause ne se » trouve dans aucun des êtres différens de ceux que » vous connaissez. Vous n'y remarquez pas non plus » ces effets dont nous parlons ; ou si quelqu'un vous » en offre de légers apperçus, vous n'y trouvez ni » combinaison, ni comparaison, ni affirmation, et » par conséquent ni jugement. Ce n'est qu'en vous, » être merveilleux ! que vous trouvez l'idée, et l'idée » comparée, et par conséquent la pensée. Vous seul, » en vous y arrêtant, et en la comparant à une autre » pensée, êtes capable de ce beau travail qui produit » le raisonnement, dont la conséquence qui en est » le résultat est si simple, qu'elle ne peut appartenir » à aucune portion matérielle d'un être composé ».

Nous avons appris, dirai-je à mes élèves, qu'il n'y avait pas d'effet sans cause ; nous trouvons ici des effets, il y a donc une cause. D'ailleurs la nature des effets indique la nature de la cause, puisqu'ils sont toujours du même genre qu'elle. Or, rien de ce qui est matériel, étendu, divisible, n'ayant pu produire ces effets qui sont essentiellement simples, leur cause productrice est donc immatérielle, indivisible et simple comme eux.

J'annonce à mes élèves une nouvelle affligeante, ils en ressentent de la peine ; je leur demande où est le siège de cette peine, quel rang, quelle place elle occupe, quelle en est la longueur, la profondeur. L'impossibilité où ils sont de répondre à ces questions, rend sensible pour eux, la vérité que je cherche à leur faire connaître. Il y a donc dans l'homme un principe d'opérations physiques, et un principe d'opérations simples et intellectuelles. Les effets de chacun de ces principes attestent leur existence et leur nature, et ces effets attestent aussi la nature de ces principes. Des effets composés et divisibles, ont une cause composée et divisible ; des effets simples et indivisibles, ont donc une cause simple et indivisible. Ce sont ces deux êtres, l'un corporel, et l'autre incorporel ; l'un étendu et divisible, l'autre inétendu et indivisible ; l'un composé, l'autre simple, qui réunis en un seul tout, sans mêlange et sans confusion, forment cet être privilégié qui tient à tout, et embrasse tout dans l'étendue de ses connaissances, l'HOMME. Je leur dis encore : une belle prairie frappe mes yeux ; j'y vois un ruisseau qui se joue à travers mille fleurs dont les couleurs différentes réjouissent et charment mes yeux ; éloigné de ce beau lieu, j'en conserve l'image, j'en décris les beautés ; la toile, si je sais peindre, les reproduit à tous les yeux : ce sont donc mes yeux, messagers fidèles, qui ont communiqué ces images à cet autre principe qui en a conservé toutes les formes.

Il y a donc en moi deux principes, dont l'un avertit l'autre, et une correspondance parfaite entre les deux ;

sans qu'ils aient rien de commun que cet ordre étonnant de mutuels services. Il y a donc en moi un être qui connaît, se souvient, reçoit des idées, les pèse, les combine, en forme des résultats, et qui par conséquent réfléchit et raisonne, veut, desire et aime. Il n'y a rien de tout ce que je viens de dire que mes élèves n'aient saisi, avec une mesure d'intelligence ordinaire. Voilà donc l'existence de l'ame et son immatérialité bien connues par eux; alors je vais plus loin et je dis:

Ce principe intellectuel, ce principe de toutes nos facultés, a-t-il besoin du corps pour exister? et pourquoi en aurait-il besoin? Il y a sans doute dans l'ordre actuel une dépendance d'opérations entre l'un et l'autre, de manière que les mouvemens du corps sont l'occasion perpétuelle et constante des sensations et des idées de l'ame, et réciproquement les sensations et les idées de l'ame sont l'occasion perpétuelle et constante des mouvemens du corps; mais le corps n'est pas à l'ame, comme un sujet est à son mode; ce sont deux substances complettes, douées chacune de toutes leurs facultés: or, les substances ne dépendent pas l'une de l'autre pour exister, ou, pour parler plus clairement, la raison d'exister d'une substance, n'est jamais dans l'existence d'une autre.

Si par un prodige toujours nouveau et toujours merveilleux, le corps n'était pas uni à l'ame pour former le Moi personnel de l'homme, le corps, comme substance organisée, aurait encore en genre de substance, tout ce qu'il lui faudrait pour exister et existerait en effet, comme le corps organisé de tous les

animaux. Pourquoi donc, l'âme, substance bien plus noble, bien plus excellente, n'existerait elle pas indépendamment du corps ? Bien plus, je sens que le corps composé de mille ressorts, tous également fragiles, vieillit, s'use et périt par la dissolution de ses parties : mais la substance spirituelle, qui n'est qu'action et vie, qui ne peut ni s'affaiblir, ni s'user dans ses ressorts, puisqu'elle n'en a pas, peut bien être anéantie par l'Etre Suprême qui la créa ; mais ne peut jamais périr par une dissolution qui lui soit propre et qui tienne à sa nature ; son existence est donc indépendante de celle de la matière : la destruction de l'un ne peut entraîner celle de l'autre ; et la cessation du mouvement et de respiration dans le corps, ne saurait arrêter l'action et la vie de la pensée. L'ame dégagée des liens du corps, et séparée de sa dépouille mortelle, existera donc ! *Oui, sans doute*, dirai je avec effusion de joie à mes élèves ; *elle existera, et tout le bien qu'elle aura fait sur la terre la suivra, et lui servira de cortége dans le sein de la divinité.*

Vérité consolante, qui donne un fondement solide et une sanction à la morale, un motif à la vertu de l'homme, et le plus grand objet de consolation dans les maux qui l'affligent ; avec elle disparaît l'horreur invincible du néant, et marche devant moi la douce espérance de ne finir un jour que pour renaître et pour jouir avec plus de plénitude de toute la perfection de mon être.

Vérité consacrée par la croyance de tous les siècles et de tous les peuples, et qu'atteste invinciblement

te désir si actif de survivre à soi-même et de laisser dans la mémoire des hommes, un nom consacré par des talens distingués et des actions mémorables.

HISTOIRE NATURELLE.

DAUBENTON, *Professeur.*

Sur les pétrifications.

Les naturalistes n'ont pas encore donné une idée juste et précise de la pétrification, soit par rapport aux choses pétrifiées, soit par rapport à la manière dont se fait cette opération de la nature.

La pétrification n'est pas un changement de nature, comme la transmutation des métaux que les alchimistes recherchent en vain depuis long-tems. Une substance végétale, ou la chair d'un animal changée réellement en pierre, serait une plus grande merveille que du plomb changé en or, parce qu'il y a bien moins d'analogie entre une plante et une pierre, qu'entre des métaux de différens genres. La pétrification est moins mystérieuse ; je crois pouvoir l'expliquer fort simplement, en la réduisant à ses justes limites.

Le suc lapidifique, n'est que de l'eau qui charrie des parcelles de pierres ; cette eau n'a pas la propriété de faire la pierre, les parcelles de pierres y sont toutes faites ; elle n'est lapidifique que parce

qu'elle les rassemble dans les endroits où elle se trouve. On conçoit aisément que l'eau la plus pure, peut détacher et entraîner des molécules d'une pierre ou d'un caillou, sans avoir pour les dissoudre, aucune autre vertu que son poids et que sa fluidité ; mais toutes les pierres et tous les cailloux ne doivent pas céder également à l'impression de l'eau, parce que la cohérence de leurs parties n'est pas au même degré dans tous les lieux et dans tous les tems. Aussi toutes les eaux qui passent dans les carrières de pierres ou de roche, ne se chargent pas d'une assez grande quantité de molécules, pour former des pétrifications. Ces molécules adhèrent nécessairement les unes aux autres, par leur affinité mutuelle, comme on le voit dans les crystallisations.

Non-seulement l'eau est le dissolvant et le véhicule des molécules pierreuses qui forment les pétrifications ; mais il faut encore qu'elle contribue à cette opération de la nature, en disposant les corps qui peuvent être pétrifiés, à recevoir le suc lapidifique.

Pour cet effet, il faut un corps composé de façon qu'une partie de sa substance soit pierreuse, et résiste par conséquent à la pourriture, et qu'une autre partie en soit susceptible : tels sont les os de l'homme et des animaux, les écailles et les arêtes des poissons, les parties dures des crustacées et des ourcins, les coquilles, les madrépores, etc. Toutes ces substances sont en partie pierreuses, et en partie cartilagineuses, membraneuses ou charnues ; lorsqu'on les fait tremper dans une liqueur acide, la

partie pierreuse s'en détache, et il n'y reste que le cartilage. Lorsqu'elles séjournent dans un terrain humide, la partie cartilagineuse se pourrit et se sépare de la partie pierreuse.

Si le suc lapidifique rencontre un corps dans cet état, les particules pierreuses qu'il charrie entrent dans les cavités vides de cartilages, adhèrent à leurs parois par la force de l'affinité, les remplissent et opèrent la pétrification, de manière que ce corps devenu totalement pierreux, semble être encore organisé. Il a augmenté de poids, sans perdre sa forme extérieure, et il a changé en partie de nature en conservant les vestiges de sa première structure interne. La nouvelle matière pierreuse ne s'est pas si bien jointe à l'ancienne, qu'il ne reste entre deux une apparence de joint, qui indique toutes les cellules qu'occupait le cartilage, et qui fait, par conséquent, reconnaître la structure primitive du corps pétrifié.

Tous les corps susceptibles de pétrification, étant en partie pierreux et en partie cartilagineux, il est aisé de concevoir comment un suc lapidifique chargé de molécules de pierre, y opère la pétrification en réunissant ses molécules avec les parties pierreuses du corps pétrifiable : c'est ainsi que se font la plûpart des pétrifications.

Suivant les idées que je viens de donner de la pétrification de quelques parties animales, il me semble que l'on ne connaît aucune opération de la nature, qui mérite mieux le nom de pétrification, et je crois que ce nom ne convient qu'à des corps

ainsi pétrifiés ; mais on l'a étendu à beaucoup d'autres choses, puisque l'on a cru qu'il y avait des bois, des chairs et des fruits pétrifiés.

Ces substances et toutes celles qui n'ont qu'une petite quantité de parties pierreuses, ne sont pas susceptibles de pétrification, parce qu'elles n'ont rien qui puisse rester en place pour recevoir les molécules solides du suc lapidifique, et pour s'y unir après le déplacement de leurs autres parties susceptibles de pourriture. Cependant les dépôts du suc lapidifique, ont des rapports de forme et de structure avec la pulpe des fruits, la chair des animaux et les parties ligneuses des plantes dans des circonstances que je vais rapporter.

Un morceau de bois, ou même un corps moins dur, qui est enfoui dans une terre grasse, en peut être si bien enveloppé, que la terre qui l'environne, se moule exactement sur toutes ses parties extérieures. Si ce morceau de bois vient à se pourrir, et si l'eau entraîne sa substance hors de la cavité qu'il occupait dans la terre, son empreinte reste sur les parois de la cavité, de manière que si cette cavité se remplit de pierre, la surface extérieure de cette matière, a la même forme que le morceau de bois qu'elle y a remplacé ; on y voit des rides comme sur l'écorce du bois, des nœuds, etc. ; cette ressemblance est si exacte, que l'on n'hésite pas à croire que c'est du bois pétrifié : cependant ce prétendu bois n'est qu'une matière pierreuse, qui s'est moulée dans une cavité où un morceau de bois s'était pourri. Il est certain que cela n'est pas une pétrification ;

ce n'est qu'une empreinte qui représente la forme extérieure d'un morceau de bois, sans qu'il y ait au-dedans aucune parcelle de substance ligneuse, ni aucun vestige de la structure du bois.

Lorsqu'une noix est exposée à la pourriture, l'amande est la première partie qui se détruit. Si le suc lapidifique l'entraîne au-dehors de la coque, et dépose, à la place de l'amande, des parcelles de pierres qui remplissent cette place, tandis que la partie ligneuse de la noix est encore entière; alors la noix paraît renfermer une amande pétrifiée : mais cette prétendue pétrification n'est qu'un dépôt pierreux qui s'est moulé comme le zest et la coque de la noix; comme je l'ai vu dans les prétendues noix pétrifiées que l'on a trouvé à Salins.

Il arrive souvent qu'une matière pierreuse représente, non-seulement la forme extérieure du bois, mais encore la structure intérieure, sans que le bois y soit pétrifié.

Lorsque le bois qui se pourrit est abreuvé de suc lapidique, l'eau enlève peu-à-peu des parties ligneuses, et laisse à leur place des parties pierreuses qui doivent nécessairement se trouver disposées dans le même ordre et sous la même forme que les parties ligneuses, parce qu'elles sont distribuées dans les mêmes places, et moulées dans les mêmes cavités que les molécules du bois pourri ont laissé vuides. Toute la substance du bois est ainsi remplacée successivement par une matière pierreuse, sur laquelle son empreinte est marquée, tant au-dehors qu'au-dedans; alors il ne reste qu'une pierre ou un caillou, suivant la nature du suc

lapidifique ; mais cette pierre ou ce caillou ressemble à un morceau de bois, tant à l'extérieur qu'à l'intérieur, et représente les linéamens de la structure du bois par les joints qui paraissent entre les parties pierreuses formées successivement, comme on en voit entre des aiguilles de crystal ou de spath, placées les unes contre les autres dans le même bloc.

Il y a des morceaux de prétendu bois pétrifié, dont l'un des bouts est de bois, tandis que l'autre est de pierre. On voit aussi des parties ligneuses, placées entre des parties pierreuses, parce que toutes les parties de bois n'ayant pas été détruites par la pourriture, et entraînées par l'eau, le suc lapidifique n'a pu mettre des parties de pierres à leur place.

On a présumé que le bois pouvait se pétrifier par l'union des parties solides du suc lapidifique avec les parties fixes du bois, qui ne sont qu'une terre fine, et qui cependant subsisteraient après que le bois aurait été pourri, et que les parties ligneuses seraient déplacées et entraînées par l'eau. On a cru que les parties fixes du bois, quoi qu'elles ne soient qu'une espèce de poussière, qui n'a presqu'aucune consistance, peuvent rester chacune à sa place, et représenter la structure du bois sans qu'il reste aucunes parties ligneuses qui les soutiennent. On a prétendu que les parties fixes du bois recevaient le suc lapidifique, arrêtaient ses parties pierreuses, et les disposaient à la place des parties ligneuses, de manière à représenter la structure du bois (1).

(1) Voyez les Mém. de l'Acad. des Sciences, année 1759.

Par cette hypothèse, les parties fixes du bois détermineraient la pétrification, comme les parties pierreuses des os, des arêtes, des taies, des coquilles, des madrépores, etc. : examinons, s'il est possible, que les parties fixes du bois produisent cet effet.

Quelque petite que soit la quantité de la partie fixe du bois, on peut bien concevoir qu'elle soit répartie dans toutes les parties ligneuses, à proportion de leur densité; mais je n'imagine pas comment ces parties fixes, qui ne sont connues que sous la forme d'une poussière presque sans consistance, peuvent rester en place, pendant que toutes les parties ligneuses pourrissent et sont entraînées par l'eau. De tels matériaux, des atômes de poussière, ne peuvent pas se soutenir pour conserver la forme des cavités qui restent vides après le déplacement des parties ligneuses. Cet assemblage est trop frêle pour pouvoir subsister sans appui. Le suc lapidifique ne pourrait passer sur ce réseau, qui aurait si peu de consistance, sans briser ses faibles fils, et sans détruire les apparences de la structure du bois.

Mais en supposant que les parties fixes du bois puissent servir de base à sa pétrification, pourraient-elles représenter les linéamens de la structure du bois, tels qu'on les voit dans de prétendus bois pétrifiés où ils occupent à-peu-près la moitié de leur surface, après qu'ils ont été sciés et polis ? Pour répondre à cette question, il faut tâcher de savoir quelle est la proportion de la terre fixe du bois avec les autres parties ligneuses.

Les chimistes, qui ont fait l'analyse du bois, varient

beaucoup sur le résultat de la terre fixe. Les uns prétendent qu'il n'y en a qu'environ une cinq centième partie dans le bois blanc, et une quatre-centième dans le bois de chêne ; d'autres en ont trouvé à-peu-près une deux-cent-trentième partie dans le bois de chêne. Cette grande différence vient sans doute des diverses qualités qui se trouvent dans le bois de même espèce, et de la quantité de terre fixe volatilisée avec la fumée durant l'opération qui n'avait pas été faite en entier dans des vaisseaux clos. Mais il n'est pas nécessaire, pour mon objet, de connaître la quantité précise de la terre fixe du bois ; et pour écarter toute prévention, j'adopterai l'opinion qui m'est la moins favorable, et qui ne porte cette quantité qu'à la centième partie du bois.

La quantité de la terre fixe du bois étant déterminée, reste à connaître sa situation relativement et proportionnellement aux autres parties ligneuses. On ne peut donner sur cet article que des conjectures. Cependant il paraît que les différentes parties d'un même bois ont plus ou moins de terre fixe, à proportion qu'elles sont plus ou moins dures, puisqu'il est prouvé que les bois durs en ont plus que les bois tendres. Mais supposons, pour un moment, que les parcelles de terre fixe soient distribuées également dans un morceau de bois, dont elles font la centième partie.

Pour savoir quel effet ces parcelles pourront produire dans la représentation de la structure du bois après la pétrification, il faut se faire une idée de leur volume. Supposons d'abord qu'elles soient infiniment

petites, c'est le moyen de les placer le plus près les unes des autres, qu'il est possible. Cependant l'espace qu'occupera chacune des parcelles de terre fixe, ne sera que la quatre-vingt-dix-neuvième partie de l'espace occupé par les parcelles ligneuses correspondantes à chaque parcelle de terre fixe. Dans ce cas, les parcelles de terre fixe seront de beaucoup trop petites, pour être sensibles à l'œil, et elles seront aussi de beaucoup trop éloignées les unes des autres, pour se maintenir dans leurs places, après que les parcelles ligneuses auront été pourries et entraînées par l'eau : par conséquent, des parcelles de la terre fixe du bois, infiniment petites, ne peuvent avoir été la cause des linéamens qui représentent distinctement la structure du bois dans ceux qui ont été pétrifiés.

Supposons, au contraire, que les parties fixes soient distribuées inégalement dans un morceau de bois, et qu'elles soient assez grosses pour être sensibles à l'œil, et placées assez près les unes des autres pour se toucher et se soutenir indépendamment des autres parties ligneuses. Alors elles pourraient représenter quelques linéamens ; mais, dans cette supposition, les parties fixes du bois ne suffiraient pas à former tous les traits de la structure du bois, tels que nous les voyons dans de prétendus bois pétrifiés.

De quelque manière que les parties fixes du bois y soient distribuées, elles ne peuvent occuper qu'une centième partie de son volume ; cependant il est évident sur plusieurs tranches de prétendu bois pétrifié en caillou, sciées et polies, que les linéamens

de la structure du bois occupent beaucoup plus de la centième partie de la surface de cette tranche, et souvent plus de la moitié; donc la partie fixe du bois n'est pas la base de ces pierres; donc ces pierres ne sont pas des pétrifications, mais seulement un dépôt pierreux qui a reçu l'empreinte de différentes parties d'un morceau de bois.

Il paraît qu'il n'y a aucune substance végétale qui puisse être pétrifiée, et que la pétrification ne peut se faire que dans les substances animales qui sont déjà en parties pierreuses.

On trouve dans la terre une très-grande quantité de coquilles qui ont perdu leur partie cartilagineuse, il n'y reste que la partie pierreuse; on les appelle coquilles fossiles, pour les distinguer des coquilles pétrifiées. Elles sont disposées à la pétrification, et se pétrifiraient en effet, si un suc lapidifique venait remplir de particules pierreuses, toutes les cavités que le cartilage a laissées vides.

On voit une infinité de coquilles dans des blocs de pierre et de marbre; elles sont enveloppées, remplies et pénétrées de ces matières; alors ce sont de vraies pétrifications. Mais on y voit aussi des coquilles, dont la substance n'est pas pétrifiée, quoiqu'elles soient remplies et enveloppées de pierre ou de marbre : il y a lieu de croire que l'eau qui a déposé une matière pierreuse dans la cavité de ces coquilles et qui les a enveloppées de la même matière, n'a pu pénétrer dans la substance même de la coquille, parce que la partie cartilagineuse n'en avait pas été détruite, et n'y avait point laissé d'es-

pâces vides, pour recevoir les parties pierreuses qui auraient pétrifié la coquille. Dans ce cas il n'y a point de pétrification, mais seulement un noyau pierreux moulé dans la cavité de la coquille, et une impression formée sur la pierre, par la surface extérieure de la coquille qui se trouve entre deux. Ce serait une vraie pétrification, si l'eau en avait enlevé la partie cartilagineuse, et l'avait remplacée par des parties pierreuses. Il en est de même des os, des arêtes et des madrépores, etc., qui se trouvent dans des blocs de pierre, de marbre ou de caillou. Cependant on donne souvent le nom de pétrification à une coquille ou à un madrépore, etc., qui est enveloppé ou rempli de pierre, quoiqu'il ne soit pas pétrifié.

Il y a un autre abus bien plus grand et aussi fréquent; on prend pour des pétrifications, des albâtres, des jaspes, des agates veinées, etc., qui ont quelque rapport de couleur ou de figure avec les veines du bois. Lorsqu'un caillou a des veines larges et jaunâtres, on dit: c'est du sapin pétrifié. Si les veines d'une agate onix sont circulaires, on croit que c'est une branche pétrifiée, qui a été coupée transversalement; si les veines sont en lignes droites, on les attribue à un bois pétrifié, coupé longitudinalement, etc.: l'imagination préoccupée, mène à des fréquentes erreurs, lorsqu'on veut juger de la nature des choses par de fausses apparences.

Je puis donner un moyen sûr pour prévenir toute équivoque à ce sujet; le caractère distinctif des bois pétrifiés, consiste dans les prolongemens médullaires.

Il

Il ne suffit pas de voir des couches concentriques, il faut qu'il y ait aussi des lignes qui traversent ces couches annuelles. On les voit s'étendre sur la coupe transversale d'un arbre, depuis la moëlle jusqu'à l'écorce; elles sont même sensibles dans l'écorce de quelques arbres, tels que le liège et le chêne vert.

GÉOGRAPHIE.

MENTELLE, *Professeur.*

L'ÉTUDE de la géographie est si généralement indispensable, que nous nous sommes d'abord occupés de la méthode la plus propre à en faciliter l'enseignement. La marche la plus naturelle nous a paru devoir être celle qui commence par ouvrir les premières idées de l'enfance, en piquant sa curiosité, et en lui faisant une espèce d'amusement des choses qui doivent être réellement un objet d'étude. Cette méthode, que l'on peut appeler peut-être analytique, consiste à ne s'occuper que des choses qui frappent le plus les sens. C'est ainsi que, sans traiter précisément des détails astronomiques, nous avons cru important de lui faire parcourir des yeux son horizon, soit pour lui donner une idée de la cause qui entretient la succession des jours et des nuits, soit pour y distinguer les objets qui doivent former les premières connaissances géographiques. Nous sommes donc convenus que l'on partirait d'un point connu pour la faire arriver en esprit, à des points qu'elle ne connaît pas.

Mais cette marche, infiniment utile pour donner d'abord une idée très-générale de la géographie, deviendrait impraticable, s'il était question, dans un âge plus avancé, de faire connaître un ou plusieurs pays, dans les détails que comportent ce que l'on appelle proprement *connaissances géographiques*. Car, même dès les premiers élémens, si vous n'exigiez pas des enfans une récapitulation un peu raisonnée de ce qu'ils savent, en en formant un précis serré et exact, vous accoutumeriez leur esprit à une espèce de diffusion infiniment nuisible; et, quoiqu'instruits, ils ne sauraient jamais jusqu'à quel point ils peuvent compter sur ce qu'ils savent. Je voudrais donc que dans les écoles primaires la géographie fût traitée, par ce que j'appelle ici *analyse*, exerçant, pour ainsi dire, la science, conjointement avec les efforts de l'enfance; c'est, pour ainsi dire, le lait de son esprit: mais je voudrais que dans les écoles centrales on disposât cette étude de manière à concourir, avec les autres connaissances, à donner de la rectitude et de la force à son jugement; et ces alimens d'un esprit plus robuste, je les trouve dans ce que j'appelle *synthèse*. Je vais m'expliquer par quelques exemples, et je prends ici la géographie de la Grèce, intéressante sous bien des rapports. Je demande seulement de vous la patience d'établir mon raisonnement.

Je me suppose professeur de l'*histoire philosophique des peuples*, aux écoles centrales. Je sens que cette tâche m'oblige, en parlant de ces peuples, à faire connaître l'étendue et les ressources des pays qu'ils habitaient, les principes de leur puissance, les causes de leur destruction, etc. Je dois donc, avant de tirer des

faits, les conséquences qui rendront mes leçons vraiment philosophiques, c'est-à-dire, qui tendront à convertir en principes sages, pour le siècle présent, l'expérience des siècles passés; je dois, dis-je, traiter de ces peuples géographiquement; et dans cette supposition, la géographie n'est que le squelette de mon travail. Les détails et les réflexions de l'histoire, en revêtant ce squelette de nerfs et de muscles disposés dans les formes les plus agréables et recouvertes d'une enveloppe fine et colorée, lui donneront toute la consistance et l'embonpoint d'un corps frais et robuste.

Je me proposerai donc d'abord deux objets indispensables.

La géographie, qui traitera du pays et du peuple; *la chronologie*, qui présentera les principales époques de l'histoire de ce peuple, ou de ces peuples; car dans l'exemple que j'ai choisi à dessein, il y en a plusieurs. Je vous demande pardon de ces petits détails: c'est beaucoup que de savoir pour soi; mais votre position, citoyens, vous impose une obligation de plus, celle de savoir pour les autres.

Pour ma classe d'école centrale, à laquelle je veux parler, non des Grecs en général, ceci aura été traité précédemment, mais de la *Grèce* en particulier, je présente, ou si le tems me le permet, je dispose en leur présence deux sortes de tableaux de la manière suivante: 1°. Après avoir montré quelle partie de l'*Europe* occupait la *Grèce*, je leur dis, en commençant à écrire mon premier tableau géographique: la *Grèce* comprenait une portion du Continent, et les îles appellées *de l'Archipel*. La partie qui était sur le conti-

nent, s'étendait depuis *le Sud* de la *Macédoine*, (qui n'y fut jointe que depuis *Philippe*,) jusqu'à l'extrêmité du *Péloponèse*; elle comprenait les divisions suivantes, ainsi que les autres objets que je nomme à mesure que je les écris.

PÉLOPONÈSE considéré relativement à.....

- **SA SITUATION.**
  - Mathématique en latitude. — du 36ème degré au 38ème.
  - Physique. — joint au Continent par un isthme.
- **SA FORME.** La figure d'une feuille de Platane.
- **SON ÉTENDUE.** — du S. au N. 50 lieues; de l'O. à l'E. 30 lieues.
- **SES NOMS.**
  - Anc. Apia, Pelasgie, Péloponèse
  - Moderne... Morée.
- **SES GOLFES.**
  - Au N. — De Corinthe. *Lépante.*
  - à l'E. — Saronique.. *d'Engia.*; Argolique.. *de Napoli.*
  - au S. — De Laconie. *Kalokitia.*; De Messérie. *de Couron.*
  - à l'O. — De Cyparisse. *d'Arcadia.*
- **SES DIVISIONS en 8 ÉTATS.**
  - 3 au N. — L'Achaïe. La Sicyonie. La Corinthie.
  - 1 à l'E. — L'Argolide.
  - 2 au S. — La Laconie. La Messénie.
  - 1 à l'O. — L'Elide.
  - 1 au centre. — L'Arcadie.

(1) On supprime les autres tableaux tracés pendant la leçon, et qui n'en étaient que le développement, parce que celui-ci joint aux explications paraît devoir suffire.

TRENTE-TROISIÈME SÉANCE.

(3 *Germinal*).

HISTOIRE.

VOLNEY, *Professeur.*

LUCIEN a traité des qualités nécessaires à l'historien et du style convenable à l'histoire; Mably a ajouté des observations sur les connaissances accessoires et préparatoires qu'exige ce genre de composition, et il les a presque réduites au droit des gens, soit naturel, soit factice et conventionnel, dont il faisait son étude favorite et spéciale. Le sujet ne me paraissant pas à beaucoup près épuisé, je vais joindre aux préceptes de ces deux auteurs, quelques apperçus sur l'art de recueillir et de présenter les faits de l'histoire.

Je conçois quatre manières différentes de traiter et de composer l'histoire; la première par ordre de tems, que j'appelle méthode didactique ou annaliste. La seconde par liaison et corrélation de faits, que j'appelle méthode dramatique ou systématique; la troisième par ordre de matières; et la quatrième par l'exposition analytique de tout le système physique et moral d'un peuple: je l'appelle méthode analytique et philosophique: je m'explique.

La première méthode, par ordre de tems, consiste

à rassembler et à classer les évènemens selon leurs dates, en ne mêlant à un narré pur et simple, que peu ou point de réflexions. Ceux qui appellent *naturel* tout ce qui est brut et sans art, pourront donner ce nom à cette méthode; mais ceux qui, dans toute production, voient toujours la main de la nature, avec la seule différence du plus ou du moins de combinaison, ceux-là diront que cette méthode est la plus simple, la moins compliquée, exigeant le moins de soin de composition: aussi paraît-elle être la première usitée chez toutes les nations, sous le nom d'annales et de chroniques; et cependant, sous cette forme modeste, elle s'est quelquefois élevée à un assez haut degré de mérite, lorsque les écrivains ont su, comme Tacite dans ses Annales, et comme Thucydides dans sa guerre du Péloponèse, choisir des faits intéressans, et joindre à la correction du tableau les couleurs brillantes et fermes de l'expression. Si, au contraire, les écrivains admettant des faits sans critique, les entassent pêle-mêle et sans goût; s'ils les réduisent à des évènemens sommaires et stériles, de règnes de princes, de morts, de guerres, de combats, de pestes, de famines, comme l'ont fait presque tous les historiens de l'Asie ancienne et moderne, et ceux du bas et moyen âge de l'Europe, il faut convenir qu'alors ce genre de composition, privé d'instruction et de vie, a toute la fadeur, et comporte l'idée de mépris qu'on attache vulgairement au nom de chroniques. Ce n'est plus qu'un canevas grossier à qui manque toute sa broderie; et dans tous les cas, même lorsque les matériaux sont bien choisis et complets, ce travail n'est

que le premier pas à tous les autres genres d'histoire, dont il est seulement le porte-feuille et le magasin.

La seconde méthode, celle que j'appelle dramatique ou systématique, consiste à faire entrer, dans un cours de narration prédominant et fondamental, toutes les narrations accessoires, tous les évènemens latéraux qui viennent se lier et se confondre au principal évènement. Nous avons un exemple caractérisé de cette méthode dans l'histoire d'Hérodote qui, ayant pris pour base de son texte la guerre des Perses contre les Grecs, en a tellement compassé les incidens, que, remontant d'abord à l'origine des deux peuples acteurs principaux, il suit la formation graduée de leur puissance dans tous les rameaux qui vinrent s'y confondre, comme un géographe suit et reprend à leur origine tous les cours d'eau qui se rendent dans un principal torrent: par une série habile d'incidens, Hérodote fait connaître à son lecteur, les Lydiens, les Mèdes, les Babyloniens soumis par Cyrus au joug des montagnards perses; puis les Égyptiens conquis par Cambyse, puis les Scythes attaqués par Darius, puis les Indiens, et à l'occasion des Indiens, il jette un coup-d'œil général sur les extrêmités du monde connu de son tems; enfin il revient à son objet dominant, qu'il termine par l'évènement capital, la glorieuse victoire des petits peuples grecs combattant à Salamine et aux Thermopyles contre l'immense cohue de Xercès. Dans cette méthode de composition, tout est à la disposition de l'auteur; tout dépend de son art et de son talent à lier, à suspendre, à combiner ses sujets,

à en faire un tout correspondant en toutes ses parties ; c'est ce que je désigne par le terme de *systématique* ; et si l'historien borne sa course à un évènement qui est la solution de tout ce qui a précédé et qui en termine la série, l'accroissement graduel d'intérêt que ses épisodes et ses suspensions ont su ménager, donne réellement à son sujet le caractère dramatique. Ces avantages divers et variés de liberté dans la marche, de hardiesse dans l'exécution, d'agrément dans les détails, d'attrait de curiosité dans les résultats, paraissent avoir mérité la préférence à cette méthode auprès de la plûpart des écrivains, sur-tout les modernes ; il est fâcheux que par compensation elle ait l'inconvénient d'être sujette à erreur, en laissant trop de carrière aux hypothèses et aux écarts de l'imagination.

La troisième méthode, celle par ordre de matières, consiste à suivre un sujet quelconque d'art, de science, depuis son origine ou depuis une époque donnée, pour le considérer sans distraction dans sa marche et dans ses progrès. Tel a voulu être l'ouvrage de Goguet, intitulé de l'Origine des lois, des arts et des sciences. Le choix du sujet ne pouvait pas être plus philosophique ; malheureusement la manière de le traiter ne pouvait pas l'être moins. Avant d'établir l'origine des lois, des arts, des sciences et de toute société au déluge de Noé, raconté par la Genèse, il eût fallu bien examiner si, par cette base même, on ne renversait pas tout l'édifice de l'histoire ; si, en admettant des faits primitifs contraires à toute probabilité, à toute physique et à la concordance des meilleurs

monumens de l'antiquité, l'on ne s'ôtait pas la faculté d'invoquer ces mêmes règles de physique et de probabilité, qui constituent l'art de la critique et de l'analyse: il eût fallu constater que la Genèse n'est pas une compilation de main inconnue, faite au retour de la captivité, où l'on a mêlé aux chroniques nationales une cosmogonie purement Caldéenne, dont Beros cite l'équivalent; une véritable mythologie de la nature de celles de toutes les nations, où des faits astronomiques défigurés, sont pris pour des faits politiques, physiques; et où la prétendue histoire de la terre n'est que l'histoire du calendrier. Cela même eût-il été prouvé, il serait encore ridicule de prendre pour texte la période hébraïque du déluge à Jacob, et de n'user, pour la remplir, que de faits égyptiens, syriens, chaldéens, grecs, indiens et chinois, qui, s'ils étaient bien analysés et bien comparés, prouveraient que les bois sacrés, que les hauts lieux plantés de chênes à Mambré, que les sacrifices humains, dont Isaac faillit d'être victime, que les petites idoles des femmes de Jacob étaient autant d'usages du culte druïdique et tartare, dès-lors répandu des colonnes d'Hercule jusqu'à la Sérique; culte qui n'est que le système du *Buddisme*, ancien ou moderne lamisme, dont le siège était dès lors au Tibet, chez ces Brachmanes réputés de toute l'antiquité les pères de la théologie asiatique. Avec plus de critique et plus de profondeur, un ouvrage du genre qui nous occupe, a traité de ces antiquités; je parle de l'histoire de l'*Astronomie ancienne* par Bailly, dont les talens et la vertu ont reçu de la révolution un salaire qui ne sera pas une des moindres

taches de cette époque. Je citerai encore comme histoire par ordre de matières propres à servir de modèle, les recherches de Robertson sur le commerce de l'Inde, l'histoire des finances de France par Forbonnais, l'histoire du Fatalisme par Pluquet, qui, avec son dictionnaire des hérésies, a préparé le plus beau sujet d'une autre histoire de même genre, l'histoire du *Fanatisme*. De tous les sujets que l'on puisse traiter, il n'en est point qui réunisse plus éminemment le caractère historique à celui de la philosophie, puisque, dans ses causes et dans ses effets, le fanatisme embrasse d'une part, la théorie des sensations, des jugemens, de la certitude, de la persuasion commune à l'erreur comme à la vérité, de cette double disposition de l'esprit, qui, tantôt passif et crédule, reçoit le joug en esclave, et tantôt actif et convertisseur, impose le joug en tyran; et que d'autre part, il offre à considérer chez toutes les nations les simptômes effrayans d'une maladie de l'esprit qui, s'appliquant tantôt aux opinions, tantôt aux personnes, et prenant tour-à-tour des noms religieux, politiques et moraux, est toujours la même dans sa nature, comme dans ses résultats, qui sont la fureur des discordes civiles, le carnage des guerres intestines ou étrangères, la dissolution de l'ordre social par l'esprit de faction, et le renversement des empires par le délire de l'ignorance et de la présomption.

La quatrième méthode, que j'appelle analytique ou philosophique, est la même que la précédente, quant à la manière de procéder; mais elle en diffère, en ce qu'au lieu de traiter un sujet d'art, de science ou de

passion, etc., elle embrasse un corps politique dans toutes ses parties : c'est-à-dire, que s'attachant à un peuple, à une nation, considérés comme individus identiques, elle les suit pas à pas dans toute la durée de leur existence physique et morale, avec cette circonstance caractéristique, que d'abord elle pose en ordre tous les faits de cette existence, pour chercher ensuite à déduire de leur action réciproque les causes et les effets de l'origine, des progrès, et de la décadence de ce genre de combinaison morale, que l'on appelle corps politique et gouvernement; c'est en quelque sorte l'histoire biographique d'un peuple, et l'étude physiologique des lois d'accroissement et de décroissement de son corps social. Je ne puis citer aucun modèle de mon idée, parce que je ne connais aucun ouvrage qui ait été fait et dirigé sur le plan que je conçois. C'est un genre neuf dont moi-même je n'ai acquis l'idée bien complette, que depuis quelques années. Obligé de chercher une méthode pour rédiger mon voyage en Syrie, je fus conduit, comme par instinct, à établir d'abord l'état physique du pays, à faire connaître ces circonstances de sol et de climat si différens du nôtre, sans lesquels l'on ne pouvait bien entendre une foule d'usages, de coutumes et de lois. Sur cette base, comme sur un cannevas, vint se ranger la population, dont j'eus à considérer les diverses espèces, à rappeler l'origine et à suivre la distribution : cette distribution amena l'état politique considéré dans la forme du gouvernement, dans l'ordre d'administration, dans la source des lois, dans leurs instrumens et moyens d'exécution. Arrivé aux

articles des mœurs, du caractère, des opinions religieuses et civiles, je m'apperçus que sur un même sol, il existait tantôt des contrastes de secte à secte et de race à race, et tantôt des points de ressemblance communs. Le problême se compliquait, et plus je le sondai, plus j'en apperçus l'étendue et la profondeur. L'autorité de Montesquieu vint se montrer pour le résoudre par une règle générale de climat, qui associait constamment la chaleur, la mollesse et la servilité d'une part; et de l'autre, le froid, l'énergie et la liberté : mais l'autorité de Montesquieu fut contrariée par une foule de faits passés, et par des faits existans qui m'offraient sous un même ciel, dans un espace de moins de quatre degrés, trois caractères entièrement opposés. Je résistai donc à l'empire d'un grand nom, et j'y pus résister d'autant mieux, que déjà je trouvais Buffon visiblement en erreur sur les prétendus épuisemens du sol à qui je voyais toute la fertilité qu'il a jamais pu avoir; à l'égard de Montesquieu il me devint évident par le vague de ses expressions, qu'il n'avait fait qu'adopter, et même qu'altérer une opinion que des philosophes anciens, et particulièrement Hypocrate, avaient énoncée dans un sens beaucoup plus précis et plus vrai. Je connaissais le célèbre traité de cet observateur sur les airs, les lieux et les eaux. J'avais constaté la justesse de ses assertions à l'égard de l'influence qu'exercent ces trois élémens sur la constitution et le tempérament. Je m'étais apperçu qu'une quantité d'habitudes physiques et morales des peuples que j'étudiais, étaient calquées sur l'état d'un sol aride ou marécageux, plane ou

montueux, désert ou fertile; sur la qualité, la quantité de leurs alimens : je conçus que toutes ces circonstances entraient, comme autant de données, dans la solution du problême, et depuis ce tems je n'ai cessé de m'occuper de cette importante question : « Quelle in-
» fluence exerce sur les mœurs et le caractère d'un
» peuple, l'état physique de son sol, considéré dans
» toutes les circonstances de froid ou de chaud, de
» sec ou d'humide, de plaine ou de montagne, de
» fertile ou de stérile, et dans la qualité de ses pro-
» ductions. » Si c'est-là ce que Montesquieu a entendu par climat, il aurait dû le dire, et alors il n'existerait plus de débat : car chaque jour de nouveaux faits s'accumulent pour démontrer que ce sont ces circonstances qui modifient d'une manière puissante et variée, la constitution physique et morale des nations; qui font que sans égard aux zônes et aux latitudes, tantôt des peuples éloignés se rassemblent, et tantôt des peuples voisins sont contrastans; que dans leurs migrations, des peuples conservent long-tems des habitudes discordantes avec leur nouveau séjour, parce que ces habitudes agissent d'après un mécanisme d'organisation persistant; qui font enfin que dans un même corps de nation, et sous un même climat, le tempérament et les mœurs se modifient selon le genre des habitudes, des exercices, du régime et des alimens : d'où il suit que la connaissance de ces lois physiques, devient un élément nécessaire de la science de gouverner, d'organiser un corps social, de le constituer en rapport avec le mouvement de la nature; c'est-à-dire, que la légis-

lation politique n'est autre chose que l'application des lois de la nature ; que les lois factices et conventionnelles ne doivent être que l'expression des lois physiques et naturelles, et non l'expression d'une volonté capricieuse d'individu, de corps, ou de nation ; volonté qui étendue même à l'universalité du genre humain peut être en erreur : or, comme dans ce genre de recherches, et dans cette science pour ainsi dire naissante, il importe sur-tout de n'admettre rien de systématique, je vais exposer la marche qui me semble la plus propre à conduire à des résultats de vérité.

Prenant un peuple et un pays déterminés, il faut d'abord décrire son climat : et par climat, j'entends l'état du ciel sous lequel il vit ; sa latitude, sa température, selon les saisons ; le système annuel des vents, les qualités humides ou sèches, froides ou chaudes de chaque rumb ; la durée et les retours périodiques ou irréguliers ; la quantité d'eau qui tombe par an ; les météores, les orages, les brouillards et les ouragans : ensuite, passant à la constitution physique du sol, il faut faire connaître l'aspect et la configuration du terrain, le calculer en surfaces planes ou montueuses, boisées ou découvertes, sèches ou aqueuses, soit marais, soit rivières et lacs ; déterminer l'élévation générale, et les niveaux partiels au-dessus du niveau de la mer, ainsi que les pentes des grandes masses de terre vers les diverses régions du ciel ; puis examiner la nature des diverses bandes et couches du terrain, sa qualité argilleuse ou calcaire, sabloneuse, rocailleuse, luteuse ou végétale ; ses bancs de pierres schis-

teuses, ses granits, ses marbres, ses mines, ses salines, ses volcans, ses eaux, ses productions végétales de toute espèce, arbres, plantes, grains, fruits; ses animaux volatiles, quadrupèdes, poissons et reptiles; enfin, tout ce qui compose l'état physique du pays. Ce premier cannevas établi, on arrive à considérer l'espèce humaine, le tempérament général des habitans, puis les modifications locales, l'espèce et la quantité des alimens, les qualités physiques et morales les plus saillantes; alors, embrassant la masse de la population, sous le rapport politique, on considère sa distribution en habitans des campagnes et habitans des villes, en laboureurs, artisans, marchands, militaires, en agens du gouvernement: l'on détaille chacune de ces parties sous le double aspect, et de l'art en lui-même, et de la condition des hommes qui l'exercent. Enfin, l'on développe le système général du gouvernement, la nature et la gestion du pouvoir dans les diverses branches de confection des lois, de leur exécution d'administration de police, de justice, d'instruction publique, de balance de revenus et de dépenses, de relations extérieures, d'état militaire sur terre et sur mer, de balance de commerce, et tout ce qui s'en suit.

D'un tel tableau de faits bien positifs et bien constatés résulteraient d'abord toutes les données nécessaires à bien connaître la constitution morale et politique d'une nation. Et alors ce jeu d'action et de réaction de toutes ses parties les unes sur les autres, deviendrait le sujet non équivoque des réflexions et des combinaisons les plus utiles à la théorie de l'art profond de gouverner et de faire des lois. . . . .

De tels tableaux seraient sur-tout instructifs, s'ils étaient dressés sur des peuples et des pays divers et dissemblans, parce que les contrastes mêmes dans les résultats, feraient mieux ressortir la puissance des faits physiques agissans comme causes; il ne resterait plus qu'une opération, celle de comparer ces tableaux d'un même peuple, d'une même nation à diverses époques, pour connaître l'action successive et l'ordre généalogique qu'ont suivi les faits, tant moraux que physiques, pour en déduire les lois de combinaison et les règles de probabilités raisonnables. Et, en effet, quand on étudie dans cette intention, ce que nous avons déjà d'histoires anciennes et modernes, l'on s'apperçoit qu'il existe dans la marche, et si j'ose dire dans la vie des corps politiques, un mécanisme qui indique l'existence de lois plus générales et plus constantes qu'on ne le croit vulgairement. Ce n'est pas que cette pensée n'ait déjà été exprimée par la comparaison que l'on a faite de cette vie des corps politiques à la vie des individus, en prétendant trouver les phases de la jeunesse, de la maturité, et de la vieillesse dans les périodes d'accroissement, de splendeur et de décadence des empires; mais cette comparaison, vicieuse à tous égards, a jeté dans une erreur d'autant plus fâcheuse, qu'elle a fait considérer comme une nécessité naturelle, la destruction des corps politiques, de quelque manière qu'ils fussent organisés; tandis que cette destruction n'est que l'effet d'un vice radical des législations, qui, toutes jusqu'à ce jour, n'ont été dressées que dans l'une de ces trois intentions, ou d'accroître, ou de maintenir, ou de renverser, c'est-à-dire,

c'est-à-dire, qu'elles n'ont embrassé que l'une des trois périodes dont se compose l'existence de toute chose; et ce serait une science également neuve et importante que de déterminer les phénomènes concomitans de chacune de ces trois périodes, afin d'en tirer une théorie générale de législation qui embrassât tous les cas d'un corps politique dans ses diverses phases de force et de plénitude, de faiblesse ou de vacuité, et traçât tous les genres de régime convenables au regorgement ou au manque de population. Voilà quel doit être le but de l'histoire; mais il faut avouer que ce but ne se peut bien remplir, qu'à l'égard des peuples existans, et des tems modernes, chez qui tous les faits analogues peuvent se recueillir; et ceci m'a fait plus d'une fois penser que des voyages entrepris et exécutés sous ce point de vue, seraient les meilleurs matériaux d'histoire que nous pussions desirer, non-seulement pour les tems présens, mais encore pour les tems passés; car ils serviraient à recueillir et à constater une foule de faits épars, qui sont des monumens vivans de l'antiquité : et ces monumens sont beaucoup plus nombreux qu'on ne le pense; car, outre les débris, les ruines, les inscriptions, les médailles, et souvent même les manuscrits que l'on découvre, l'on trouve encore les usages, les mœurs, les rites, les religions, et sur-tout les langues, dont la construction est elle seule une histoire complette de chaque peuple, et dont la filiation et les analogies sont le fil d'Ariadne dans le labyrinthe des origines. L'on s'est trop pressé de faire des histoires universelles: avant de vouloir élever de si vastes édifices, il eût

fallu en avoir préparé tous les détails, avoir éclairci chacune des parties dont ils doivent se composer ; il eût fallu avoir une bonne histoire complette de chaque peuple, ou du moins avoir rassemblé et mis en ordre tout ce que nous avons de fragmens pour en tirer les inductions raisonnables. On ne s'est occupé que des Grecs et des Romains, en suivant servilement une méthode étroite et exclusive, qui rapporte tout au système d'un petit peuple d'Asie inconnu dans l'antiquité ; et au système d'Hérodote, dont les limites sont infiniment resserrées : l'on n'a voulu voir que l'Égypte, la Grèce, l'Italie ; comme si l'univers était dans ce petit espace, et comme si l'histoire de ces petits peuples était autre chose qu'un faible et tardif rameau de l'histoire de toute l'espèce. L'on n'a osé sortir de ce sentier que depuis moins de cent ans ; et déjà l'horizon s'aggrandit, au point que la borne la plus reculée de nos histoires classiques se trouve n'être que l'entrée d'une carrière de tems antérieurs, où s'exécutent dans la haute Égypte, la chûte d'un royaume de Thèbes, qui précéda tous ceux de l'Égypte ; dans la haute Asie, la chûte de plusieurs états Bactriens, Indiens, Thibétans, déjà vieillis par le laps des siècles ; et les migrations immenses de hordes Scythes qui, des sources du *Gange* et du *Sanpou*, se portent aux îles du Dannemarck et de la Grande-Bretagne ; et des systêmes religieux du bramisme, du lamisme ou buddisme, encore plus antique ; et enfin tous les évènemens d'une période qui nous montre l'ancien Continent, depuis les bouts de l'Espagne jusqu'aux confins de la Tartarie, couvert

d'une même forêt, et peuplé d'une même espèce de sauvages nomades, sous les noms divers de Celtes, de Germains, de Cimbres, de Scythes, de Messagètes. Lorsque l'on s'enfonce dans ces profondeurs à la suite des écrivains anglais, qui nous ont fait connaître les livres sacrés des Indiens, les Vèdes, les Pourans, les Chastrans; lorsque l'on étudie les antiquités du Tibet et de la Tartarie, avec Géorgi, Pallas, Strahlemberg, et celles de la Germanie et de la Scandinavie, avec Hornius, Elichman, Jablonski, Marcow, Gebhard et Ihre, l'on se convainc que nous ne faisons que d'ouvrir la mine de l'histoire ancienne; et qu'avant un siècle, toutes nos compilations græco-romaines, toutes ces prétendues histoires universelles de Rollin, de Bossuet, de Condillac, et même de la société des gens de lettres anglais, seront des livres à refaire, dont il ne restera pas même sur plusieurs parties, les réflexions dont les bases auront écroulé. En prévoyant cette révolution, qui déjà s'effectue, j'ai quelquefois pensé aux moyens qui seraient les plus propres à la diriger; et je vais émettre mes idées, à cet égard, avec d'autant plus de confiance, qu'un meilleur tableau de l'antiquité aurait l'utilité morale de désabuser de beaucoup de préjugés civils et religieux, dont la source n'est sacrée, que parce qu'elle est inconnue; et cette autre utilité politique de faire regarder les peuples comme réellement frères, en leur produisant des titres de généalogie qui prouvent les époques et le degré de leur parenté.

D'abord il est évident qu'un travail de ce genre ne peut être exécuté par un seul individu, et qu'il exige

le concours d'une foule de collaborateurs. Il faudrait une société nombreuse, et qui, partagée en sections, suivît méthodiquement chaque branche d'un plan identique de recherches. Les élémens de cette société existent à mes yeux dans les diverses académies de l'Europe, qui, soit par elles-mêmes, soit par l'émulation qu'elles ont produit, ont été, quoi qu'on en puisse dire, le grand mobile de toute instruction et de toute science. Chacune de ces académies, considérée comme une section de la grande société historico-philosophique, s'occuperait spécialement de l'histoire et des monumens de son pays, comme l'ont fait des savans de Pétersbourg pour la Russie et la Tartarie, comme le fait la société anglaise de Calcutta, pour l'Inde, la Chine et le Tibet; comme l'a fait une société de savans allemands pour l'ancienne Germanie et la Sarmatie: et déjà nous devons à cette masse récente de travaux des ouvrages qui honoreront auprès de la postérité, et les particuliers qui les ont exécutés, et les gouvernemens qui les ont favorisés et encouragés. Dans le plan que je conçois, les recherches se partageraient en sept principales sections : la première sous le nom de celtique, s'occuperait de toutes les langues et de toutes les nations, qui, avec des caractères d'affinité de jour en jour plus sentis, paraissent avoir occupé la Gaule, la Grande-Bretagne, l'Italie même et toute l'Allemagne, jusqu'aux déserts de la Cimbrique et de la Sarmatie; à cette branche s'attacheraient le bas breton, le gallois, le vieux germain, conservé dans l'allemand, le hollandais, l'anglais issus du gothique, dont les dialectes s'étendaient depuis la Scandinavie jusqu'à la Thrace, et au con-

tinent de la Grèce. Des sayans de Suède et d'Allemagne ont rendu sensible, depuis trente années, que tous les peuples aborigènes de l'Europe et de la Grèce n'étaient qu'une race identique de sauvages, ayant le même genre de vie, chasseur, pasteur et nomade, et usant d'un même fonds de langage, varié seulement dans ses accessoires et ses ramifications. Chaque jour il devient prouvé de plus en plus que les Gaulois ou Keltes, qui ne sont qu'un même nom, parlaient une langue qui, dans le nord, s'appellait langue gothique, teutonique dans la Germanie, scythique dans la Thrace, et dans la Grèce et l'Italie, langue pélasgique. Ces fameux Pelasges, souche première d'Athènes et de Rome, étaient de vrais Scythes, parens de ceux de la Thrace, dont Hérodote insinue qu'ils parlaient le langage, et par conséquent une race géthique ou gothique; car *Gete*, Goth et Scythe étaient pour les anciens un même mot. Ce n'est pas leur faute, si cette identité est masquée pour nous dans le mot scythe; elle était manifeste pour eux qui le prononçaient *S-Kouth*, terme composé de l'article *S*, qui vaut en gothique notre article *le*, et de *gouth*, ou *gœth*, c'est-à-dire, de *goth* ou *gote*, qui, dans une foule de dialectes antiques et modernes, signifie un guerrier, un homme vaillant (1), et par transition, un homme *brave*, *bon* et *riche*, un *optimate*, good en anglais, gut en allemand: et cela parce que le guerrier vaillant et fort, est aussi l'homme riche, généreux et bon, dans le sens

(1) C'est le gouz oriental, où le g représente notre r grasseyé.

opposé au mal de la pauvreté et de la faiblesse. Le glossaire mœsogothique du docteur Jean Jhre. publié à Upsal en 1769, offre, sur ce sujet, des détails auxquels les remarques de Gatterer et de Schlœzer, n'ont fait qu'ajouter de nouvelles lumières. Il est prouvé que la langue grecque a la plus étroite affinité avec l'ancienne langue gothique, tant pour les mots que pour la syntaxe; et les enthousiastes des Grecs vont se trouver dans l'alternative d'accorder une partie de leur admiration aux Thraces et aux Scythes, ou de la retirer aux Grecs reconnus pour frères utérins des Vandales et des Ostrogoths.

Cette parenté est un point de contact où se forme une seconde section, que j'appelerai section *hellénique*, laquelle embrasserait les langues grecque et latine, qui ont pour rameaux descendans tous les idiômes du midi de notre moderne Europe, le portugais, l'espagnol, le français, l'italien, et tous les termes de science des peuples du nord, chez qui, comme chez nous, ces deux langues se sont mêlées au vieux goth; tandis que leurs rameaux ascendans sont un mêlange de l'idiôme pélasgique avec les mots phéniciens, égyptiens, lydiens et ïoniques qu'apportèrent les colonies asiatiques, désignées sous le nom de l'égyptien Danaus et du sidonien Cadmus. Il paraît que ces colonies furent pour la Grèce et pour l'Italie, ce que les européens ont été pour l'Amérique; qu'elles apportèrent les arts et les sciences de l'Asie policée, et qu'elles y devinrent une souche de population qui tantôt s'identifia, et tantôt détruisit totalement

la race autochtone. Leur trace est évidente dans l'alphabet et les lettres grecques, à qui, lors du siège de Troye, l'on ajouta deux ou trois caractères lydiens et troyens, dont l'un, celui du *ph*, se trouve encore dans l'alphabet arménien. Les éclaircissemens nécessaires à cette seconde section se tireraient d'une troisième qui, sous le nom de phénicienne, embrasserait les idiômes hébreu, ancien ou samaritain, hébreu du second âge ou kaldéen, hébreu du bas âge ou syriaque, et de plus le copte ou égyptien, mêlange de grec et de vieil égyptien, l'arabe et l'éthiopien qui n'en diffère que par la figure : à cette section appartiendraient les recherches sur Carthage et ses colonies, tant en Espagne et en Sicile qu'en Afrique, où l'on commence à en retrouver des traces singulières dans les pays de Fezzan et de Mourzouq; ce serait elle qui nous apprendrait à quelle branche appartient l'idiôme singulier des Basques qui paraît avoir jadis occupé toute l'Espagne, et qui n'a aucune analogie avec le Celte; et à quel peuple il faut rapporter le langage des montagnards de l'atlas, dit *Berberes*, qui ne ressemble à rien de connu : à cette occasion, je remarquerai que c'est dans les montagnes que les dialectes anciens se sont généralement le plus conservés. Je possède un vocabulaire Berbere ; mais je n'ai point encore eu le tems de l'examiner : seulement j'y ai remarqué un fréquent usage de l'r grasseyé, qui est le gamma des Grecs, le gaïn des Arabes, que l'on trouve dans tout le midi de l'Asie, exclusivement aux peuples du Nord. Je crois ce dialecte l'ancien Numide. Cette même section, par la

langue arabe, serait en contact avec plusieurs dialectes de l'Inde et de l'Afrique, et avec le Persan et le Turc modernes, dont la base est tartare et scythe ancien. Sur cette base se formerait une quatrième section que j'appellerais tatarique, qui serait spécialement chargée d'examiner les nombreux dialectes qui ont des branches d'analogie, depuis la Chine jusqu'en Angleterre; elle nous dirait pourquoi l'Anglo Saxon a la même syntaxe que le Persan moderne, issu de l'ancien Parthe, peuple Scythe; pourquoi une foule de mots de premier besoin sont entièrement semblables entre ces deux idiômes. Elle nous apprendrait pourquoi la Suède et le Danemarck ont une quantité de noms géographiques que l'on retrouve chez les Mogols et dans l'Inde; pourquoi le Tartare de Crimée, cité par Busbeq, ambassadeur de l'empereur, près Soliman II, ressemble au Mœsogotique d'Ulphilas, c'est-à-dire, un dialecte des tribus mogoles de Tchinguiz Kan, à un dialecte de l'ancien Scythe ou Goth, dont j'ai déjà parlé. C'est à cette section que serait réservée la solution d'une foule de problêmes piquans, dont nous ne faisons encore qu'entrevoir les premières données; en considérant ces analogies de langages, en recueillant et confrontant les similitudes qui existent dans les usages, les coutumes, les mœurs, les rites, et même dans la constitution physique des peuples; en considérant que les Cimbres, les Teutons, les Germains, les Saxons, les Danois, les Suédois, donnent tous les mêmes caractères de physionomie que cette race appellée jadis massagetes ou grands getes, et de nos jours *tlrutes* et

mongals, c'est-à-dire, hommes blancs et occidentaux; qu'ils ont tous également la taille haute, le teint blanc, les yeux bleus, les chevaux blonds : on sent bien que cette similitude de constitution a pour cause première une similitude de genre de vie et de climat; mais l'on s'apperçoit aussi que les autres analogies sont dues à des migrations opérées par les guerres et par les conquêtes, si rapides et si faciles pour les peuples pasteurs. L'on voudrait connaître les détails de ces migrations et de ces conquêtes; on voudrait savoir à quelle époque, par exemple, se répandit jusqu'au fond du Nord cette horde terrible et puissante des Ases qui y porta le nom de Voden et son affreuse religion : des idées systématiques veulent la trouver au tems de Mithridate, qui, fuyant devant Pompée, poussa devant lui les riverains de l'Euxin, qui, à leur tour, se poussèrent sur et à travers les Sarmates; mais on a de solides raisons de s'élever au-dessus de cette date, et sur-tout de nier pour chef de cette invasion, un prétendu homme Odin ou Voden, qui est la divinité présentée sous les noms divers de Budd, Bedda, Boutta, Fôt, Taut qui est Mercure, comme le prouve le nom de Voden, conservé dans le mercredi des peuples du Nord, appelé Vonsdag et Vodendag, jour de Voden : ce qui d'une part lie ce système à celui des Druides, adorateurs de Teutates; de l'autre, à celui des Getes, adorateurs de *Zamolxis*, aujourd'hui le Lama des Thibétans et des Tatars. Quand on considère que le *Tibet* ou Bud-Tan *pays de Budd*, est l'ancien pays des Brachmanes; que dès le tems d'Alexandre, ces Brachmanes ou Gymnosophistes étaient la caste la plus savante et la plus

vénérée des peuples indiens; que leur chef-dieu *Lah-sa* et *Poutala*, est le plus ancien pélérinage de toute l'Asie ; que de tems immémorial, les hordes Scythes ou Getes s'y rendaient en foule ; qu'aujourd'hui leurs races continuées sous le nom de Tatars, en ont conservé les dogmes et les rites, et que ce culte a tantôt causé entr'eux des guerres de schismes, tantôt les a armés contre les étrangers incroyans, l'on sent que ce durent être des hordes émigrées des déserts du Cha-mo et de la Boucharie, qui de proche en proche, furent poussées jusqu'à la Chersonèse Cimbrique, par un mouvement semblable à celui qui a amené les turcs actuels des monts Altaï, et des sources de l'Irtich aux rives du Bosphore ; et alors une chronique suédoise, citée dans l'histoire de Tchinguiz Kan, page 145, aurait eu raison de dire que les Suédois sont venus de Kasgar. L'on sent encore qu'à cette même section, appartiendraient les anciennes langues de la Perse, le Zend et le Pehlevé, et peut-être le Mède ; mais il n'y a que des travaux ultérieurs qui puissent déterminer s'il est vrai que l'Esclavon parlé en Bohême, en Pologne, en Moscovie, soit réellement venu du Caucase et du pays des Mosques, ainsi que le font croire les mœurs asiatiques des nations qui les parlent. C'est encore à des travaux ultérieurs, de faire distinguer de la branche Mongole, la branche Calmouque et Hunnique, dont les dialectes se parlent en Finlande, Laponie, Hongrie ; de déterminer si l'ancienne langue de l'Inde le *Sanscrit*, n'est pas le dialecte primitif du Tibet et de l'Indostan, et la souche d'une foule de dialectes de l'Asie Moyenne ; de découvrir à quelle langue se rap-

portent la langue chinoise, et l'idiôme Malais, qui s'est étendu dans toutes les îles de l Inde, et dans l'Océan pacifique. Ce serait-là les travaux de deux autres sections, qui seraient les cinquième et sixième, tandis qu'une dernière s'occuperait de la confrontation des langues de l'Est de l'Asie, avec celles de l'Ouest de l'Amérique, pour constater la communication de leurs peuples.

Pour tous ces travaux, les meilleurs monumens seront les dictionnaires des langues et leurs grammaires; je dirais presque que chaque langue est une histoire complette, puisqu'elle est le tableau de toutes les idées d'un peuple, et par conséquent des faits dont ce tableau s'est composé. Aussi, suis-je persuadé que c'est par cette voie, que l'on remontera le plus haut dans la généalogie des nations, puisque la soustraction successive de ce que chacune a emprunté ou fourni, conduira à une ou à plusieurs masses primitives et originelles, dont l'analyse découvrira même l'invention de l'art du langage. L'on ne peut donc rien faire de plus utile en recherches historiques, que de recueillir des vocabulaires et des grammaires; et l alphabet universel dont j'ai conçu le projet, et dont je vous ai entretenu dans une conférence, sera, pour cet effet, d'une utilité véritable, en ce que ramenant toutes les langues à un même tableau de signes, il réduira leur étude au plus grand degré de simplicité, et rendra palpable la ressemblance ou la différence des mots dont elles sont composées.

Il me reste à parler de l'influence qu'exercent en général les livres d'histoire sur les opinions des générations sui-

vantes, et sur la conduite des peuples et de leurs gouvernemens. Quelques exemples vont rendre sensible la puissance de ce genre de récits, et de la manière de les présenter. Tout le monde connaît l'effet qu'avait produit sur l'ame d'Alexandre l'Illiade d'Homère, qui est une histoire en vers; effet tel que le fils de Philippe, enthousiasmé de la valeur d'Achille, en fit son modèle, et que portant le poëme-historique dans une cassette d'or, il alimentait, par cette lecture, ses guerrières fureurs. En remontant des effets aux causes, il n'est point absurde de supposer que la conquête de l'Asie a dépendu de ce simple fait, la lecture d'Homère par Alexandre. Ma conjecture n'est que probable; mais un autre trait non moins célèbre, et qui est certain, c'est que l'histoire de ce même Alexandre, écrite par Quinte-Curce, est devenue le principe moteur des guerres terribles, qui, sur la fin du dernier siècle et le commencement de celui-ci, ont agité tout le nord de l'Europe. Vous avez tous lu l'histoire de Charles XII, roi de Suède, et vous savez que ce fut l'ouvrage de Quinte-Curce qui lui imprima cette manie d'imitation d'Alexandre, dont l'ébranlement de quatre grands états fut la suite. Je dis quatre états, car après le Dannemarck, la Pologne et la Russie, ce fut la Suède qui reçut les plus violentes secousses. Que si l'historien et le poëte eussent accompagné leurs récits de réflexions judicieuses sur tous les maux produits par la manie des conquêtes, et qu'au lieu de blasphêmer le nom de la vertu, en l'appliquant aux fureurs guerrières, ils en eussent fait sentir l'extravagance et le crime; il est très-probable que l'esprit des deux jeunes princes

en eût reçu une autre direction, et qu'ils eussent tourné leur activité vers une gloire solide, dont le Czar Pierre eut un sentiment infiniment plus noble et plus vrai.

Je viens de citer des exemples individuels, je vais produire des exemples populaires et nationaux. Quiconque a lu avec attention l'histoire du bas-empire d'Occident et d'Orient, ainsi que celle de l'Europe moderne, a pu remarquer que dans tous les mouvemens des peuples depuis quinze cents ans, dans les guerres, dans les traités de paix ou d'alliance, les citations et les applications de traits historiques des livres hébreux sont perpétuelles : si les papes prétendent oindre et sacrer les rois, c'est à l'imitation de Melchisedech et de Samuel ; si les empereurs pleurent leurs péchés aux pieds des pontifes, c'est à l'imitation de David et d'Ezéchias ; c'est à l'imitation des Juifs, que les Européens font la guerre aux infidèles ; c'est à l'imitation d'Ahod, d'Eglon et de Judith, que des particuliers tuent les princes, et obtiennent la palme du martyre. Lorsqu'au quinzième siècle l'imprimerie divulgua ces livres, jusqu'alors manuscrits, et en fit des livres vulgaires et presque classiques, ce fut un redoublement d'influence et une sorte d'épidémie d'imitation : vous en connaissez les funestes effets dans les guerres d'Allemagne, promues par Luther ; dans celles d'Angleterre, conduites par Cromwel ; et dans celles de la ligue terminées par Henri IV. De nos jours même, ces effets ont été puissans dans la guerre d'Amérique ; et les passages de la bible, où Moïse et Samuel exposent les abus de la royauté, n'ont pas

peu servi à déterminer l'insurgence, comme ils avaient servi à renverser le trône de Jacques et de Charles. Ainsi, le principe moteur du destin de l'univers, la règle normale d'une immensité de générations ont été puisés dans l histoire d'un petit peuple presqu'inconnu de l'antiquité, dont les 12 tribus, mêlange d'Arabes et de Phéniciens, n'occupaient que 275 lieues quarrées; de manière que Salomon, dans toute sa gloire, n'en posséda jamais plus de 400 à moitié désertes, et ne commanda jamais à 800,000 ames, ni par conséquent à 200,000 soldats. Supposez la non-existence de ces livres, tout le système de Mahomet, singé sur celui de Moïse, n'eût point existé : et tout le mouvement du monde romain depuis dix siècles, eût pris une direction différente. Supposez encore que les premières imprimeries eussent répandu à leur place de bons ouvrages de morale et de politique, ou qu'eux-mêmes en eussent contenu les préceptes, l'esprit des nations et des gouvernemens en eût reçu une autre impulsion, et l'on peut dire que l'insuffisance de ces livres, à cet égard, à été une cause, sinon radicale, du moins subsidiaire des maux qui ont désolé les nations.

Enfin, la philosophie avait amorti ce ferment, et le dix-huitième siècle, ami de la paix et de la tolérance universelle, croyait toucher à la plus belle époque de l'humanité, lorsqu'une tempête nouvelle, emportant les esprits dans un sens contraire, a renversé l'édifice naissant de la raison, et nous a fourni un nouvel exemple de l'influence de l'histoire, et de l'abus de ses comparaisons. Vous sentez que je veux parler de cette manie de citation et d'imitation

grecques et romaines qui, depuis quatre ans, nous ont frappé d'un véritable vertige. Nous reprochions à nos aïeux l'adoration superstitieuse des Juifs, et nous sommes tombés dans une adoration non moins superstieuse des Romains et des Grecs : nos ancêtres juraient par Jérusalem et la Bible, et une secte nouvelle a juré par Sparte, Athènes et Tite-Live. Ce qu'il y a de bizarre dans ce nouveau genre de religion, c'est que ses apôtres n'ont pas même eu une juste idée de la doctrine qu'ils prêchent, et que les modèles qu'ils nous ont proposés sont diamétralement contraires à leur énoncé ou à leur intention ; ils nous ont vanté la liberté de Rome et de la Grèce, et ils ont oublié qu'à Sparte une aristocratie de trente mille nobles tenait, sous un joug affreux, six cent mille serfs ; que pour empêcher la trop grande population de ce genre de nègres, les jeunes Lacédémoniens allaient de nuit à la chasse des Ilotes, comme de bêtes fauves ; qu'à Athènes, ce sanctuaire de toute liberté, il y avait quatre têtes esclaves, contre une tête libre ; qu'il n'y avait pas une maison où le régime despotique de nos Colons d'Amérique, ne fût exercé par ces prétendus démocrates ; que sur environ cinq millions de têtes, qui peuplaient la totalité de la Grèce, plus de trois millions cinq cent mille étaient esclaves ; que l'inégalité politique et civile des hommes était le dogme des peuples, des législateurs ; qu'il était consacré, par Lycurgue, par Solon, professé par Aristote, par le divin Platon, par les généraux et les ambassadeurs d'Athènes, de Sparte et de Rome, qui, dans Thucydide et dans Tite-Live, parlent comme les ambassa-

deurs d'Attila et de Tchinguiz Kan : ils ont oublié que chez les Romains ces mêmes mœurs, ce même régime, régnèrent dans ce que l'on appelle les plus beaux tems de la République ; que cette prétendue République, diverse, selon les époques, fut toujours une oligarchie, composée d'un ordre de noblesse et de sacerdoce, maître presqu'exclusif des terres et des emplois, et d'une masse Plébéïenne grévée d'usure, n'ayant pas quatre arpens par tête, et ne différant de ses propres esclaves que par le droit de les fustiger, de vendre son suffrage, et d'aller vieillir ou périr sous le sarment des Centurions, dans l'esclavage des camps et les rapines militaires ; que dans ces prétendus états d'égalité et de liberté, tous les droits politiques étaient concentrés aux mains des habitans oisifs et factieux des métropoles qui, dans les alliés et associés, ne voyaient que des tributaires. Oui, plus j'ai étudié l'antiquité et ses gouvernemens si vantés, plus j'ai conçu que celui des mameloucks d'Egypte et du dey d'Alger, ne différaient point essentiellement de ceux de Sparte et de Rome ; et qu'il ne manque à ces Grecs et à ces Romains tant prônés, que le nom de Huns et de Vandales, pour nous en retracer tous les caractères. Guerres éternelles, égorgemens de prisonniers, massacres de femmes et d'enfans, perfidies, factions intérieures, tyrannie domestique, oppression étrangère ; voilà le tableau de la Grèce et de l'Italie pendant cinq cents ans, tel que nous le tracent Thucydide, Polybe et Tite-Live. A peine la guerre, la seule guerre juste et honorable contre Xercès est elle finie, que commencent les vexations d'Athènes sur la mer, puis l'horrible guerre du Péloponèse, puis

celle

celle des Thébains, puis celles d'Alexandre et de ses successeurs, puis celles des Romains, sans que jamais l'ame puisse trouver pour se reposer une demi-génération de paix.

On vante les législations des anciens ; quel a été leur but, quels furent leurs effets, sinon d'exercer les hommes dans le sens de ces animaux féroces, que l'on dresse au combat du lion et du taureau ? On admire leurs constitutions ; quelle était donc cette constitution de Sparte, qui, coulée dans un moule d'airain, était une vraie règle de moines de la Trappe, et qui condamnait absurdement une nation de 30 mille hommes à ne jamais s'accroître en population et en terrain? L'on a voulu nous donner des modèles grecs ou romains ; mais quelle analogie existe entre un état qui, comme la France, contient 27 mille lieues quarrées, et 25 millions de têtes de population, et cette Grèce, où le Peloponèse contenait 17 à 18 états indépendans, dans onze cent cinquante lieues quarrées; où cette fameuse Laconie n'en contenait que deux cent trente ; où l'Attique, y compris les vingt lieues de la Mégaride, n'était composée que de cent soixante-cinq lieues ; où tout le continent grec n'avait pas 4800 lieues quarrées, y compris la Macédoine, qui en a 2500, c'est-à-dire, le sixième de la France, et cela en terrain pour la grande partie peu fertile ? Quelle comparaison établira-t-on entre les mœurs et les habitudes de petits peuples à demi-sauvages, pauvres et pirates, divisés et ennemis par naissance et par préjugé ; et un grand corps de nation qui, le premier, offre dans l'histoire une masse de 25 millions d'hommes, parlant la même

langue, ayant les mêmes habitudes, et dont tous les frottemens, depuis quinze cents ans, n'ont abouti qu'à produire plus d'unité dans ces habitudes et le gouvernement? De modernes Lycurgues nous ont parlé de pain et de fer : le fer des piques ne produit que du sang ; le pain ne s'acquiert qu'avec la charrue : ils appellent les poëtes pour célébrer ce qu'ils nomment les vertus guerrières; pour répondre aux poëtes, appellons les loups et les oiseaux de proie qui dévorent l'affreuse moisson des batailles, ou montrons-leur les veuves et les orphelins pleurant dans la disette la mort des hommes qui les faisaient vivre. On a voulu nous éblouir de la gloire des combats; malheur aux peuples qui remplissent les pages de l'histoire : tels que les héros dramatiques, ils payent leur célébrité du prix de leur bonheur. On a séduit les amis des arts par l'éclat de leurs chefs-d'œuvres ; et l'on a oublié que ce sont ces édifices et ces temples d'Athènes qui ont été la première cause de sa ruine, le premier symptôme de sa décadence, parce que ces masses de pierres, quoique bien comparties, sont un emploi stérile du travail et un absorbement ruineux de la richesse. Ce sont les palais du Louvre, de Versailles et la multitude des temples dont est surchargée la France, qui ont aggravé nos impôts, et jeté le désordre dans nos finances : si Louis XIV eût employé en chemins et en canaux les deux milliards de numéraire qu'a coûté son château qui croûle, la France n'eût vu ni la banqueroute de Laws, ni ses conséquences. Ah ! cessons d'admirer les anciens qui nous ont peu appris en morale, et rien en économie politique, seuls résultats vraiment utiles de l'histoire.

Cessons de haïr nos contemporains, nos voisins, qui, les premiers, nous ont enseigné les vraies théories du gouvernement, en démontrant, par une série évidente et simple de faits et de raisonnemens, qu'il n'y a de richesses que dans les produits de la terre, qui alimentent, vêtissent et logent les hommes: que l'on n'obtient ces produits que par le travail: que le travail étant une peine, il n'est excité chez les peuples libres que par l'attrait des jouissances, c'est-à-dire, par la sécurité des propriétés : que pour maintenir cette sécurité, il faut une force publique que l'on appelle le gouvernement ; en sorte que le gouvernement peut se définir une banque d'assurance, à la conservation de laquelle chacun est intéressé, en raison des actions qu'il y possède, et que ceux qui n'y en ont aucune peuvent desirer naturellement de briser. Cessons d'admettre une doctrine sauvage qui, par la guerre, conduit toute nation victorieuse ou vaincue à une ruine certaine, parce l'abandon des cultures et des attcliers, effet des guerres extérieures, mène à la disette, aux troubles, aux guerres civiles, et au pouvoir final du plus fort. Après nous être affranchis du fanatisme juif, repoussons ce fanatisme romain ou vendale, qui place l'assassinat même au rang des vertus, quand toute l'histoire s'accorde à prouver que les assassinats n'ont jamais causé que de plus grands désastres, parce qu'où se montrent les poignards, là s'éclipsent les lois; et, quand parmi nous, l'assassinat même de son plus vil apôtre n'a servi qu'à fonder la tyrannie, et à faire périr cent mille des plus honnêtes citoyens. On tue les hommes, on ne tue point les choses,

ni les circonstances dont ils sont le produit : Brutus et Casca poignardèrent César, et la tyrannie se consolide; pourquoi cela ? parce que, depuis les tribuns, il n'y avait plus d'équilibre de pouvoirs ; parce que les volontés du peuple de Rome étaient devenues la loi ; parce que, depuis la prise de Corinthe et de Carthage, ce peuple oisif, pauvre et débauché, était à l'encan des généraux, des proconsuls, des questeurs, gorgés de richesses. Brutus et Casca sont devenus, pour notre âge, ce qu'étaient Ahod et les Machabées pour l'âge antérieur; ainsi, sous des noms divers, un même fanatisme ravage les nations : les acteurs changent sur la scène ; les passions ne changent pas, et l'histoire n'est que la rotation d'un même cercle de calamités et d'erreurs. Plus on la lit, plus on la médite, et plus l'on s'apperçoit de la vérité de cette assertion ; en sorte que, considérant combien la conduite des nations et des gouvernemens, dans des circonstances analogues, se ressemble, et combien la série de ces circonstances suit un ordre généalogique ressemblant, je suis, de plus en plus, porté à croire que les affaires humaines sont gouvernées par un mouvement automatique et machinal, dont le moteur réside dans l'organisation physique de l'espèce.

Désormais, j'ai complété mes observations préliminaires sur l'histoire ; il faudrait maintenant en faire l'application à quelques ouvrages remarquables modernes ou anciens, et vérifier par expérience les règles de critique que je vous ai proposées : mais le travail précipité et exagéré, auquel j'ai été soumis depuis deux mois, ne me permet pas de courir cette seconde carrière, sans reprendre haleine ; et après avoir fait

acte de dévouement, en fournissant la première sans une préparation de plus de quinze jours, et privé de tous mes manuscrits, il me devient indispensable de suspendre mes leçons, ne fût-ce que pour reposer mes forces, et avoir le tems d'assembler de nouveaux matériaux. Cela n'empêchera pas néanmoins que je ne puisse vaquer aux conférences, et celle du 8 prochain aura lieu à l'ordinaire.

ÉCONOMIE POLITIQUE.

VANDERMONDE, *Professeur.*

Dans la séance du 23 ventôse, j'ai distingué six *degrés de fortune.* Dans un état libre, la pauvreté, l'indigence, ce degré de misère où l'on manque de moyens de se procurer du pain et d'en donner à ses enfans, ne doivent point exister. Comme je ne trouvais pas d'expression reçue pour indiquer la position de ceux qui, pouvant se nourrir, ne peuvent cependant pas se vêtir convenablement, j'ai adopté le mot de *dénuement*, et je l'ai employé pour désigner le premier degré.

Les six degrés ont été classés dans l'ordre suivant :

Le dénuement.

Le nécessaire.

L'aisance.

L'abondance.

Le luxe.

Le faste.

Ces classifications ne sont ici que des méthodes

artificielles de fixer les idées. C'est ainsi qu'on distingue en physique sept couleurs primitives, quoiqu'il y en ait une infinité: on en distingue sept, parce qu'elles sont remarquables. Il y a de même une infinité de degrés de fortune, mais on peut les distinguer en six classes.

On trouve une extrême confusion dans les idées de ceux qui ont écrit sur le *luxe*, particulièrement en France; elle vient de ce qu'ils n'ont pas admis de pareilles distinctions. Les uns blâment ce que les autres louent, parce qu'ils ne s'entendent pas sur la définition du luxe. Celle que Stewart a donnée, me paraît exacte et lumineuse : c'est, dit-il, un goût recherché dans les habitudes de la vie, qui suppose dans ses objets un travail ingénieux. Pinto ajoute avec raison, que le luxe d'ostentation est l'ennemi de celui de commodité et d'agrément, qui est le luxe utile.

Je dis maintenant que dans l'état actuel de la civilisation, il faut que l'opinion attache une espèce de honte au *dénuement*, et qu'elle devienne un genre de fléau contre le *faste*.

Le nécessaire, *l'aisance*, *l'abondance*, *le luxe*, doivent être respectés.

Je ne crois pas que la loi doive réprimer le faste en aucune manière ; c'est assez que l'opinion le reprouve: et sans doute si le principe de l'égalité est maintenu en France, l'opinion publique suffira pour en dégoûter tous les gens de bon sens.

Quant à l'espèce de honte à attacher au dénuement, elle doit être très-mesurée. Les hommes libres ont un sentiment de justice qui ne permet pas d'en craindre les abus.

Cette honte a deux objets ; l'un, d'exciter au tra-

vail ceux qui ne tombent dans le dénuement que par paresse et par inconduite ; l'autre, de prévenir l'excès de parcimonie de ceux qui cacheraient sous un extérieur pauvre une fortune suffisante pour procurer des ressources à leurs concitoyens industrieux.

Mais il faut exciter au travail sans jeter dans le découragement ; et c'est ici qu'il importe d'observer que le degré d'industrie qui donne le nécessaire à ceux qui n'ont que peu ou point d'enfans, pourrait laisser dans le dénuement ceux qui en ont beaucoup.

On voit donc la principale raison qui nous porte à demander :

1°. Que les salaires soient chers ;

2°. Que le gouvernement s'occupe à créer des ressources faciles pour les femmes et pour les enfans.

Le meilleur moyen pour cela, est de multiplier les travaux qui se font en *manœuvrerie*. Tous ceux qui connaissent de grandes manufactures, en quelque genre que ce soit, savent bien que dans leur voisinage, il ne manque jamais de ressource pour les femmes et pour les enfans.

Il est tems de passer enfin à la définition des besoins factices dont j'ai déjà tant parlé.

Le goût des superfluités est naturel aux hommes, parce que l'homme est doué de *perfectibilité*.

Les superfluités auxquelles on est accoutumé, constituent les *besoins factices*.

Il y en a autant de classes que de degrés de fortune. Pour le prouver, il suffit de rappeler ce mot si touchant du pauvre assisté par sa paroisse à qui la *dame de charité* reprochait d'avoir un chien. « Qui est-

ce donc qui m'aimera, répondit le pauvre ». Déclamez, si vous l'osez, contre ce besoin factice.

Le goût des superfluités est entretenu par les moyens des uns, pour être ou pour paraître plus heureux que les autres ; et par les efforts de ceux-ci, pour jouir, ou paraître jouir, d'un bonheur égal.

Dans mon opinion, ce n'est point après la supériorité que les hommes courent; c'est après l'égalité. Tel ambitieux n'a paru rechercher la supériorité en tout, que parce qu'il avait une horreur profonde pour toute espèce d'infériorité. « J'aimerais mieux être le premier ici que le second à Rome, disait César ». On a tort de conclure de ce propos, que César n'eût pas voulu être l'égal de tous à Rome, si la chose lui eût paru possible. Combien de gens ne s'occupent-ils pas de paraître supérieurs en mérite aux autres, uniquement parce qu'ils ne sont pas intimement certains d'être leurs égaux? C'est ce qui explique la tournure simple et modeste de tous les hommes d'un mérite supérieur ; ils n'éprouvent pas le tourment de cette incertitude. Ceux qui cherchent à humilier les autres par leur faste, ne le font que pour se venger de quelqu'autre genre d'humiliation : mais nous tenterions envain de guérir les hommes de leurs faiblesses; contentons-nous d'en profiter pour le bonheur commun.

Notre classification des degrés de fortune va me servir à exposer une idée que je crois importante : elle était consignée dans une de mes notes, qui est un peu longue, et que je crois devoir vous lire.

Vous y trouverez les gouvernemens distingués en trois genres, sous le nom d'*arbitraires*, de *modérés* et

de *libres*. C'est encore une classification artificielle. Elle a été adoptée par Stewart et par d'autres auteurs; c'est celle que je préfère, parce qu'il y a bien des abus de mots dans ce qui a été dit sur les formes de gouvernement : voici ma note.

» Dans les gouvernemens *arbitraires*, tous les hommes dont le degré de fortune s'élève jusqu'au *faste*, jouissent d'une espèce d'égalité politique entr'eux. Ceux qui ne peuvent avoir que du *luxe*, sont dans une position supportable, mais tout le reste est plus ou moins vexé.

Dans les gouvernemens *modérés*, l'égalité peut descendre jusqu'à ceux qui sont dans l'*abondance*. Ceux qui n'ont que de l'*aisance*, sont dans une position moyenne, et il n'y a point de liberté politique pour ceux qui n'ont que le *nécessaire*.

Dans un gouvernement *libre*, l'égalité descend encore; tous ceux qui ont le *nécessaire* y peuvent prétendre. La position de ceux qui sont dans le *dénuement*, est tolérable; mais leur infériorité est marquée. Leurs moyens physiques et intellectuels sont trop bornés pour suffire à la défense de leur droits naturels. Ils ont sans doute, comme tous les autres citoyens, leur part *indivise* dans la souveraineté nationale; ils concourent, comme tous les autres, à la formation de la volonté générale, qu'il ne faut pas confondre avec celle de la majorité, et qui ne doit être qu'une moyenne, une *résultante* de toutes les volontés particulières; mais les volontés incohérentes de cette classe, ont peu d'influence sur cette résultante.

Le goût général pour les besoins factices, et l'ardeur

pour le travail, qui en est la conséquence, tendent à augmenter le nombre et les moyens de ceux qui ont le *nécessaire*, et par conséquent, à rendre moins nombreuse et moins forte la classe immédiatement inférieure de ceux qui se trouvent dans le *dénuement*.

Telle est l'étendue la plus grande dont la liberté soit susceptible dans l'état actuel de la civilisation. Elle tient à celle des besoins factices, dont l'utilité est d'établir solidement la liberté par le secours de la richesse nationale.

C'est donc après le *nécessaire*, et avant le *dénuement* que nous pouvons tracer la ligne de démarcation. C'est la *verticale*, si j'ose m'exprimer ainsi, où doit s'arrêter enfin ce pendule de l'état social, qui tantôt est retenu de force dans une situation inclinée, et qui oscille quelquefois sans pouvoir se fixer.

Tous les malheurs du genre humain naissent de la confusion des idées sur la position de cette verticale.

Chaque classe veut toujours que la ligne de démarcation soit tirée après elle immédiatement, et sans aller plus loin. Dans cette lutte, la première des classes inférieures appelle quelquefois à son aide celles qui la suivent; mais comme elle ne veut pas s'en asssocier constamment aucune, comme la force des choses repousse la dernière de toutes, la fausse crainte des uns, la folle espérance des autres, empêchent de reconnaître et de tracer la véritable ligne de repos.

Mais notre déclaration des droits n'aurait-elle pas dû dessiller tous les yeux? Peut-on croire qu'on aura proclamé envain que la loi est l'expression de la volonté générale? Laissons, enfin, laissons, il en est tems, parvenir l'égalité jusqu'à sa limite réelle. »

Permettez-moi maintenant, citoyens, de vous peindre de bouche l'image que je me forme des positions de ce pendule, dont j'ai introduit ici l'idée. Je me figure un limbe, destiné à indiquer ses positions, et l'étendue de ses oscillations. Sur ce limbe serait inscrit à gauche le mot *dénuement*, et à droite successivement et en remontant, ceux de *nécessaire*, *aisance*, *abondance*, *luxe* et *faste*. Ces classes en remontant, étant de moins en moins nombreuses, je suppose le limbe gradué en conséquence. Pour être exact, il faudrait autant de graduations que de natures de gouvernement. Dans celui qui est mûr pour la liberté, le *dénuement* ainsi que le *faste* occupent très-peu d'espace; le *nécessaire* en occupe beaucoup; l'aisance en occupe moins, mais elle en occupe beaucoup encore, et ainsi de suite.

Les révolutions ordinaires relâchent le lien qui retient le pendule dans une situation inclinée; la révolution française l'a tranché. Le pendule parviendra à la ligne verticale : voilà le sens de ma note.

Examinons maintenant les grands argumens des classes qui ont plus que le nécessaire, et qui cherchent à priver de leurs droits politiques, ceux dont les ressources ne suffisent qu'à le leur procurer. Le premier argument, c'est qu'ils n'ont qu'une existence précaire.

Sur cet article, j'observe que l'homme qui sait un métier, ne peut plus être dans la dépendance. Il n'a, disent-ils, son pain qu'au bout de ses doigts : ils se trompent, il le porte dans sa tête.

Je me suis fait souvent un plaisir de montrer un joli modèle de moulin à pédales, imaginé et exécuté par un ancien soldat d'artillerie qui avait perdu les deux

mains par un coup de feu, et qui était retiré aux invalides; il se nommait Dautelle. Je lui ai vu faire ce modèle; et ses méthodes pour travailler, que je ne puis pas décrire ici, étaient très simples. Je connais des ouvriers qui parviendraient à faire un pareil modèle avec leurs pieds, avec leurs genoux. Un ouvrage d'art dépend moins du genre des muscles que du genre de cervelle de l'ouvrier.

Quand l'homme qui sait un métier ne peut plus travailler, il peut diriger le travail des autres; et s'il devient trop vieux, ses enfans, ses parens prennent soin de lui. Que de gens vivent de leur bien, et ne pourraient pas s'en promettre autant!

Un second argument, c'est: ils sont trop ignorans. Ils le sont peut-être moins qu'on ne le pense; mais plus ils le seront, plus nous en souffrirons.

C'est à l'oganisation des écoles, qu'il appartient de remédier à ce mal. Il faut en ce moment les rendre attrayantes pour tous les âges.

A l'École Normale, où l'on n'admet que des hommes éclairés, choisis par des autorités constituées, on doit enseigner même les vérités que la prudence peut interdire dans les lieux publics. Ne saurez-vous pas tous en tempérer l'éclat? Dans la propagation de la vérité, il ne peut plus y avoir que la précipitation de dangereuse.

Osons donc le dire; il faut éclairer complettement la partie du peuple qui a la force effective, car il n'est plus tems de songer à la dompter en la trompant. Des quatre moyens généraux de gouverner les hommes, l'empire de la *force*, le poids de l'*autorité*, l'influence de la *séduction*, l'ascendant de la *confiance*, il ne nous reste plus que le dernier.

J'ai encore un mot à dire, avant de terminer cette séance, relativement à l'un des principaux avantages de la liberté et de l'égalité pour l'encouragement de l'industrie ; c'est que par-tout où elles sont établies, chacun peut se livrer à la dépense que sa fortune lui permet. Il n'y a plus pour tous les hommes qu'une sphère commune. Dans l'ancien régime, il y avait des distinctions, des prérogatives tacitement convenues. Une femme qui avait épousé un marchand, n'osait pas prendre le ton de dépense de la femme d'un noble, d'un militaire, d un magistrat ; elle était forcée de se renfermer dans sa sphère. C'était pour toutes les classes inférieures à la première, un principe d'inactivité. Arrivé à un certain degré de fortune, on ne songeait qu'à changer d'état, pour entrer dans une autre sphère. Maintenant, il n'y aura plus qu'une sphère commune, et les ressources de la classe industrieuse deviendront inépuisables.

TRENTE-QUATRIÈME SÉANCE.

(4 *Germinal*).

ART DE LA PAROLE.

SICARD, *Professeur.*

DANS les deux séances précédentes, nous avons traité du *nom* et du *modificatif* ou *qualificatif* qui sert à exprimer les formes, ou les autres accidens des objets désignés par le *nom*.

Le *nom* pourrait être défini le signe de rappel de

tous les êtres qui existent, ou dont l'existence peut être conçue.

Le *modificatif* peut être défini, le signe d'une des qualités ou propriétés d'un objet. Nous rappellerons ici qu'on ne doit définir une science ou un art, que quand cette science ou cet art sont connus, de manière que leurs définitions naissent de tout ce qu'on a déjà dit de la chose définie.

La proposition se composant de trois mots essentiels, et ne pouvant exister sans ces trois mots exprimés, ou faciles à suppléer, ou à sous-entendre, il semble que cette leçon ne devrait être consacrée qu'à traiter du troisième, qui est le mot *lien*, appellé *verbe*. Mais le *nom* est ordinairement précédé d'un mot trop nécessaire à sa détermination, pour que nous puissions séparer deux élémens qui sont naturellement si liés entr'eux. Ce mot que Condillac ne craint pas d'appeller *adjectif*, que presque tous les grammairiens ont appellé *article*, je le nommerai *déterminatif*, de la fonction qu'il remplit dans la proposition.

Nous avons d'abord considéré le *nom* comme signe d'un objet quelconque. Sous ce rapport, chaque objet devrait avoir son signe, et chaque signe devrait tellement convenir à son objet, que celui-ci fût connu aussitôt que celui-là serait énoncé. Cela est vrai de tous les individus de l'espèce humaine, réunis en société. Les rapports que chaque homme a avec ceux de son espèce dans une ville, dans un gouvernement, dans sa propre famille; les différences qui naissent de ces rapports mutuels, ont rendu nécessaires des noms individuels, qui ne pouvaient convenir qu'à chacun en particulier. De-là l'origine des *prénoms*

chez les Romains, qui, comme nous, étaient dans l'usage de donner le nom de leur père à chaque enfant d'une même famille. Cet usage a dû nécessairement se perpétuer chez toutes les nations civilisées : chaque homme doit avoir son nom et son prénom ; son nom qui indique la famille dont il est membre ; son prénom, qui dise qui il est dans cette famille. Son nom le confondrait avec ses frères ; mais son prénom le sépare de tout ce qui n'est pas lui, et rapporte sur lui seul l'attention de tous ceux qui savent et son nom et son prénom.

Le nom propre d'un individu doit donc se composer de son prénom et de son nom ; la réunion de ces deux signes ne laisse plus sur la nature, à-la-fois spécifique et singulière, de cet individu, aucun vague, aucune incertitude : il ne faut qu'un mot de plus pour le faire connaître. Pourquoi donc, dira-t-on, tous les objets n'ont-ils pas des désignations aussi précises ? c'est qu'il importe peu de connaître précisément tel individu d'une espèce plutôt qu'un autre. Un individu ne peut avoir des rapports avec nous, qu'autant qu'il appartient à telle espèce. On ne peut donc avoir besoin d'un nom particulier, pour distinguer cet individu ; c'est donc assez du nom de l'espèce toute entière. D'ailleurs, quelle mémoire eût jamais retenu une nomenclature qui eût embrassé les noms de chaque être vivant et de chaque chose ? On a donc fait choix d'un seul nom commun à chaque classe d'individus.

Ici se présente une difficulté. Comment, nous dira-t-on, s'entretenir d'un seul individu choisi et déterminé, au milieu d'une immense multitude ? comment

fixer l'esprit de ceux à qui on en voudra parler ? C'est ici que s'offre de lui-même ce déterminatif, qui, en circonscrivant la trop vaste étendue du nom commun, le rend propre et l'applique à l'individu qu'on veut définir ; ce *déterminatif*, nommé jusqu'ici *article*, et que nous nommerons *article* encore, pour être mieux compris ; ce déterminatif qu'on avait borné à indiquer seulement le genre et le nombre du nom, est donc appelé à remplir une fonction plus importante.

Oui, sans doute, citoyens, le *qualificatif* ou l'*adjectif* (car c'est la même chose) sert à exprimer les formes particulières, ou les modes, ou les manières d'être des objets ; et le *déterminatif*, à fixer l'esprit sur leur véritable étendue.

On pourrait, sans lui, prendre le nom dans toute sa généralité ; il n'y aurait aussi que de l'espèce entière qu'on pourrait affirmer une qualité. Le *déterminatif* vient aussi-tôt faire disparaître l'équivoque, et répandre sur la proposition, un jour qui satisfait l'esprit qui ne veut pas être jeté dans le vague d'une semblable incertitude.

Le *qualificatif* peint à l'esprit un mode uniforme, une action qu'on a remarquée dans un autre ; le *déterminatif* ou l'*article* ne peint rien à l'esprit ; il n'y a pas, par conséquent, de mot plus conventionnel que celui-ci : sa destination unique est de présenter l'objet tel qu'il doit être vu ; c'est une sorte de régulateur à qui il ne suffit pas qu'on connaisse l'objet dont on s'entretient, il veut qu'il soit connu avec toute la précision possible.

Les latins on négligé d'employer l'article, quoiqu'ils connussent

connussent tout le parti qu'en tiraient les Grecs : ils y suppléaient par des pronoms ; mais l'emploi de ces pronoms n'empêchait pas les équivoques, dont ne se sont pas toujours préservés leurs meilleurs écrivains. L'article est donc une de nos richesses.

Quel est le mot auquel on doit donner ce nom, et quels sont ceux auxquels on l'a donné mal-à-propos ?

Presque tous les grammairiens ont dit qu'il y avait deux articles dans notre langue, le *défini* et l'*indéfini* ; le premier, selon eux, était *le*, *la*, *les*, le second, qu'ils appelaient *indéfini*, était *à* et *de*. Nous leur demanderons d'abord s'il peut y avoir d'*article indéfini*, si la nature de l'article n'est pas de définir, de déterminer toujours, s'il n'est pas destiné à affecter précisément l'étendue d'un nom, et si même ce n'est pas pour cela qu'on ne l'emploie jamais avec les noms dont l'étendue est fixée par leur nature ?

Pour nous, citoyens, qui oserons bannir de notre grammaire la dénomination insignifiante d'*article*, en lui substituant celle de *déterminatif*, nous ne pourrons admettre le mot d'*article indéfini* qui se trouve exclus par notre définition. Nous ne connaîtrons donc que l'*article défini* ; nous allons examiner combien il doit y en avoir de sortes.

Ici, citoyens, il n'y en a pas un seul parmi vous qui ne possède cette théorie, de manière à n'avoir besoin d'aucuns développemens nouveaux ; je n'aurais donc plus rien à dire sur cette matière, si la partie normale de notre cours ne s'offrait devant moi. Comment enseigner aux élèves des écoles primaires ce que c'est que ce mot si mal nommé par les uns,

plus mal défini par les autres, faussement divisé par presque tous, et qui doit être moins considéré, comme occupant dans la proposition telle ou telle place, et prenant telle ou telle forme, que comme appliquant un nom à tel individu, plutôt qu'à tel autre ? Voici comment je m'y prendrais avec mon élève.

Transportons nous, pour un moment, à une de nos écoles primaires, et voici ce que je dirai :

S'il y avait devant vous plusieurs objets, tels que des couteaux, des canifs, des plumes, des clefs, etc., et que, pour couper du pain, ou toute autre chose, vous eussiez besoin d'un couteau, qu'ils fussent tous de différentes formes, et sous vos yeux, que diriez-vous pour en avoir un ? vous diriez : *Donnez-moi un couteau*. En disant *un*, votre intention serait-elle de ne demander qu'un seul couteau, d'en spécifier seulement le nombre ? Refuseriez vous celui qu'on vous offrirait, en disant que ce n'est pas celui que vous avez demandé ? Non, sans doute ; tous vous seraient indifférens ; vous n'auriez dit *un couteau* que pour qu'on ne vous donnât pas un canif. Vous n'auriez voulu désigner que l'espèce ; ainsi, dans ce cas-là, *un* n'aurait pas été dans votre esprit un nom de nombre, mais un *déterminatif* que nous appellerons *article énonciatif* ou *déterminatif énonciatif*. Si ce n'est pas seulement *un* couteau que vous desiriez, mais *tel* couteau, votre idée n'est plus si vague, si indéterminée, elle est au contraire très-précise : le premier *déterminatif* qui n'a fait qu'énoncer l'objet, et le tirer du milieu de tous les autres, pour le montrer et l'individualiser, n'est

plus le mot propre ; il vous en faut un consacré à préciser l'idée, à mettre l'objet sous les yeux, pour qu'on ne vous donne que le couteau que vous demandez ; ce déterminatif est *ce*, et non pas *un* : ou ce couteau est déjà connu de vous et de celui à qui vous le demandez, et alors il n'est plus ni sous ses yeux, ni sous les vôtres ; ce n'est plus ni *un*, ni *ce*, c'est un mot indicatif par sa nature, mais de l'espèce des deux autres, c'est *le*. Il y a donc trois moyens de préciser l'objet dont on veut s'entretenir, et ces trois moyens donnent naissance à trois mots appartenant à la même classe, et ces trois mots sont les trois *articles*, ou les trois *déterminatifs*, *un*, *ce*, *le*. Mais en allant du premier de ces élémens, qui est *ce*, au moins déterminé de tous, qui est *un* ; en allant plus loin encore, et en faisant un pas de plus, ne trouve-t-on pas un terme qui, n'étant aucun des trois, doit nous servir à exprimer une quatrième vue de l'esprit ? Oui, sans doute, il y en a un quatrième que l'absence du déterminatif établit, qui n'a aucune sorte de détermination quelconque, comme dans cet exemple : *Homme pense et raisonne*. C'est là la manière anglaise ; c'est dans cette langue une richesse qui manque à la nôtre, puisque les anglais qui, comme nous, ont trois déterminatifs, dont le plus connu est le *the*, ont l'absence de tout déterminatif qui donne au sujet de leurs propositions la plus grande indétermination possible ; nous l'employons proverbialement nous-mêmes, comme dans cet exemple : *Pauvreté n'est pas vice* ; hors ce cas très-rare, notre manière de généraliser les idées, est d'employer l'*article indicatif*, *le* ou *la* ; comme dans

cet exemple ; *l'opinion*, *la vertu*. *la gloire:* les anglais, dans ce cas, ne mettraient pas d'article ; l'application des trois articles peut donc se faire ainsi : Donnez-moi *la* pomme que vous avez dans votre main, donnez-moi *une* pomme, donnez-moi *cette* pomme.

Il ne sera pas difficile de montrer aux élèves des écoles primaires, que l'article est une perfection de plus dans nos langues modernes ; qu'à l'aide de l'article, on dissipe tout le vague qui, à propos du nom, resterait dans l'esprit ; que, semblables à des verres heureusement ménagés, les articles rapprochent les objets à des distances toujours justes, de manière que ces objets ne se portent pas dans un point de vue trop éloigné, ou ne soient pas offusqués par de trop grands rapprochemens. Les articles ne sont pas une sorte de luxe, comme l'avait pensé un grammairien ; mais ils sont un moyen essentiel de répandre sur des objets indéterminés une clarté qui en écarte toutes les équivoques.

L'article sera donc l'annonce fidèle du nom commun ou appellatif ; il le précédera toujours comme pour annoncer qu'il faut bien se garder de le prendre dans toute son étendue : l'article sera donc indispensable dans plusieurs phrases ; il sera superflu et par conséquent déplacé dans quelques autres ; nous nous garderons bien de le diviser en article *défini* et en article *indéfini*. Ce qui a donné lieu, sans doute, à cette méprise, c'est qu'on a pris des prépositions pour des articles. Les prépositions *à* et *de* ont été aux yeux de quelques-uns des articles indéfinis, par ce qu'en effet

des prépositions ne désignent rien, ne définissent rien, et ne déterminent rien; et *du* et *aux* ont été des articles définis, parce qu'en effet ces mots renferment de vrais articles.

Il n'y a donc, dirons-nous à nos élèves, que les articles dont nous venons de parler : que sont donc, nous diront-ils sans doute, ces petits mots *à* et *de*, *au* et *du*, *aux* et *des*? Les premiers, leur dirons-nous, sont de vraies prépositions : *donner* du pain *à* Pierre, venir *à* Paris, sortir *d'*Orléans ou *de* Paris, sortir *du* jardin, enseigner *la* grammaire *aux* enfans : *du pain*; ici DU est le composé de la préposition DE et de l'article LE, comme s'il y avait *de le pain à Pierre*. Cet *à* est une préposition sans article, parce que Pierre étant un nom propre, n'a pas besoin d'être déterminé. *Sortir d'Orléans* est encore une préposition simple et sans article; mais *sortir du jardin* est le même procédé que *du pain*, *aux enfans* pour *à les enfans*, *de* préposition simple et sans article; c'est l'ellipse qui se trouve dans les mots *au* et *du*, *aux* et *des*, qui a fait croire que ces mots étaient simples, quand ils ne sont chacun que les résultats d'une préposition et d'un article. Cette même ellipse a lieu dans la langue italienne, où la préposition *di* et la préposition *a* se confondent de même avec l'article qui les suit, de manière à ne faire qu'un mot unique : ainsi on dit en Italien : *vado al giardino*, pour *vado*, *a il giardino*; on dit *vengo dal giardino*, pour *vengo da il giardino*. La langue anglaise est plus sévère; elle n'a pas voulu de ces sortes d'ellipses; elle a conservé, dans son entier, l'article *the*; la préposition et l'article restent donc dans leur

intégrité, sans jamais se mêler ni se confondre, et les Anglais disent : *the beauty of the garden*, la beauté *de le jardin ; I am coming from the garden*, je viens du jardin. Cette forme anglaise serait bien plus philosophique, puisqu'une double vue de l'esprit a aussi deux formes différentes ; nous seuls n'en avons qu'une seule, et nous employons la même préposition et le même article, soit que nous exprimions qu'une chose appartient à une autre, soit que nous exprimions l'idée contraire. Ainsi nous disons ; *je viens du jardin*, *beauté du jardin*, ce qui est absolument opposé. Cependant le mot elliptique *du* est ici précisément employé pour deux vues si différentes.

Nous appellerons ces quatre articles *au*, *du*, *aux*, *des*, ARTICLES COMPOSÉS : nous aurons toujours le soin de les décomposer sous les yeux des élèves ; et c'est cette décomposition qui servira à leur rendre raison non-seulement de l'espèce d'ellipse qui se trouve dans chacun de ces mots qu'il vaudrait mieux appeller *contractions*, mais encore des ellipses bien plus essentielles, qui précèdent souvent les mots *du* et *des*, comme dans cet exemple : *du pain et de l'eau suffisent à l'homme pour ne pas mourir de faim.*

Regnier et *Restaut* prétendent que ces noms *du* et *des* sont le vrai sujet de cette phrase ; nous observerons, avec *Beauzée*, que toutes les fois qu'il y a dans une phrase une préposition, il y a, par cela seul, un signe de rapport entre deux termes, entre un mot et un mot : ainsi nous dirons que dans l'exemple proposé, les mots *pain* et *eau* étant le complément de deux prépositions qui les précèdent, les deux prépositions elles-mêmes sont aussi nécessairement précédées chacune

d'un mot qui se trouve sous entendu, qui se trouve en rapport avec les complémens de la préposition qui le suit, comme si l'on disait *une quantité de le pain* et une *quantité de l'eau* suffisent, etc. . . L'embarras où l'on est quelquefois de trouver le véritable mot ellipsé, ne doit pas faire croire qu'il n'y a point de mot retranché. La règle que nous expliquons est très-évidente, et l'irrégularité blesserait trop toutes les analogies pour ne pas préférer cette sous-entente, toute difficile qu'elle pût être à suppléer. Qu'on ne dise donc plus que dans cette phrase : *J'ai vu des hommes, je demande du pain*, *hommes* et *pain* étant l'objet d'action du verbe qui précède, c'est comme s'il y avait dans l'une de ces phrases : *J'ai vu homme, je demande pain*; ce n'est pas la manière d'exprimer ce nom. La première doit se traduire ainsi : *J'ai vu une multitude de les hommes*, et les anglais traduisent ainsi : *I have seen some men*, ce que nous traduirions ainsi nous-mêmes : *j'ai vu quelques hommes.*

Sur-tout ne nous laissons pas tromper par des analogies qui n'ont jamais existé dans les langues; n'allons pas nous laisser persuader que ces prépositions *du* et *des* sont des caractères du génitif et de l'ablatif, quand nous ne pouvons nous dissimuler que notre langue n'a ni cas ni déclinaisons. La seule distinction qu'il y ait à faire dans les deux prépositions, quand nos voisins en ont deux, pour lesquelles nous n'avons qu'un seul et même signe, c'est que l'une est presque toujours un signe de propriété, un signe de possession et de cause entre le premier et le second mot, entre lesquels elle est ordinairement placée, comme dans

ces exemples : *Le fils* DE *Philippe était Alexandre; Aristote le reçut* DE *Philippe pour l'élever.*

La preposition *de*, dans la première phrase, indique que Philippe est la cause et son fils l'effet ; dans la seconde, la préposition *de* est une préposition d'extraction ou de privation, qui indique le contraire de la préposition *de* de la première phrase : elle montre qu'*Aristote* ayant reçu *Alexandre* de *Philippe*, celui-ci ne l'a plus ; il est dans les mains et dans la possession d'Aristote.

Serait-il vrai qu'il n'y a en effet que trois articles ? *l'énonciatif*, *l'indicatif et le démonstratif*, UN, LE, CE, au singulier; DES, LES, CES, au plurier ? Ici, citoyens, je vous prie d'observer avec moi, que cet élément de la parole, plus intéressant que ne l'avaient pensé quelques grammairiens, doit être considéré d'abord comme *genre* ; qu'on doit sous-diviser ce genre en espèces, quand on le détache de la totalité des autres élémens qui entrent dans la composition du discours ; que considéré comme *genre*, sa destination est de déterminer plus ou moins, le nom dont il est toujours le précurseur; que la détermination plus ou moins précise n'en change pas la nature, qu'on en multiplie seulement les sortes ou les espèces ; qu'il ne reste donc plus qu'à examiner si, en les fixant au nombre de trois, nous les avons tous embrassés. C'est, citoyens, ce que je crois pouvoir conclure des termes de la doctrine des grammairiens qui ont le mieux traité *l'article*.

Beauzée lui-même, qui m'a paru supérieur à tous les autres, sans l'avoir enseignée précisément comme *Court de Gébelin*, nous y conduit : il ne veut, ce

semble, comme *Condillac*, qu'un seul article ; et cependant il dit formellement que ces mots *tout*, *chaque*, *nul*, *aucun*, sont les marques de la généralité ou de l'universalité des propositions ; que cette généralité ou universalité dépendent de l'étendue du sujet, et l'étendue de celui-ci dépend du mot qui fixe ou détermine cette étendue : ces mots appartiennent donc tous à la classe des articles, à l'espèce de dénonciatif, le plus étendu de tous.

Beauzée ajoute encore les mots *quelque* et *un*, en disant que chacun de ces mots marque aussi un individu de l'espèce dont on parle ; mais ce *prénom*, dit il, ne désigne pas essentiellement cet individu : que faut-il conclure de-là ? que ces mots n'appartiennent pas à l'espèce la plus déterminée du genre des articles. Oui, sans doute ; mais il ne fallait pas en inférer qu'ils ne faisaient pas partie du genre, et peut-être pouvait-on se passer d'inventer une nouvelle dénomination pour ce mot-là.

Quant au nom *d'adjectif métaphysique*, que plusieurs grammairiens, *Beauzée* entr'autres, et même *Condillac*, donnent à l'article, peut-être n'est-il pas aussi contraire à sa nature, que le qualificatif qui en exprime le terme. De tous les articles et de tous les déterminatifs, celui qui, dans les langues modernes, est le plus important, et sur-tout dans la nôtre, c'est l'indicatif connu par les mots *le*, *la*, *les*, et chez les Anglais par le mot *the*. L'article exprimé par *un*, par *tout*, par *chaque*, par *nul*, ou par *aucun*, ne saurait être employé bien fréquemment ; on énonce rarement des propositions générales. L'article *ce* s'emploie plus

qui n'est plus considéré comme un individu spécifique. Et c'est ici que les élèves des écoles primaires doivent être bien exercés sur la distinction à faire des mots qualificatifs adjectifs, avec des qualificatifs individuels. Il ne faut pas se dissimuler que ceci sera un peu difficile pour des élèves d'écoles primaires. La manière de le leur faire distinguer sera celle ci : le qualicatif ou l'adjectif (car c'est la même chose) toutes les fois qu'il est employé pour indiquer une propriété du nom qui précède, est alors sans détermination, comme dans cet exemple : *une table de marbre*, *un bas de soie*. Le qualificatif est individuel quand il est saisi d'une détermination quelconque qui individualise l'objet dont on parle; *j'ai fait faire cette table du marbre qui m'a été apporté d'Italie. Ce ruban a été fait de la même soie dont vous avez fait faire des bas.* Et quand on ne détermine pas le dernier mot, on doit dire : *une table* DE *marbre*, *un ruban* DE *soie*; on ne doit pas dire *une table* DU *marbre*, *un ruban* DE *la soie*.

Le déterminatif est donc consacré à individualiser les objets, soit comme membres ou parties d'un genre, d'une espèce, ou d'un tout quelconque; soit comme espèce entière, exprimée alors par un seul nom, comme un seul individu; comme *ce nom*, *les Français*, *l'armée française*, *le sénat français*, *l'École Normale*.

LA, LE, LES, ne sont pas toujours de simples *articles*, ils sont aussi *objets d'articles*.

Ces mots ont tant de ressemblance avec le déterminatif de la seconde espèce, qu'il est aisé de les confondre. Une seule phrase peut nous fixer là-dessus.

La voici : *Le soleil se lève dans ce moment ; voyez* LE *se lever.*

Il y a là, comme vous voyez, deux fois LE. Le premier est déterminatif du nom qui le suit ; le second est l'objet d'action, autrefois appelé *pronom conjonctif*, qui tient la place du mot *soleil* qu'on ne peut pas répéter. *Admirez ce bel astre*, contemplez-LE. Ce LE est encore l'objet d'action du mot qui le précède. *La lune est au premier quartier ; regardez*-LA. C'est ici un second exemple pour la même règle.

Les articles peuvent être utiles dans les langues transpositives ; mais les langues analogues, telles que la nôtre, ne peuvent s'en passer. Que de vague n'y aurait-il pas dans les différens tableaux de la pensée, si on supprimait les articles ! Ces petits mots répandent non-seulement la vie dans les discours, mais des graces et un charme que rien ne saurait remplacer. C'est aux articles que le discours doit des nuances et une précision sans lesquelles il serait terne, obscur et souvent sans signification. Qu'on en juge par un rapprochement fait par Court de Geblin, du même morceau, écrit d'abord sans article, et puis avec les articles. Ce morceau est tiré des métamorphoses d'Ovide, liv. I, métam. XIV.

» Premier amour d'Apollon, Daphné Penéenne, que ne donna pas sort aveugle ; mais cruelle colère de Cupidon. Dieu de Delos fier du serpent, récemment vaincu, avait vu celui-ci occupé à tendre arc : qu'ont de commun, lui dit-il, avec toi, folâtre enfant, armes redoutables ? Nous sommes seuls capables de porter elles ; nous sommes seuls contre qui, animaux et

adversaires, feraient efforts impuissans pour garantir vie d'eux. Nous qui par grêle de flèches avons abattu énorme Python, qui de ventre infect couvrait si vaste étendue de terrain : qu'il te suffise avec flambeau d'attiser je ne sais quels amours, ne t'attribue pas gloire de nous ».

Remettons les articles, et voyons les tableaux qu'ils nous donneront.

« Daphné, fille de Pénée, inspira, la première, » de l'amour à Apollon. Ce ne fut pas un jeu du » sort aveugle ; ce fut celui de la vengeance cruelle » de Cupidon. Le dieu de Délos, fier de la victoire » qu'il venait de remporter sur le serpent ; apperçut » ce petit dieu occupé à tendre un arc. Qu'ont de » commun, lui dit-il, avec toi, folâtre enfant, ces » armes redoudables ? Nous sommes seuls en droit » de les manier, nous à qui ne peut résister aucun » animal, aucun adversaire ; nous qui, sous la grêle » de nos flèches, avons fait tomber l'énorme PITHON, » qui, de son ventre infect, couvrait une si vaste éten- » due de terrain. Qu'il te suffise d'attiser avec ton » flambeau, je ne sais quels amours, et n'ose plus » aspirer à notre gloire ».

Vous voyez, citoyens, dans la comparaison de ces deux morceaux, la différence de l'un et de l'autre ; ce sont les articles qui produisent cette différence : vous voyez de combien de richesses nous sommes redevables aux articles déterminatifs. La séance prochaine sera consacrée à traiter des pronoms.

TRENTE-CINQUIÈME SÉANCE.

(6 *Germinal.*)

MATHÉMATIQUES.

LAGRANGE, *Professeur.*

Vous avez vu comment on peut résoudre les équations du second, du troisième et du quatrième degré ; le cinquième degré présente une espèce de barrière que les efforts des analystes n'ont pu encore forcer ; et la résolution générale des équations est une des choses qui restent encore à desirer en algèbre. Je dis en algèbre, car si dès le troisième degré, l'expression analytique des racines est insuffisante pour faire connaître leur valeur numérique dans tous les cas, à plus forte raison le serait-elle dans les degrés supérieurs ; et on serait toujours forcé d'avoir recours à d'autres moyens pour déterminer en nombres les valeurs des racines d'une équation donnée, ce qui est en dernier résultat l'objet de la solution de tous les problèmes que les besoins ou la curiosité offrent à résoudre.

Je me propose ici de vous exposer les principaux moyens que l'on a imaginés pour remplir cet objet important. Considérons une équation quelconque du degré m, représentée par la formule :

$x^m + px^{m-1} + qx^{m-2} + rx^{m-3}$, etc., $+ u = o$, dans laquelle x soit l'inconnue, p, q, r, etc.,

des coëfficiens connus positifs ou négatifs, et u le dernier terme sans x, et connu aussi : nous supposerons que les valeurs de ces coëfficiens soient données en nombres ou en lignes, ce qui revient au même, car, en prenant une ligne donnée pour unité, ou mesure commune de toutes les autres, on pourra les évaluer toutes en nombres ; il est clair que cette supposition a toujours lieu, lorsque l'équation est le résultat d'un problême réel et déterminé. Le but qu'on se propose est de trouver la valeur ou les valeurs de x, s'il y en a plusieurs qui satisfont à cette équation, c'est à-dire, qui rendent la somme de tous ces termes nulle ; alors toutes les autres valeurs qu'on pourrait donner à x, rendront cette même somme égale à une quantité positive ou négative ; et, comme il n'entre dans l'équation que des puissances entières de x, il est clair que toute valeur réelle de x donnera aussi pour la quantité dont il s'agit, une valeur réelle. Plus cette valeur approchera d'être nulle, plus la valeur de x, qui l'aura produite, approchera d'être une racine de l'équation ; et si l'on trouve deux valeurs de x, dont l'une rende la somme de tous les termes égale à une quantité positive, et l'autre à une quantité négative, on pourra être assuré d'avance qu'entre ces deux valeurs, il y en aura au moins nécessairement une qui la rendra égal à zéro, et qui sera par conséquent une racine de l'équation.

En effet, désignons, en général, par P la somme de tous les termes de l'équation qui ont le signe plus, et par Q la somme de tous les termes qui ont le signe

signe moins, en sorte que l'équation soit représentée par $P - Q = o$; supposons, pour plus de facilité, que les deux valeurs de x soient positives, A la plus petite, B la plus grande; et que la substitution de A à la place de x donne un résultat négatif, et la substitution de B un résultat positif, c'est à-dire, que la valeur de $P - Q$ devienne négative, lorsqu'on y fait $x = A$, et positive, lorsque $x = B$.

Donc lorsque $x = A$, P sera moindre que Q, et lorsque $x = B$, P sera plus grand que Q. Or, par la forme des quantités P et Q, qui ne contiennent que des termes positifs et des puissances entières et positives de x, il est clair que ces quantités augmentent continuellement à mesure que x augmente, et qu'en faisant augmenter x par tous les degrés insensibles, depuis A jusqu'à B, elles augmenteront aussi par degrés insensibles; mais de manière que P augmentera plus que Q, puisque de plus petite qu'elle était, elle devient la plus grande. Donc il y aura nécessairement un terme entre les deux valeurs A et B, ou P égalera Q comme deux mobiles qu'on suppose parcourir une même droite, et qui partant à-la fois de deux points différens, arrivent en même-tems à deux autres points, mais de manière que celui qui était d'abord en arrière, se trouve ensuite plus avancé que l'autre; doivent nécessairement se rencontrer dans leur chemin. Cette valeur de x, qui rendra P égal à Q, sera donc une des racines de l'équation, et tombera nécessairement entre les deux valeurs A et B.

On pourra faire un raisonnement semblable sur les

autres cas, et l'on parviendra toujours au même résultat.

On démontre aussi la proposition dont il s'agit, par la considération seule de l'équation, en la regardant comme formée du produit des facteurs $x-a$, $x-b$, $x-c$, etc. a, b, c, etc. étant les racines; car il est évident que ce produit ne peut changer de signe par la substitution de deux valeurs différentes de x, qu'autant qu'il y aura au moins un des facteurs qui changera de signe; et même il est aisé de voir que si plus d'un facteur changeait de signe, il faudrait que le nombre en fût impair. Ainsi si A et B sont les deux valeurs de x qui rendent le facteur $x-b$, par exemple, de signe différent, il faudra que si A est plus grand que b, B soit plus petit, ou réciproquement; donc la racine b tombera nécessairement entre les deux quantités A et B. A l'égard des racines imaginaires, s'il y en a dans l'équation, comme il est démontré qu'elles sont toujours deux à deux de la forme $f+g\sqrt{-1}$, $f-g\sqrt{-1}$, si a et b sont imaginaires, le produit des facteurs $x-a$, et $x-b$, sera $(x-f-g\sqrt{-1})$ $(x-f+g\sqrt{-1})=(x-f)^2+g^2$, quantité toujours positive, quelque valeur qu'on donne à x. D'où il suit que les changemens de signes ne peuvent venir que des racines réelles. Mais comme le théorême sur la forme des racines imaginaires ne se démontre rigoureusement qu'au moyen de cet autre théorême, que toute équation d'un degré impair a nécessairement une racine réelle, théorême dont la démonstration générale dépend elle-même de la proposition qu'il s'agit de démontrer, il s'ensuit que cette démons-

tration peut être regardée comme une espèce de cercle vicieux, et qu'il était nécessaire d'y en substituer une autre à l'abri de toute atteinte.

Mais il y a une manière plus générale et plus simple de considérer les équations, laquelle a l'avantage de faire voir à l'œil même les propriétés principales des équations. Elle est fondée par une espèce d'application de la géométrie à l'algèbre, qui mérite d'autant plus de vous être exposée, qu'elle a des usages très-étendus dans toutes les parties des mathématiques.

Reprenons l'équation générale proposée ci-dessus, et représentons par des lignes droites toutes les valeurs successives qu'on pourrait donner à l'inconnue x, ainsi que les valeurs correspondantes que recevra le premier membre de l'équation. Pour cela, au lieu de supposer le second membre de l'équation égal à zéro, nous le supposerons égal à une quantité indéterminée y; nous porterons les valeurs de x sur une droite indéfinie A B (1), en partant d'un point fixe O, où x sera zéro, et nous prendrons les valeurs positives de x sur la partie O B, dirigée de la gauche à la droite, par conséquent, les valeurs négatives de x devront être prises sur la partie opposée O A, dirigée de la droite à la gauche. Soit donc O P une valeur quelconque de x, pour représenter la valeur correspondante de y, nous mènerons par le point P une perpendiculaire à la droite O P, et si la valeur de y est positive, nous la porterons sur cette perpendiculaire en P Q, au-dessus de la

(1) Planche A, Mathém., fig. 1.

droite O B ; il faudrait la prendre au-dessous de O B, en partant également du point P, si elle était négative. On fera la même opération pour toutes les valeurs de x, tant positives que négatives, c'est-à-dire qu'on prendra les valeurs correspondantes de y sur les perpendiculaires menées à tous les points de la droite, dont la distance au point O sera égale à x. Les extrémités de toutes ces perpendiculaires formeront une ligne droite ou courbe, qui sera comme le tableau de l'équation $x^m + px^{m-1} + qx^{m-2} + \text{etc.} + n = y$. On nomme A B l'axe de la courbe, O l'origine des abscisses, O P $= x$ une abscisse, et P Q $= y$ l'ordonnée correspondante, et l'équation en x et y, l'équation de la courbe. Cette courbe étant ainsi décrite, comme on le voit dans la figure première, il est clair que ses intersections avec l'axe A B donneront les racines de l'équation proposée (B) $x^m + px^{m-1} + qx^{m-2} + \text{etc.} + u = 0$. Car comme cette équation n'a lieu que lorsque y devient zéro dans l'équation de la courbe, les valeurs de x, qui satisfont à l'équation dont il s'agit, et qui en sont les racines, ne pourront être que les abscisses qui répondent au point où les ordonnées sont nulles, c'est-à-dire où la courbe coupe l'axe A B. Ainsi, en supposant que la courbe de l'équation en x et y soit celle de la figure première, les racines de l'équation proposée seront O M, O N, O R, etc. et — O I, — O G etc. je donne le signe — à ces dernières parce que les intersections I, G, tombent de l'autre côté du point O. La considération de la courbe dont il s'agit donne lieu à des remarques

générales sur les équations ; 1°. comme l'équation de la courbe ne contient que des puissances entières et positives de l'inconnue x, il est clair qu'à chaque valeur de x répondra une valeur déterminée de y, et que cette valeur sera unique et finie tant que x sera fini ; mais comme rien ne limite les valeurs de x, elles pourront être supposées infiniment grandes, tant positives que négatives. et il leur répondra aussi des valeurs de y infiniment grandes; d'où il s'ensuit que la courbe aura un cours continu et simple, et qu'elle pourra s'étendre à l'infini de côté et d'autre de l'origine O ;

2°. Il s'ensuit aussi de-là que la courbe ne pourra passer d'un côté de l'axe à l'autre sans le couper ; et qu'elle ne pourra revenir du même côté qu'après l'avoir coupé deux fois. Par conséquent, entre deux points de la courbe placés du même côté de l'axe, il y aura nécessairement un nombre pair d'intersections, comme entre les points H et Q on voit deux intersections, en I et M, et entre les points H et S, on en voit quatre en I, M, N, R, et ainsi de suite. Au contraire, entre deux points placés l'un d'un côté et l'autre de l'autre côté de l'axe, la courbe aura un nombre impair d'intersections, comme entre les points L et Q il y a une intersection en M, entre les points H K il y a trois intersections en L, M, N, et ainsi du reste.

Par la même raison, il ne pourra y avoir d'intersection, sans qu'en deçà et en delà du point d'intersection, il n'y ait des points de la courbe placés des deux côtés, comme les points L, Q, par rapport à l'intersection M. Mais deux intersections, comme N et R, pourraient se rapprocher au point de se réunir

en T ; alors la branche QKS prendrait la forme de la ligne ponctuée QTS , et toucherait l'axe en T, de manière qu'elle serait toute au-dessus de l'axe ; c'est le cas où les deux racines ON, OR deviendraient égales. Si trois intersections se réunissaient , ce qui a lieu dans le cas de trois racines égales , alors la courbe couperait de nouveau l'axe , comme dans le cas d'une seule intersection , et ainsi de suite.

Donc si l'on a trouvé deux valeurs de y de même signe, on sera assuré qu'entre les deux valeurs de x, qui y répondent , il ne pourra tomber qu'un nombre pair de racines de l'équation proposée , c'est-à-dire , qu'il n'y en aura aucune , ou qu'il y en aura deux ou quatre , etc. Au contraire , si l'on a trouvé deux valeurs de y de signes différens , on sera assuré qu'entre les valeurs correspondantes de x, il tombera nécessairement un nombre impair de racines de la proposée, c'est-à-dire , une , ou trois , ou cinq, etc. De sorte que dans ce dernier cas on en conclura sur-le-champ qu'il y aura au moins une racine de la proposée entre les deux valeurs de x.

Réciproquement toute valeur de x , qui sera une racine de l'équation , se trouvera entre des valeurs plus grandes et plus petites qui , étant prises pour x , rendront les valeurs correspondantes d'y de signe contraire.

Mais cela n'aurait point lieu , si la valeur de x était une racine double , c'est-à-dire , si l'équation contenait deux racines de cette même valeur. Au contraire , si la même valeur était une racine triple , il y aurait de même

des valeurs plus grandes et plus petites qui rendraient les valeurs d'y de signes différens, et ainsi de suite.

Maintenant si on considère l'équation de la courbe, il est d'abord visible qu'en y faisant $x=o$, on aura $y=u$; de sorte que le signe de l'ordonnée x sera le même que celui de la quantité u, dernier terme de l'équation proposée. Ensuite il est aisé de voir qu'on y peut donner à x une valeur positive ou négative assez grande, pour que le premier terme x^m de l'équation surpasse la somme de tous les autres qui auront un signe contraire à x^m; de sorte que la valeur correspondante d'y aura alors le même signe que le premier terme x^m. Or, si m est impair, x^m sera positif ou négatif, suivant que x sera positif ou négatif, et si m est pair, x^m sera toujours positif, soit que x soit positif ou négatif.

D'où on peut conclure, en premier lieu, que toute équation d'un degré impair, dont le dernier terme est négatif à un nombre impair de racines entre $x=o$ et x très-grand positif, et un nombre pair de racines entre $x=o$ et x très-grand négatif, et par conséquent au moins une racine réelle positive; qu'au contraire si le dernier terme de l'équation est positif, il y aura un nombre impair de racines entre $x=o$ et x très-grand négatif, et un nombre pair de racines entre $x=o$ et x très-grand positif, et par conséquent au moins une racine réelle négative.

En second lieu, que toute équation d'un degré pair dont le dernier terme est négatif à un nombre impair de racines entre $x=o$ et x très-grand positif, ainsi qu'entre $x=o$ et x très-grand négatif, et par consé-

quent au moins une racine réelle positive, et une racine réelle négative; qu'au contraire si le dernier terme est positif, il y aura un nombre pair de racines entre $x=0$ et x très-grand positif, et pareillement un nombre pair de racines entre $x=0$ et x très-grand négatif; de sorte que dans ce cas l'équation peut n'avoir aucune racine réelle ni positive ni négative.

Nous avons dit que l'on pouvait toujours donner à x une valeur assez grande, pour que le premier terme x^m de l'équation surpassât la somme de tous ceux de signe contraire. Quoique cette proposition n'ait pas besoin de démonstration, à cause que la puissance x^m étant plus haute que toutes les autres puissances de x, qui entrent dans l'équation, elle doit croître beaucoup plus rapidement que celles-ci, à mesure que x augmentent; pour n'y laisser néanmoins aucun doute, nous allons la prouver d'une manière fort simple, qui aura même l'avantage de donner une limite, au-delà de laquelle on sera assuré qu'aucune racine de l'équation ne pourra se trouver. Pour cela, supposons d'abord x positif, et que k soit le plus grand des coëfficiens des termes négatifs; si on fait $x=k+1$ on aura $x^m=(k+1)^m=(kk+1)^m-1+(k+1)^m-1$; or $(k+1)^m-1=k\ k+1)^m-1+(k+1)^m-2$; et de même $(k+1)^m-2=k(k+1)^m-3+(k+1)^m-3$, et ainsi de suite: de sorte qu'on aura $(k+1)^m=k(k+1)^m-1+k(k+1)^m-2+k(k+1)^m-3+$ etc., $k+1$. Or, cette quantité est évidemment plus grande que la somme de tous les termes négatifs de l'équation pris positivement, et en y faisant $x=k+1$; donc

la supposition de $x = k + 1$ rendra nécessairement le premier terme x^m plus grand que la somme de tous les termes négatifs ; par conséquent la valeur de y sera du même signe que x.

Le même raisonnement et le même résultat auront lieu pour le cas de x négatif, en changeant seulement x en $-x$ dans l'équation proposée pour changer les racines positives en négatives, et réciproquement.

On prouvera de la même manière que, si on donne à x une valeur quelconque plus grande que $k + 1$, la valeur de y sera toujours du même signe. D'où et de ce qui a été démontré ci-dessus, on conclura d'abord qu'il ne pourra y avoir aucune racine égale ou plus grande que $k + 1$.

Donc, en général, si k est le plus grand coëfficient des termes négatifs d'une équation, et qu'en changeant l'inconnue x en $-xh$ soit le plus grand coëfficient des termes négatifs de la nouvelle équation, en supposant toujours le premier positif, toutes les racines réelles de l'équation seront nécessairement comprises entre les limites $k + 1$ et $-h - 1$.

Au reste, lorsque dans l'équation il y a plusieurs termes positifs avant le premier terme négatif, on pourra prendre pour k une quantité moindre que le plus grand coëfficient négatif. En effet, il est aisé de voir que la formule ci-dessus peut se mettre aussi sous la forme $(k+1)^m = k(k+1) \times (k+1)^{m-1} + k(k+1) \times (k+1)^{m-2} +$, etc. $+ (k+1)^2$; est pareillement sous celle-ci $(k+1)^m = k(k+1)^2 \times (k+1)^{m-3} + k(k+1)^2 \times (k+1)^{m-4} +$, etc. $+ (k+1)^3$, et ainsi de suite.

D'où il est aisé de conclure que si $m - n$ est l'exposant du premier terme négatif de l'équation proposée du degré m, et que l soit le plus grand coëfficient des termes négatifs, il suffira de déterminer k de manière que l'on ait $k(k+1)^{n-1} = l$; et comme on peut prendre pour k une valeur plus grande quelconque, il suffira que l'on ait $k^n = l$, c'est-à-dire $k = \sqrt[n]{l}$.

Il en sera de même de la quantité h, pour la limite des racines négatives.

Maintenant, si on change l'inconnue x en $\frac{1}{z}$, on sait que les plus grandes racines de l'équation en x deviennent les plus petites, dans la transformée en z et réciproquement; on pourra donc, par cette transformation, après avoir ordonné les termes suivant les puissances de z, de manière que le premier terme de l'équation soit z^m, trouver de même les limites $K+1$ et $-H-1$ des racines positives et négatives de l'équation en z.

Ainsi $K+1$ étant plus grand que la plus grande valeur de z ou de $\frac{1}{x}$, par la nature des fractions $\frac{1}{K+1}$ sera réciproquement plus petit que la plus petite valeur de x. Et de même $\frac{1}{H+1}$, sera plus petit que la plus petite valeur négative de x.

D'où l'on conclura enfin que toutes les racines réelles positives seront nécessairement comprises entre les limites $\frac{1}{K+1}$ et $k+1$ et que les racines

réelles négatives tomberont entre les limites $-\frac{1}{H+1}$, et $-h-1$.

On a des méthodes pour trouver des limites plus resserrées ; mais, comme elles exigent quelque tâtonnement, la précédente est préférable, dans la plûpart des cas, comme plus simple et plus commode.

Par exemple, si, dans l'équation proposée, on substitue $l+z$ à la place de x, et qu'après avoir ordonné les termes suivant les puissances de z, on donne à l une valeur telle que les coëfficiens de tous les termes deviennent positifs, il est visible qu'il n'y aura alors aucune valeur positive de z qui puisse satisfaire à cette équation. Elle n'aura donc plus que des racines négatives, par conséquent l sera une quantité plus grande, que la plus grande valeur de x. Or, il est aisé de voir que ces coëfficiens seront exprimés ainsi :

$p+ml$, $q+(m-1)pl+\frac{m(m-1)}{2}l^2$, $r+(m-2)ql+\frac{(m-1)(m-2)}{2}pl^2+\frac{m(m-1)(m-2)}{2\quad 3}l^3$, et ainsi de suite ; et il n'y aura qu'à chercher en tâtonnant la plus petite valeur de l, qui les rendra tous positifs.

Mais il ne suffit pas le plus souvent d'avoir les limites des racines d'une équation ; on a besoin de connaître les valeurs mêmes des racines, du moins d'une manière aussi approchée, que les circonstances du problême peuvent le demander ; car, chaque pro-

blême conduit en dernière analyse à une équation qui en renferme la solution ; et si on n'a pas des moyens de résoudre cette équation, tout le calcul qu'on a fait est en pure perte. On peut donc regarder ce point comme le plus important de toute l'analyse ; et par cette raison, j'ai cru devoir en faire l'objet principal de cette leçon. Il suit des principes établis plus haut sur la nature de la courbe, dont les ordonnées y représentent toutes les valeurs du premier membre d'une équation, que si on avait un moyen de la décrire, on aurait tout de suite, par ses intersections avec l'axe, toutes les racines de l'équation proposée. Mais, il n'est pas nécessaire d'avoir pour cela la courbe entière, il suffit de connaître les parties qui sont, de part et d'autre, de chaque intersection. Or, on peut trouver autant de points de chaque courbe, que l'on veut, aussi proches entr'eux qu'on voudra, en substituant successivement pour x différens nombres assez voisins l'un de l'autre, et en prenant pour y les résultats de ces substitutions dans le premier membre de l'équation. Si, dans la suite de ces résultats, il s'en trouve deux de signe contraire, on sera assuré, par les principes posés ci-dessus, qu'il y aura au moins une racine réelle entre les deux valeurs de x qui les ont données. Alors on pourra, par de nouvelles substitutions, resserrer ces deux limites, et approcher aussi près qu'on voudra de la racine cherchée.

En effet, si on nomme A la plus petite, et B la plus grande des deux valeurs de x, qui ont donné des résultats de signe contraire, et qu'on demande la va-

leur de la racine exacte au nombre n près, n étant une fraction aussi petite qu'on voudra, on substituera successivement à la place de x les nombres en progression arithmétique $A+n$, $A+2n$, $A+2n$, etc., ou $B-n$, $B-2n$, $B-3n$, etc., jusqu'à ce qu'on arrive à un résultat de signe contraire à celui de la substitution de A ou de B; alors les deux valeurs successives de x, qui auront donné des résultats de signe contraire, seront nécessairement l'une plus grande et l'autre plus petite que la racine cherchée; et, comme ces valeurs ne diffèrent par l'hypothèse que du nombre n, il s'ensuit que chacune d'elles approchera de la racine plus que de la quantité n, de sorte que l'erreur sera moindre que n.

Mais comment déterminer les premières valeurs à substituer pour x, de sorte que d'un côté on ne fasse pas trop de tâtonnemens inutiles, et que de l'autre on soit assuré de découvrir par ce moyen toutes les racines réelles de l'équation ? En considérant la courbe de l'équation, il est aisé de voir que tout se réduit à prendre les valeurs telles qu'il y en ait au moins une qui tombe entre deux intersections voisines, ce qui arrivera nécessairement si la différence entre deux valeurs consécutives est moindre que la plus petite distance entre deux intersections voisines.

Ainsi supposant que D soit une quantité plus petite que la plus petite distance entre deux intersections qui se suivent immédiatement, on formera la progression arithmétique 0, D, 2 D, 3 D, 4 D, etc.: et on ne prendra de cette progression que les termes qui

tomberont entre les limites $\frac{1}{K+1}$ et $k+1$ déterminés par la méthode donnée ci-dessus; on aura les valeurs qui, étant substituées pour x feront connaître toutes les racines positives de l'équation, et donneront en même tems les premières limites de chaque racine. On formera de même pour les racines négatives la progression $o, -D, -2D, -3D, -4D$, etc.: dont on ne prendra que les termes contenus entre les limites $-\frac{1}{H+1}$ et $-k-1$. Voilà la difficulté résolue, mais il s'agit de trouver la quantité D, par la condition qu'elle soit plus petite que le plus petit intervalle entre deux intersections voisines de la courbe avec l'axe. Comme les abscisses qui répondent aux intersections sont les racines mêmes de l'équation proposée, il est clair que la question se réduit à trouver une quantité plus petite, que la plus petite différence entre les deux racines, abstraction faite de leur signe. Il n'y aurait donc qu'à chercher par les méthodes dont on a parlé dans les leçons du cours principal, l'équation dont les racines seraient les différences entre les racines de la proposée. On chercherait par les moyens exposés plus haut, une quantité plus petite que la plus petite racine de cette dernière équation, et on prendrait cette quantité pour la valeur de D.

Cette méthode ne laisse, comme on le voit, rien à desirer pour la solution rigoureuse du problême; mais elle a l'inconvénient d'exiger un calcul fort long, sur-tout si l'équation proposée est d'un degré un peu

élevé. En effet, on a vu que si m est le degré de l'équation primitive, celui de l'équation des différences sera $m(m-1)$ parce que chacune des racines pouvant être soustraite de toutes les autres qui sont au nombre de $m-1$ il en résulte $m(m-1)$ différences; mais, comme chaque différence peut être positive ou négative, il s'ensuit que l'équation des différences doit avoir les mêmes racines en plus et en moins, que par conséquent elle doit manquer de tous les termes où l'inconnue serait élevée à une puissance impaire. De sorte qu'en prenant le quarré des différences pour inconnue, cette inconnue n'y montera qu'au degré $\frac{m(m-1)}{2}$. Il faudrait donc, pour une équation du degré m, trouver d'abord une transformée du degré $\frac{m(m-1)}{2}$, ce qui peut être d'une longueur extrême et rebutante, si m est un nombre un peu grand. Par exemple, pour une équation du dixième degré, la transformée serait du quarante-cinquième. Comme cet inconvénient peut rendre dans beaucoup de cas la méthode presqu'impraticable, il est important de chercher un moyen d'y remédier. Pour cela, reprenons l'équation proposée du degré m, $x^m + px^{m-1} + qx^{m-1} +$, etc. $+u=o$, dont les racines soient a, b, c, etc., on aura donc $a^m + pa^{m-1} + qa^{m-2}$, etc. $+u=o$, et de même $b^m + pb^{m-1} + qb^{m-2}$ etc., $+u=o$; soit $b-a=i$, donc $b=a+i$; substituons cette valeur de b dans la seconde

équation; et si, après avoir développé, par la formule connue, les différentes puissances de $a + i$, on ordonne l'équation résultante suivant les puissances de i, en commençant par les moins hautes, on aura une transformée de cette forme : $P + Qi + Ri^2 +$, etc., $+ i^m = o$, dans laquelle on aura

$P = a^m + p a^{m-2} + q a^{m-1} +$, etc. $+ u$, $Q = m a^{m-1} + (m-1) p a^{m-2} + (m-2) q a^{m-3} +$, etc.

$$R = \frac{m(m-1)}{2} a^{m-2} + \frac{(m-1)(m-2)}{2} p a^{m-3} + \frac{(m-2)(m-3)}{2-8} p a^{m-3} + \text{etc.},$$ et ainsi de suite, la loi des termes étant visible.

Or, par la première équation en a, on a $P = o$; donc effaçant le terme P de l'équation en i, et divisant tous les autres par i, elle ne montera plus qu'au degré $m - 1$, et sera par conséquent

$$Q + Ri + Si^2 +, \text{ etc.} + i^{m-1} = o.$$

Cette équation aura donc pour racines les $m - 1$ différences entre la racine a et les autres racines b, c, etc. De même, si on substitue b à la place de a, dans les expressions des coëfficiens Q, R, etc., on aura l'équation, dont les racines seront les différences entre la racine b, et les autres racines a, c, etc., et ainsi de suite.

Donc, si on peut trouver une quantité plus petite que la plus petite racine de toutes ces équations, elle aura la condition demandée, et pourra être pris pour la quantité D dont on cherche la valeur.

Si

Si l'on éliminait s de l'équation en i au moyen de l'équation $P = o$, on aurait une équation en i qui renfermerait toutes celles dont nous venons de parler, et dont il n'y aurait qu'à chercher la plus petite racine. Mais cette équation simple en i ne serait autre chose que l'équation des différences dont on voudrait se passer.

Faisons dans l'équation ci-dessus en i, $i = \frac{1}{z}$, on aura cette transformée en z.

$$z^{m-1} + \frac{R}{Q} z^{m-2} + \frac{S}{Q} z^{m-3} + \text{etc.} + \frac{I}{Q} = o,$$

et le plus grand coëfficient négatif de cette équation donnera, par ce qui a été démontré plus haut, une valeur plus grande que sa plus grande racine z de sorte qu'en nommant L le plus grand coëfficient, $L + 1$ sera une quantité plus grande que la plus grande valeur de z; par conséquent $\frac{1}{L+1}$ sera une quantité plus petite que la plus petite valeur positive de i; et on trouvera de même une quantité plus petite que la plus petite valeur négative de i. Ainsi on pourra prendre pour D la plus petite de ces deux quantités, ou une quantité quelconque plus petite que l'une et l'autre.

Pour avoir un résultat plus simple et indépendant des signes, on peut réduire la question à trouver une quantité L plus grande que chacun des coëfficiens de l'équation en z abstraction faite des signes; et il est clair que si on trouve une quantité N plus petite que la plus petite valeur de Q, et une quantité M plus grande que la plus grande valeur de chacune

des quantités R, S, etc, abstraction faite des signes, on pourra prendre $L = \pm \frac{M}{N}$.

Commençons par chercher la valeur de M. Il n'est pas difficile de prouver par les principes établis ci-dessus, que si $k + 1$ est comme plus haut, la limite des racines positives, et $-h-1$, la limite des racines négatives de l'équation proposée, et qu'on substitue successivement dans les expressions de R, S, etc. à la place de a, $k + 1$ et $-h-1$, en ne tenant compte que des termes qui auront le même signe que le premier, on aura des quantités plus grandes que les plus grandes valeurs positives et négatives de R, S, etc., répondantes aux racines a, b, c, etc. de l'équation proposée. De sorte qu'on pourra prendre pour M la plus grande de ces différentes quantités, abstraction faite des signes.

Il ne restera donc plus qu'à trouver une valeur plus petite que la plus petite de Q. Or il ne paraît pas qu'on puisse y parvenir autrement que par le moyen de l'équation, dont les différentes valeurs de Q seraient les racines; équation qui ne peut être que le résultat de l'élimination de a entre ces deux-ci: $a^m + p\,a^{m-1} + q\,a^{m-2} + \text{etc.} : + u = 0$ $m\,a^{m-1} + (m-1)\,p\,a^{m-2} + (m-2)\,q\,a^{m-3} + \text{etc.} = Q$.

Il est aisé de démontrer par la théorie connue de l'élimination, que l'équation résultante en Q, ne sera que du degré m, c'est-à-dire du même degré que la proposée, et on peut démontrer aussi par la forme des racines de cette équation, qu'elle manquera

de son pénultième terme. Si donc on cherche par la méthode donnée plus haut, une quantité plus petite (abstraction faite du signe), que la plus petite racine de cette équation, cette quantité pourra être prise pour N. Ainsi le problême est résolu moyennant une équation d'un même degré que la proposée. Voici à quoi la solution se réduit; je conserverai pour plus de simplicité la lettre x à la place de a.

Etant proposée l'équation du degré.

$x^m + p\,x^{m-1} + q\,x^{m-2} + r\,x^{m-3} + \text{etc.} := 0$,

soit k le plus grand coëfficient des termes négatifs, et $m-n$ l'exposant de x dans le premier terme négatif; soit de même h le plus grand coëfficient des termes de signe contraire au premier en changeant x en $-x$, et $m-n'$ l'exposant de x dans le premier terme de signe contraire au premier, on fera $f = \sqrt[n]{k} + 1$, et $g = \sqrt[n']{h} + 1$, et l'on aura d'abord f et $-g$ pour les limites des racines positives et négatives. On substituera successivement ces limites à la place de x dans les formules suivantes, et en n'ayant égard qu'aux termes qui se trouveront du même signe que le premier

$$\frac{m(m-1)}{2}x^{m-2} + \frac{(m-1)(m-2)}{2}x^{m-3}$$

$$+\frac{(m-2)(m-3)}{2}x^{m-4} + \text{etc.},$$

$$\frac{m(m-1)}{2}\cdot\frac{(m-2)}{3}x^{m-3}.$$

$$+\frac{(m-1)(m-2)(m-3)}{2.3}x^{m-4} + \text{etc.} :$$

et ainsi de suite, le nombre de ces formules sera $m-2$; et l'on nommera M la plus grande des quantités

qu'on aura de cette manière, en faisant abstraction des signes. On fera ensuite l'équation $m\,x^{m-1} + (m-1)\,p\,x^{m-2} + (m-2)\,q\,x^{m-3} + (m-3)\,r\,x^{m-4} + \text{etc.} := y$; et on éliminera x au moyen de l'équation proposée ; ce qui donnera une équation en y du même degré m, qui manquera de son pénultième terme. Soit V le dernier terme de cette équation en y, T le plus grand coëfficient des termes de signe contraire à V, en supposant y tant positif que négatif ; ces deux quantités T et V étant prises positivement, on déterminera N par l'équation $\frac{N}{1-N} = \sqrt[n]{\frac{V}{T}}$ en prenant n égal à l'exposant du dernier terme du signe contraire à V. On prendra ensuite D égal ou plus petit que la quantité $\frac{N}{M+N}$, et on formera la progression arithmétique 0, D, 2 D, 3 D, etc. — D, — 2 D, — 3 D, etc. qu'on continuera de part et d'autre entre les limites f et $-g$; les termes de cette progression étant successivement substitués pour x dans l'équation proposée, mettront en évidence toutes les racines réelles, tant positives que négatives, par les changemens de signe dans la suite des résultats de ces substitutions, et en donneront en même tems les premières limites, qu'on pourra ensuite resserrer à volonté, ainsi qu'on l'a fait voir plus haut.

Si le dernier terme V de l'équation en y, résultante de l'élimination de x, est nul, alors N sera nul, et par conséquent D sera égale à zéro ; mais dans ce cas, il est clair que l'équation en y aura une racine égale à zéro et même deux, par le manque du pénultième

terme. Par conséquent, l'équation $m x^{m-1} + (m-1) p x^{m-2} + (m-2) q x^{m-3} + \text{etc.} = 0$. aura lieu en même-tems que la proposée. Ces deux équations auront donc un diviseur commun, qu'on pourra trouver par la méthode connue, et ce diviseur égalé à zéro, donnera une ou plusieurs racines doubles ou multiples, comme il est facile de le prouver par la théorie précédente ; car alors le dernier terme Q de l'équation en i sera nul, par conséquent on aura $i = 0$, et $a = b$. L'équation en y, par l'évanouissement de son dernier terme, s'abaissera au degré $m - 2$, parce qu'elle se trouvera divisible par y^2. Si après cette division son dernier terme était encore nul, ce serait une marque qu'elle aurait plus de deux racines égales, et ainsi de suite. On la diviserait donc autant de fois par y qu'il serait possible, et on prendrait ensuite son dernier terme pour V et le plus grand coëfficient des termes de signes contraires à V pour T, pour avoir la valeur de D, qui servira à faire connaître toutes les autres racines de la proposée. Si la proposée est du troisième degré, comme $x^3 + q x + r = 0$, on trouvera pour l'équation en y, $y^3 + 3 q y^2 - 4 q^3 - 27 r^2 = 0$.

Si la proposée était $x^4 + q x^2 + r x + s = 0$, on trouverait celle-ci en y, $y^4 + 8 r y^3 + (4 q^3 - 16 q s + 18 r^2) y^2 + 256 s^3 - 128 s^2 q^2 + 16 q^4 + 144 r^2 s q - 4 r^2 q^3 - 27 r^4 = 0$; et ainsi de suite.

Au reste, comme la recherche de l'équation en y peut être pénible par les méthodes ordinaires d'élimi-

nation, voici les formules générales dont la démonstration dépend des propriétés connues des équations.

On formera d'abord, d'après les coëfficiens p, q, r, de la proposée, les quantités $x1$, $x2$, $x3$ etc. de cette manière

$x1 = -p$

$x2 = -px1 - 2q$.

$x3 = -px2 - qx1 - 3r$, etc.

On substituera dans l'expression de y, dans celles de y^2 de y^3 etc. jusqu'à y^m, après le développement des termes en x, les quantités $x1$ pour x, $x2$ pour x^2, $x3$ pour x^3, etc. et on désignera par $y1$, $y2$, $y3$, et les valeurs de y, y^2, y^3, etc. résultantes de ces substitutions.

Alors on n'aura plus qu'à former les quantités A, B, C, etc., par les formules

$$A = y1$$

$$B = \frac{Ay1 - y2}{2}$$

$$C = \frac{By1 - Ay2 + y3}{3}, \text{ etc.}$$

et l'on aura cette équation en y

$$y^m - Ay^{m-1} + By^{m-2} - Cy^{m-3} + \text{etc.} = o.$$

La valeur, ou plutôt la limite de D, qu'on trouvera par la méthode que nous venons d'exposer, pourra être souvent beaucoup plus petite qu'il ne serait nécessaire pour faire découvrir toutes les racines; mais il n'y aura à cela d'autre inconvénient que d'augmenter le nombre des substitutions successives à faire pour x

dans la proposée. D'ailleurs lorsqu'on a trouvé autant de résultats qu'il y a d'unités dans l'exposant du degré de l'équation, on peut les continuer aussi loin qu'on veut par leur simple addition, des différences premières, secondes, etc., parce que les différences de l'ordre qui répond à ce degré, seront toujours constantes. On peut consulter, sur ce sujet, un mémoire de l'académie de Berlin, pour l'année 1767, dont le le titre est : *Sur la Résolution des Equations Numériques.*

On a vu plus haut comment on peut décrire la courbe de l'équation proposée par plusieurs points, en donnant successivement aux abscisses x différentes valeurs, et prenant pour les ordonnées y les valeurs résultantes du premier membre de l'équation ; mais on peut trouver aussi ces valeurs d'y par une construction fort simple, qui mérite de vous être exposée. Représentons l'équation proposée par $a + bx + cx^2 + dx^3 + \text{etc.} = o$, en prenant les termes dans l'ordre inverse, l'équation à la courbe sera $y = a + bx + cx^2 + dx^3 + \text{etc.}$ Ayant mené (fig. 2, planche A) la ligne droite O X, qu'on prendra pour l'axe des abscisses dont O sera l'origine, on prendra sur cette ligne la partie OI égale à l'unité, des quantités a, b, c, etc. qu'on peut supposer exprimées par des nombres ; et on élévera aux points O, I, les perpendiculaires OD, IM. On prendra ensuite sur la ligne OD, les parties OA, $= a$, AB $= b$, BC $= c$, CD $= d$, et ainsi de suite. Soit maintenant O P $= x$, et soit menée au point P, la perpendiculaire PT. Supposons par exemple que L soit le dernier des coëfficiens a, b, c, etc. ; ensorte que la proposée ne soit que du troisième degré, et qu'il

s'agisse d'avoir la valeur de $y = a + bx + cx^2 + lx^3$. Le point D étant ainsi le dernier de ceux qui ont été déterminés sur la perpendiculaire O D, et le point C l'avant dernier, on mènera par D la parallèle D M, à l'axe OI, et par le point M où cette ligne coupe la perpendiculaire IM, on mènera au point C, la droite CM. Ensuite par le point S, où cette droite coupe la perpendiculaire PT, on mènera HSL parallèle à OI, et par le point L, où cette parallèle coupe la perpendiculaire IM, on mènera au point B la droite B M. De même par le point K, où cette droite coupe la perpendiculaire PT, on mènera la parallèle GRK à OI, et par le point R où cette parallèle coupe la perpendiculaire IM on mènera à la première division A de la perpendiculaire OO, la droite AR. Le point Q où cette droite coupera la perpendiculaire PT, donnera la partie $PQ = y$.

En effet soit mené par Q la parallèle FQ à l'axe OP. Les deux triangles semblables CDM, CHS, donneront DM (1) : DC (d) = HS (x) : CH = dx, ajoutant CB (c), on aura BH = $d + dx$. De même les deux triangles semblables. BHL, BGR, donneront HL (1) : HB ($c + dx$) = GR (x) = BG = $cx + dx^2$) ajoutant AB (b), on aura AG = $b + cx + dx^2$. Enfin les triangles semblables AGK et AFQ donneront GK (1) : GA ($b + cx + dx^2$) = FQ (x) : FA = $bx + cx^2 + dx^3$, ajoutant OA (a), on aura OF = PQ = $a + bx + cx^2 + dx^3 = y$.

La même construction, et la même démonstration auront lieu quelque soit le nombre des termes de l'équation proposée.

Il faudra seulement avoir soin, si quelques-uns des coëfficiens a, b, c, etc. : étaient négatifs, les prendre dans le sens opposé. Par exemple, si a était négatif, il faudrait prendre la partie OA au-dessous de l'axe OI. Ensuite on partirait de même du point A pour y ajouter la partie AB égale à b; si b est positif; on prendra AB dans le sens O D: mais si b était négatif, il faudrait prendre AB dans le sens opposé, et ainsi des autres.

A l'égard de x, on prendra O P dans le sens de O I supposé égale à l'unité positive, lorsque x sera positif; mais on prendrait OP dans le sens opposé, si x était négatif.

Il ne serait pas difficile au reste de former, d'après cette construction. un instrument qui s'appliquerait à toutes les valeurs des coëfficiens a, b, c, et qui au moyen de quelques règles mobiles avec des charnières, donnerait pour chaque point P de la droite OP, le point correspondant Q, et qui servirait à décrire la courbe même par un mouvement continu. Cet instrument pourrait ainsi servir à résoudre toutes les équations; du moins servirait-il à trouver les premières valeurs approchées des racines, par lesquelles on en trouvera ensuite de plus exactes.

FIN DU TROISIÈME VOLUME.

TABLE
DES
MATIÈRES.

Histoire naturelle.	page 1, 123, 253, 390.
Mathématiques.	24, 227, 276, 463.
Physique.	39, 310.
Géométrie descriptive.	61, 332.
Chimie.	107, 356.
Art de la parole.	138, 161, 377, 445.
Économie politique.	145, 437.
Littérature.	180.
Géographie.	401.
Histoire.	405.

Fin de la Table.